



ISSN 2410-2547
DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

KYIV NATIONAL UNIVERSITY OF CONSTRUCTION AND
ARCHITECTURE

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF STRUCTURES

Науково-технічний збірник
Scientific-and-technical collected articles

Випуск **109**
Issue

Заснований у 1965 р.
Founded in 1965

КИЇВ 2022

Головний редактор П.П. Лізунов, д-р техн. наук
Заступник головного редактора С.О. Пискунов, д-р техн. наук
Відповідальний секретар О.В. Герашенко, канд. техн. наук

Редакційна колегія:

Алявдін П.В., д-р техн. наук (Польща)	Лобанов Л.М., д-р техн. наук, академік НАН України
Аткочиунас Ю., д-р техн. наук (Литва)	Максим'юк Ю.В., д-р техн. наук (Україна)
Белостоцький О.М., д-р техн. наук (Росія)	Перельмуґер А.В., д-р техн. наук (Україна)
Вабіщевич М.О., д-р техн. наук (Україна)	Солодей І.І., д-р техн. наук (Україна)
Гайдайчук В.В., д-р техн. наук (Україна)	Фіалко С.Ю., д-р техн. наук (Польща)
Дашенко О.Ф., д-р техн. наук (Україна)	Чан Дик Тінґ, д-р техн. наук (В'єтнам)
Елішаков І., д-р техн. наук (США)	Ясній П.В., д-р техн. наук (Україна)
Іванченко Г.М., д-р техн. наук (Україна)	
Кривошапко С.Н., д-р техн. наук (Росія)	
Лук'яненко О.О., д-р техн. наук (Україна)	

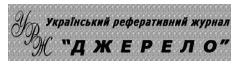
Рекомендовано до випуску Вченою радою Київського національного університету будівництва і архітектури 11 листопада 2022 р. (протокол № 2).

Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-технічний збірник. – Вип. 109 / Голов. ред. П.П. Лізунов. –К.: КНУБА, 2022. – 504 с. – Укр. та англ. мовами.

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі опору матеріалів, будівельної механіки, теорії пружності і пластичності. Особливу увагу приділено розробці й розвитку методів розрахунку міцності, стійкості, динаміки просторових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності, пластичних властивостей руйнування матеріалів; питанням чисельної реалізації рішень; дослідженню напружено-деформованого стану тіл складної структури при сталих і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи.

Призначений для наукових працівників, викладачів, виробничників, докторантів, аспірантів та студентів.

Індексація і партнери



<http://opir.knuba.edu.ua/>
<http://omtc.knuba.edu.ua/>
Адреса редакційної колегії:
КНУБА, Повітрофлотський пр., 31.
м. Київ, 03037
Тел.: (044) 248-3040
E-mail: omtc@knuba.edu.ua
E-mail: olg_guera@ukr.net

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61
© КНУБА, 2022

UDC 624.046.2

ASSESSMENT OF ROBUSTNESS OF HINGED-BAR SYSTEMS**A.V. Perelmutter^{1,2},**
Dr. Sci.¹ *SCAD Soft Ltd., Osvity str., 3a, Office 2, Kyiv, 03037*² *Kyiv National University of Construction and Architecture, Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.3-19

Abstract

This paper focuses on methods for assessing the robustness of hinged bar systems, considering truss structures as an example. They are the simplest in terms of computation, but make it possible to fully illustrate the proposed approach.

The paper considers a well-known method of robustness assessment using a redundancy matrix determined by the forces that must be applied to assemble the system from elements with the length different from the design one. This method is opposed to the use of a projection matrix, the main diagonal elements of which indicate the degree of participation of the bars in ensuring robustness. The main properties of the idempotent projection matrix are considered. The paper illustrates the possibility of recalculating the projection matrix for the changed system with the help of the Jordan elimination step. A simple example demonstrates assembling and changing the projection matrix.

In addition to the failure of the bar, the case of its damage (partial failure) is also considered, it is shown how it affects the change in the projector and the redistribution of internal forces.

Keywords: Robustness, Progressive collapse, Robustness measure, Design matrix, Participation factors.

1. Introduction

Studying the response of a structure to possible catastrophic events and checking its robustness has now become an almost mandatory part of the design process. This made the engineers question some of the main ideas of the traditional approach to analysis, in particular, the orientation towards assessing the behavior of a structure under given actions, using the statistical properties of loads and materials to determine the failure probability, etc.

Catastrophic events that entail severe consequences are extremely rare and there is not enough statistical data for them. Therefore, the main approach is to shift attention from external actions to possible damage to the building structure. The relative novelty of this approach has created a certain confusion of such basic concepts as “progressive collapse”, “disproportionate collapse” and “robustness”. The phenomena they describe are very close, but do not coincide, and the mentioned concepts are not synonymous. Therefore, it is useful to consider their similarities and differences.

In this paper, the robustness of the system is considered as the main characteristic of the behavior of the system with initial damage. Quantitative assessment of robustness should be based on a comparison of the size and extent of the initial damage or the corresponding consequences [22, 8]. Various measures of robustness assessment have been proposed, based on

some characteristic features that distinguish structural behavior in case of damage. Starossec U. and Haberland M. [17] introduced an energy-based metric based on the evaluation of the renewable energy required for damage propagation. In parallel, they suggested a stiffness-based measure that accounts for the ratio between the determinant of the stiffness matrix of the structure deprived of the damaged element (or connection) and the determinant of stiffness matrix of the undamaged structure. Baker et al. [2] proposed to measure the fraction of total system risk resulting from component failure. Biondini et al. [3] compared the effectiveness of various structural performance indicators and found that the ratios between either displacements or stored energies in the undamaged and damaged configurations are suitable for damage-tolerance analysis.

All of the above proposals were related to the assessment of the measure of system robustness and only to a small extent evaluated the contribution of elements, and this contribution was sequentially calculated for the elements of the systems and did not make it possible to simultaneously rank and compare the contributions of all elements.

An effective assessment of the role of elements in providing robustness is important at the conceptual design stage, especially for structures characterized by a high degree of static indeterminacy. And since the failure of an element is not necessarily related to an accidental action, and can be caused by human errors or poor workmanship, ranking allows you to indicate the places where you need to pay greater attention to the quality of work and justify the appropriate control procedures. And, finally, ranking helps to build a strategy for protection against accidental actions.

This is possible with the method for estimating contributions considered in this paper, which is based on using a projection matrix invariant with respect to the loading of the system and the stiffness properties of its elements.

2. Robustness and Progressive Collapse – Similarities and Differences

The very term “progressive collapse” is not very accurate, because it describes not the result, but rather the characteristic of the process, the nature of the collapse, which does not necessarily have the form of an avalanche-like expansion of the damage area up to a complete loss of system connectivity. But the term “disproportionate collapse” is more accurate, since it directly refers to the disproportionate scale of destruction compared to the primary structural damage, or in other words, to the discrepancy between the scale of accidental actions and their consequences.

Generally speaking, not every disproportionate collapse is progressive, and not every progressive collapse is disproportionate. That is, disproportionate collapse can occur with the sequential failure of elements one after another, in which case it will be progressive, or with an instant collapse of the entire structure. On the other hand, a large-scale progressive collapse may or may not become disproportionately large depending on whether the chain of failures stopped before a complete collapse.

The collapse of the World Trade Center towers in New York, which is often cited as an example, cannot reasonably be called disproportionate, since the

initial impact was very large. In other words, disproportionate collapse describes the consequences of a local damage, while progressive collapse describes the mechanism of failure propagation. In addition, disproportionate collapse should not be confused with a general collapse due to a strong earthquake, wind, hurricane, etc. when a whole series of simultaneous failures is possible (Fig. 1).

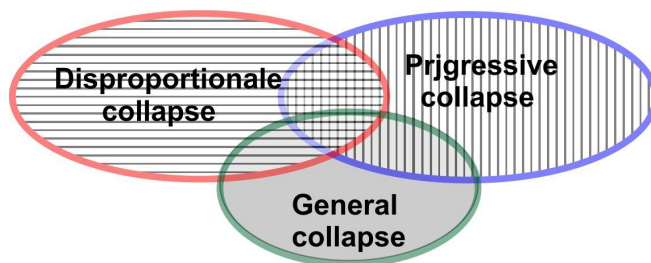


Fig. 1

Progressive (disproportionate) collapse stability analysis is usually identified with the robustness analysis [23, 9, 12]. This is how the situation is described, for example, in ISO 2394:2015, which provides the following definition: “Structural integrity (structural robustness): Ability of a structure not to be damaged by events like fire, explosions, impact or consequences of human errors, to an extent disproportionate to the original cause”.

But the very concept of robustness can have a broader meaning; it makes it possible to describe the properties of damaged structures more adequately. From the general technical view robustness is defined as “the property of a structure to maintain limited operability under external actions leading to failures of its component parts”.

Considered in this way, robustness takes into account not only the possibility of progressive collapse, but also all other possible losses of the system functionality in case of failure of individual elements. For example, for structures whose functional purpose is to provide strength, the safety factor value can serve as a functional characteristic, for oscillatory systems – the natural frequencies of free vibrations, for precision objects – shape accuracy and stability.

The definition of robustness as the ability of a structure to perform its main functions, despite the damage received, seems more reasonable, since in many cases, the loss of functionality may not be due to the failure propagation, as evidenced by numerous examples. Thus, just the failure of one span of a multi-span bridge crossing can lead to the complete loss of its functionality, and just one wire break is enough to stop electric power transmission. Functioning of both of these systems depends on their connectivity. The same applies to the need to preserve continuity – it is necessary to assess the possibility of the tank operation, where a hole in the wall or bottom can lead to its complete inoperability.

Progressive (disproportionate) collapse is characterized by the following features:

- abnormal event causing accidental (identifiable and/or unidentifiable) actions;
- local failure of an individual structural member, causing the collapse of a part of the structural system;
- disproportionately large scale of negative consequences compared to the local failure that caused them.

Fig. 2 gives a good idea of the essence of the phenomenon. It shows a well-known formula for the probability of collapse $P[\text{Collapse}]$ as a product of probabilities, where $P[H]$ is the probability of occurrence of hazard H ; $P[D|H]$ is the conditional probability of a local failure given the occurrence of hazard H ; $P[\text{Collapse}|D]$ is the conditional probability of occurrence of a collapse given the occurrence of the local failure D .

$$P[\text{Collapse}] = \underbrace{P[\text{Collapse}|D]}_{\text{Vulnerability}} \times \underbrace{P[D|H]}_{\text{Failure initialization}} \times \underbrace{P[H]}_{\text{Hazard}}$$

Robustness
Failure initialization

System
Element
Environment

Fig. 2

Notes to the probabilistic formula clarify the role of the system, its element and the environment, and also indicate the relationship between the basic concepts and the individual elements of this formula. And it should be noted right away that, as shown in the figure, invulnerability is not synonymous with robustness. Vulnerability can characterize both an element and a system, and robustness is a quality inherent only in the load-bearing system as a whole [18]. The vulnerability of a structure may vary depending on various hazards, i.e. the structure may be vulnerable to vehicle impacts, but not to seismic loads, while robustness will be the same for both hazards.

Literature related to the problem of robustness often uses the concept of redundancy of a design model, which is defined as the ability to redistribute loads between its elements, creating an alternative load transfer path or using other methods of protection. Their redundancy is primarily related to static indeterminacy, but it can also be determined by additional safety margins (design of key elements), plastic structural behavior providing the ability to absorb energy, or special protection elements.

It is important to clarify the goals when we say that we want to protect the structure from progressive collapse. It is often implied (usually implicitly) that our goal is to *eliminate the possibility* of progressive collapse. However, there are also other reasonable goals that can be and sometimes even have to be achieved.

One of such goals can be for example *the limitation of the scale* of local damage. A protection strategy using partitioning is possible here, and typical examples are easily dropped partitions used for protection against explosions,

when by limiting the scale of destruction only to the mentioned partitions, we interrupt the chain of failures. Firewalls or fire breaks in a fire protection system can also be mentioned as an example here.

Another goal is *the limitation of the rate of development* of the progressive collapse process. In fact, this is exactly what we are talking about when the fire resistance requirements (time to failure) are set taking into account the possibility of evacuating people from the fire zone (well, the building may collapse afterwards, although it is not desirable).

Finally, destruction can be limited by the *possibility of subsequent repair* of damaged structures. In fact, the whole theory of seismic protection is based on this idea.

3. Robustness Measure

According to the review [10] dozens of quantitative indicators of structural robustness are known. They can be classified into dependent on the stress state that preceded the failure of the element, and invariant with respect to the system load [1]. The former include all measures based on risk assessment, strength analysis, etc., the latter are based on the analysis of topological and stiffness characteristics, and in this sense are more general.

The analysis of the system properties invariant with respect to the stress state puts the focus on the structural analysis, the assessment of the role of individual parts of the structure and the ways of their interaction. It is related to the robustness study of systems whose local damage may occur due to unidentifiable accidental actions. In fact, the classical analysis of static geometric properties of bar systems designed for stable structures is developed here for the case of systems whose topology can change due to the failure of individual elements.

In this paper, we will consider only the analysis of hinged-bar systems, which will allow us to focus on the fundamental issues of the methodology.

The robustness of a bar system is directly related to static indeterminacy, and the degree of static indeterminacy is sometimes considered a measure of robustness. Despite the fact that the degree of static indeterminacy intuitively seems to be an ideal indicator of system safety [13], this metric provides only a necessary but not sufficient condition for robustness. A high degree of static indeterminacy does not mean a more robust structure (let's just take critical elements of the structure, for example, the removal of which leads to geometric instability).

In his works De Biagi [6, 5] related the robustness measure to the “complexity” of the system which is a metric based on the performance of the load paths through the structural scheme under an arbitrary loading and is estimated by the number of fundamental subsystems (geometrically stable main systems of the force method) that can be obtained for a given structure. As the degree of static indeterminacy increases, the number of fundamental subsystems increases at a faster rate, which requires special computational approaches.

The assembly of the system stiffness matrix involves both the topological and metric parameters of the system, therefore, its analysis was taken by many as the basis for developing the robustness measure.

It was proposed to use the condition number $k(\mathbf{K}) \geq 1$ of the stiffness matrix in [14, 15]. Since the condition number serves as a measure of the matrix proximity to degeneracy, and we want the stiffness matrix to be “far” from the set of irreversible degenerate matrices, an inverse value is used

$$\delta_S = \frac{1}{k(\mathbf{K})} = \frac{n}{\|\mathbf{K}\| \cdot \|\mathbf{K}^{-1}\|}, \quad (1)$$

where $\|\cdot\|$ is the Euclidean matrix norm. δ_S is in the range from 0 to 1, with a higher value indicating a more robust system.

A measure of importance is proposed to represent the contribution of a structural member to the robustness of the system. It was defined as a ratio of the determinant of normalized stiffness matrices of the undamaged structure \mathbf{K} and that of the damaged structure \mathbf{K}_i .

$$C_i = \frac{\det \mathbf{K}}{\det \mathbf{K}_i}. \quad (2)$$

This indicator varies from 1 to infinity, and the higher its value, the more critical the i -th element is for the robustness of the system. Starossec and Haberland [19, 20] proposed a similar measure to assess the system as a whole

$$R_S = \min_j \frac{\det \mathbf{K}}{\det \mathbf{K}_j}, \quad (3)$$

comparing the stiffness matrix of the undamaged structure and the structure damaged after the removal of j -th element.

The robustness of the system, its ability to function (perhaps with some loss of quality) without any failed element, indicates that it has a certain “redundancy”, i.e. it has some safety margins that ensure the existence of alternative load transfer paths, and are based on its static indeterminacy.

The assessment using a redundancy measure, proposed in [11], is quantitative. In this case, it becomes possible to assess the contribution of individual elements to ensuring robustness. The distribution of these contributions significantly depends on the geometric and topological properties of the structural complex. Depending on the geometric and topological relationships between the components of the system, material and cross-section, each element has its own effect on robustness. It is worth knowing where there is redundancy in the system and where damage is unacceptable due to the lack of alternative load paths.

The authors of [11] propose to perform the measurement of redundancy on the basis of the problem of assembling a truss system from elements with inaccurate length values. To resolve geometric discrepancies, it is necessary to adjust the geometric length of the elements and/or their connections, and therefore we need to apply some forces. It is assumed that these forces are closely related to the distribution of redundancy components in the structure

and can serve as an estimate of the role of elements in ensuring robustness. The sum of individual redundancy values of the elements, measured by a number from 0 to 1, is equal to the degree of static indeterminacy.

It should be noted that the redundancy matrix presented in [11] is, in fact, one of the variants introduced in [24] and developed in [16] of projection matrices that reflect load-independent static-kinematic properties of a multi-element statically indeterminate system. The use of projectors makes it possible to abandon the hypothesis that it is the assemblability that is the determining factor for assessing the contributions of individual elements to the robustness of the system.

4. Static-Kinematic Analysis. Projectors

In cases when the number of internal forces and displacements m exceeds the number of external unknowns n , the system of equilibrium equations, which has the following form in absence of external loads \mathbf{p}

$$\mathbf{Q}\mathbf{s} = \mathbf{0}, \quad (4)$$

allows a nontrivial solution

$$\mathbf{s}_0 = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (5)$$

with an arbitrary $(m-r)$ -dimensional column \mathbf{x} . Matrix \mathbf{A} represents forces in the principal system of the force method caused by unit values of unknowns \mathbf{x} .

Formula (5) defines a space of self-balanced forces \mathbf{s}_0 , the dimension of which $k = (m - r)$ is equal to the degree of static indeterminacy of the system. Forces obtained from (5) define the self-balanced stressed state at an arbitrary vector \mathbf{x} . These forces are initial ones (prestresses), and they usually arise during the erection of the structure, including the elimination of the mentioned discrepancy between the geometry of the system and the lengths of its elements, which form the vector of residuals Δ .

Forces that have to be applied to the bars for this are determined by the matrix formula of the displacement method

$$\mathbf{s} = (\mathbf{I} - \mathbf{F}\mathbf{Q}^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{Q})\mathbf{F}\Delta = (\mathbf{I} - \mathbf{F}\mathbf{M})\mathbf{F}\Delta, \quad (6)$$

where $\mathbf{K} = \mathbf{Q}\mathbf{F}\mathbf{Q}^T$ is the stiffness matrix of the system, \mathbf{F} is the matrix relating the bar elongations Δ with the forces \mathbf{s} ($\mathbf{s} = \mathbf{F}\Delta$), and \mathbf{M} is the projection matrix

$$\mathbf{M} = \mathbf{Q}^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T(\mathbf{Q}\mathbf{F}\mathbf{Q}^T)^{-1}\mathbf{Q}, \quad (7)$$

which was used in [11].

Since we are interested in the static and kinematic properties of the system, and more precisely, only in the conditions when it loses its variability property, it is more convenient to use another projector that does not contain the bar stiffness parameters. It is known [9], that the projection matrix \mathbf{R} related to the full rank matrix \mathbf{Q}

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - \mathbf{Q}^T(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T)^{-1}\mathbf{Q} \quad (8)$$

transforms any vector \mathbf{d}_0 into a vector $\mathbf{s}_0 = \mathbf{R}\mathbf{d}_0$, belonging to the kernel of the matrix \mathbf{Q} , i.e., satisfying homogeneous equations (1). But this means that the prestress force vector \mathbf{s}_0 is obtained using \mathbf{d}_0 , which can be treated as a vector

of arbitrary dislocation perturbations (such as bar elongations in a truss) causing prestress forces \mathbf{s}_0 .

By the way, besides formula (3), the following relation can be used to obtain \mathbf{R} , as shown in [9]

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}. \quad (9)$$

Matrix $\mathbf{R}=[\rho_{ij}]$ with elements ρ_{ij} has the following properties [10, 21]:

- a. \mathbf{R} is idempotent, i.e. $\mathbf{R}^2 = \mathbf{R}$;
- b. The trace of \mathbf{R} is equal to the degree of static indeterminacy of the system, i.e. $tr\mathbf{R}=r$;
- c. The eigenvalues of \mathbf{R} are equal to 0 or 1, where $\lambda_1=1, \dots, \lambda_r=1, \lambda_{r+1}=0, \dots, \lambda_m=0$, and the rank of \mathbf{R} is equal to its trace, i.e. $rank\mathbf{R}=tr\mathbf{R}=r$;
- d. If a diagonal element of the matrix \mathbf{R} is equal to zero, then all elements of the corresponding column and corresponding row are equal to zero.

If the diagonal element is equal to 1, and the other elements of the corresponding column and the corresponding row are zero, then the corresponding element does not affect the behavior of other elements (their values r_{ij} do not change) and the removal of this element from the system, reducing the degree of static indeterminacy by one, does not affect the geometric stability.

The redundancy component matrix shows a geometrical property of the structure. Since the sum of the diagonal elements of the matrix \mathbf{R} is equal to the degree of static indeterminacy, we can assume that the component ρ_{ii} indicates the degree of participation of the i -th element in the formation of the static indeterminacy of the system. Generally speaking, the smaller the value of component ρ_{ii} , the more important is the corresponding element in terms of ensuring stability. If the value equals 0, the corresponding element is essential. On the contrary, if its value is equal to 1, the corresponding element does not affect the behavior of other elements and its removal from the system reduces the degree of static indeterminacy by one but does not affect the stability in any way.

For structural elements that are *critical*, i.e. the removal of which leads to geometric instability [14], and the creation of prestressing forces with their help is impossible for any perturbation \mathbf{d}_0 . Indeed, by definition, such an element is necessarily included in the principal system of the force method and, therefore, the force in it cannot be considered as a component of the vector of unknowns \mathbf{x} . But this means that such an element must have corresponding zero-column and zero-row in the matrix \mathbf{R} (and, accordingly, in \mathbf{M}). It should be noted that it suffices to check whether the diagonal element of the projection matrix is equal to zero (see property “d”).

The reverse statement is true as well — a *conditionally critical* element (unlike a critical element, a conditionally critical element can be removed from the system without losing its geometric stability) has corresponding rows and

columns with non-zero elements in the projection matrix, while the main diagonal has a nonzero element.

Thus, the values of the projection matrix components are quantitative estimates that demonstrate how and through which elements the static indeterminacy is embedded in the system.

Unlike the complexity estimate [6, 5], which is related to the sequential analysis of possible load transfer paths through all possible principal systems of the force method, the projection matrix, which applies to all possible principal systems simultaneously, gives such an estimate immediately.

The elements ρ_{ii} of the main diagonal of the matrix \mathbf{R} show the importance of individual elements, and the non-diagonal elements evaluate the interaction between these elements. In this case, it is useful to normalize ρ_{ii} , and, given that they add up to r , it is reasonable to compare them using the values $c_i = (\rho_{ii}/r)$, the sum of which is equal to one.

If we talk about assessing the robustness of the structure as a whole, then we can take the minimum value as a cautious measure of robustness:

$$v_R = \min_i (c_{ii}). \quad (10)$$

Then the presence of critical elements indicates zero robustness of the system, which can be destroyed by removing such an element.

An alternative approach is possible, based on the hypothesis that in terms of robustness a system, where all elements are equally important and provide robustness to the same extent, will be the best. Since the trace of the matrix for a system of m bars is equal to the degree of static indeterminacy r , then such a situation will take place if all diagonal elements c_{ii} of the matrix \mathbf{R} (importance indicators) have the value $1/m$. Then, we can take the measure of the system robustness as the root-mean-square spread of its values:

$$C_R = \sqrt{(1/m) \sum_{i=1}^m (c_{ii} - (1/m))^2}. \quad (11)$$

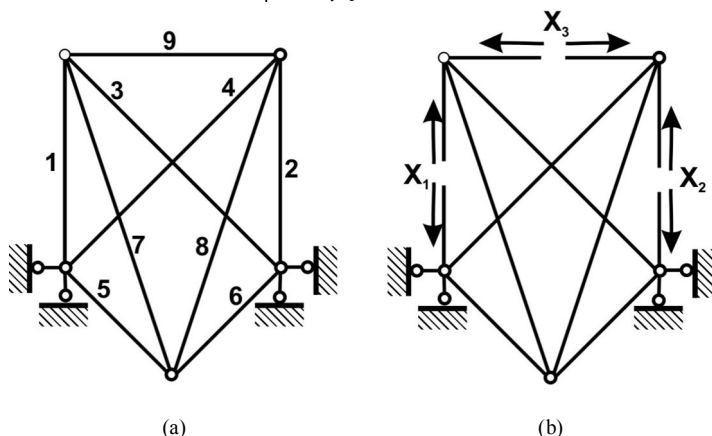


Fig. 3

As an example, consider a three times statically indeterminate system with unit stiffness properties shown in Fig. 3(a). The principal system, which was used to assemble the matrix of equilibrium equations \mathbf{A} , is shown in Fig. 3(b):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,000 & -0,001 & 0,706 & 1,413 & 0,706 & -1,580 & 0,001 & 0,000 \\ 0,000 & 1,000 & 0,706 & -0,001 & 0,706 & 1,413 & 0,001 & -1,580 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & -2,119 & -2,119 & -2,119 & -2,119 & 1,579 & 1,579 & 0,999 \end{bmatrix}.$$

Construct the projector \mathbf{R} using the formula (4). We have

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 6,490 & 1,990 & -8,477 \\ 1,990 & 6,490 & -8,477 \\ -8,477 & -8,477 & 23,945 \end{bmatrix}, \quad (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,313 & 0,091 & 0,143 \\ 0,091 & 0,313 & 0,143 \\ 0,143 & 0,143 & 0,143 \end{bmatrix}.$$

As a result we get:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,313 & 0,091 & -0,239 & -0,082 & 0,203 & 0,046 & -0,269 & 0,083 & 0,143 \\ 0,091 & 0,313 & -0,082 & -0,239 & 0,046 & 0,203 & 0,083 & -0,269 & 0,143 \\ -0,239 & -0,082 & 0,371 & 0,260 & 0,033 & 0,144 & 0,058 & -0,190 & -0,202 \\ -0,082 & -0,239 & 0,260 & 0,371 & 0,144 & 0,033 & -0,190 & 0,058 & -0,202 \\ 0,203 & 0,046 & 0,033 & 0,144 & 0,320 & 0,209 & -0,321 & -0,073 & 0,000 \\ 0,046 & 0,203 & 0,144 & 0,033 & 0,209 & 0,320 & -0,073 & -0,321 & 0,000 \\ -0,269 & 0,083 & 0,058 & -0,190 & -0,321 & -0,073 & 0,425 & -0,131 & 0,000 \\ 0,083 & -0,269 & -0,190 & 0,058 & -0,073 & -0,321 & -0,131 & 0,425 & 0,000 \\ 0,143 & 0,143 & -0,202 & -0,202 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,143 \end{bmatrix}.$$

Having performed the control calculation of the trace of the matrix \mathbf{R} , we obtain $\text{tr}\mathbf{R} = 3,000$, which coincides with the degree of static indeterminacy of the system. The system robustness estimates turned out to be $\nu_R = 0,145$ and $\mu_R = 0,236$. The deviation of μ_R from the ideal value $r/m = 0,333$ was 30%.

The fact that the kinematic properties of the system can be analyzed with the help of the projector \mathbf{R} can help to solve the issue of changing the static-kinematic class of the structure when removing an element of the system. If the k -th element is removed from the system, then the k -th component of the vector \mathbf{s}_0 must be equal to zero under any actions (including arbitrary dislocations \mathbf{d}_0), since there is no force in the missing element. To achieve this, it is necessary to exclude the variable $s_{0,k}$ from the system $\mathbf{s}_0 = \mathbf{R}\mathbf{d}_0$, by taking the Jordan elimination step [15] with the resolving element R_{kk} , after which the system $\mathbf{s}_0 = \mathbf{R}\mathbf{d}_0$ takes the following form

$$\begin{aligned} s_{0,i} &= \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{ij}^* d_{0,j} + \rho_{ik}^* s_{0,k} + \sum_{j=k+1}^m \rho_{ij}^* d_{0,j} \quad (i = 1, \dots, k-1), \\ d_{0,k} &= \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{kj}^* d_{0,j} + \rho_{kk}^* s_{0,k} + \sum_{j=k+1}^m \rho_{kj}^* d_{0,j}, \\ s_{0,i} &= \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{ij}^* d_{0,j} + \rho_{ik}^* s_{0,k} + \sum_{j=k+1}^m \rho_{ij}^* d_{0,j} \quad (i = k+1, \dots, m), \end{aligned} \quad (12)$$

where elements of the transformed matrix are marked with an asterisk. The condition $s_{0,k} = 0$ allows us to remove the k -th column, and the k -th row will contain an expression for determining the mutual approach of nodes connected by the removed element, and hence the k -th row can be removed as well.

The new matrix \mathbf{R}^* of order $(m-1)$ is also a projector, but for the structure with the k -th element removed. If now \mathbf{R}^* contains new zero rows and columns, it means that the corresponding elements have now become critical after the removal of the k -th element (and because of this removal)!

The Jordan elimination step with the resolving element r_{ks} transforms the matrix elements \mathbf{R} that do not belong to the resolving row or to the resolving column according to the formula

$$\rho_{ij}^* = \rho_{ij} - \rho_{is}\rho_{kj} / \rho_{ks} \quad (i \neq k, j \neq r). \quad (13)$$

If we take the value r_{kk} as a resolving element, then the new values r_{ij}^* show how the role of the corresponding elements has changed after the removal of the k -th bar from the system. The Jordan elimination step with the resolving element r_{99} (the 9-th bar is removed) gives a new projector for the system in Fig. 3:

$$\mathbf{R}^* = \begin{bmatrix} 0,17 & -0,052 & -0,037 & 0,12 & 0,203 & 0,046 & -0,269 & 0,083 \\ -0,052 & 0,17 & 0,12 & -0,037 & 0,046 & 0,203 & 0,083 & -0,269 \\ -0,037 & 0,12 & 0,086 & -0,025 & 0,033 & 0,144 & 0,058 & -0,19 \\ 0,12 & -0,037 & -0,025 & 0,086 & 0,144 & 0,033 & -0,19 & 0,058 \\ 0,203 & 0,046 & 0,033 & 0,144 & 0,32 & 0,209 & -0,321 & -0,073 \\ 0,046 & 0,203 & 0,144 & 0,033 & 0,209 & 0,32 & -0,073 & -0,321 \\ -0,269 & 0,083 & 0,058 & -0,19 & -0,321 & -0,073 & 0,425 & -0,131 \\ 0,083 & -0,269 & -0,19 & 0,058 & -0,073 & -0,321 & -0,131 & 0,425 \end{bmatrix},$$

which shows how much the role of the 1st and 2nd bars has grown in the changed system. The calculation shows that $\text{tr}\mathbf{R}^* = 2,002$.

The most interesting is the case when new critical elements can appear in a system that has changed due to the removal of the bar, as evidenced by the condition

$$\rho_{ss}\rho_{kk} = \rho_{rs}\rho_{sk}. \quad (12)$$

New critical elements indicate the lack of robustness of the analyzed system (their removal leads to a general collapse).

In conclusion, it should be noted that the possibility of using projectors and their transformations by Jordan elimination steps in the robustness analysis was pointed out in [25].

5. The Case of Partial Damage (Weakening) of Bars

Local failure, initiating further failure propagation through the elements of the system, does not necessarily have to be a complete collapse of the element of the system. In our case, we will assume that the initiating event is the damage to the bar, which reduces its cross-sectional area A_i by a value with a

degree estimated by the factor $\xi \leq 1$, and the initial value of the area is transformed into ξA_i .

To assess the effect of partial failure (weakening) of the bars, it is more convenient to use the projector \mathbf{M} , which, as can be seen from (4), uses a diagonal matrix \mathbf{F} with elements equal to the stiffness of the bars $F_{ii} = l_i/EA_i$. Like the projector \mathbf{R} , the trace of the projector \mathbf{M} is equal to the rank of the matrix of equilibrium equations \mathbf{Q} [16].

$$\text{tr}\mathbf{M} = -r. \quad (13)$$

Projector \mathbf{M} for the system in Fig. 3:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0,382 & 0,053 & 0,058 & 0,101 & -0,098 & -0,054 & 0,111 & 0,009 & -0,062 \\ 0,053 & 0,312 & -0,024 & -0,113 & -0,024 & -0,113 & -0,052 & 0,160 & 0,027 \\ 0,058 & -0,024 & 0,266 & -0,151 & -0,054 & 0,028 & 0,108 & -0,087 & 0,112 \\ 0,101 & -0,113 & -0,151 & 0,334 & 0,004 & -0,011 & -0,014 & 0,020 & 0,094 \\ -0,098 & -0,024 & -0,054 & 0,004 & 0,340 & -0,102 & 0,172 & 0,035 & -0,011 \\ -0,054 & -0,113 & 0,028 & -0,011 & -0,102 & 0,359 & 0,050 & 0,142 & -0,029 \\ 0,111 & -0,052 & 0,108 & -0,014 & 0,172 & 0,050 & 0,268 & 0,057 & -0,006 \\ 0,009 & 0,160 & -0,087 & 0,020 & 0,035 & 0,142 & 0,057 & 0,304 & 0,038 \\ -0,062 & 0,027 & 0,112 & 0,094 & -0,011 & -0,029 & -0,006 & 0,038 & 0,435 \end{bmatrix}.$$

The weakening of the cross-section of the k -th bar, for example, changes the values of its stiffness, which becomes equal to $F_{kk} = l_k/\xi EA_k$. Naturally, this affects the magnitude of the main diagonal elements M_{ii} of the projector \mathbf{M} , which, as in the case of the projector \mathbf{R} , indicate the degree of participation of the i -th element in the formation of the static indeterminacy of the system. The role of the damaged bar decreases. In case of the complete collapse of the k -th bar ($\xi = \infty$), the k -th column and the k -th row are zeroed in the projector \mathbf{M} .

Since the condition (11) must be satisfied, the role of the remaining undamaged elements increases, they take on the role of an alternative way of transferring the part of the load that the damaged element cannot take. The extent to which this role is transferred to undamaged elements can be seen from the value of the increase in the corresponding elements of \mathbf{M} . For the example considered earlier, the value of \mathbf{M} for the case $\xi = 0,5$ will be as follows:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0,389 & 0,050 & 0,045 & 0,091 & -0,096 & -0,051 & 0,112 & 0,005 & -0,078 \\ 0,050 & 0,313 & -0,019 & -0,109 & -0,025 & -0,115 & -0,052 & 0,162 & 0,034 \\ 0,045 & -0,019 & 0,288 & -0,133 & -0,056 & 0,022 & 0,107 & -0,080 & 0,140 \\ 0,091 & -0,109 & -0,133 & 0,350 & 0,002 & -0,015 & -0,015 & 0,026 & 0,117 \\ -0,096 & -0,025 & -0,056 & 0,002 & 0,340 & -0,102 & 0,172 & 0,034 & -0,014 \\ -0,051 & -0,115 & 0,022 & -0,015 & -0,102 & 0,360 & 0,050 & 0,140 & -0,037 \\ 0,112 & -0,052 & 0,107 & -0,015 & 0,172 & 0,050 & 0,268 & 0,057 & -0,007 \\ 0,005 & 0,162 & -0,080 & 0,026 & 0,034 & 0,140 & 0,057 & 0,306 & 0,047 \\ -0,078 & 0,034 & 0,140 & 0,117 & -0,014 & -0,037 & -0,007 & 0,047 & 0,385 \end{bmatrix}.$$

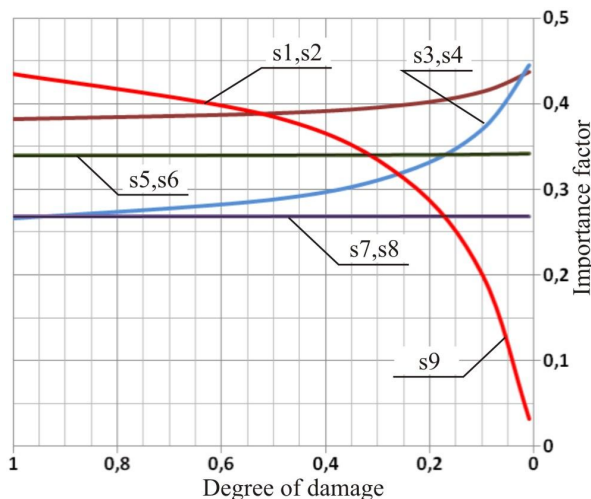


Fig. 4

Fig. 4 shows the graphs of elements of the main diagonal \mathbf{M} versus the value of the parameter ξ , indicating the degree of damage to the 9th bar. It can be seen that the role of the alternative path is mainly played by the forces in bars 3 and 4.

If we consider the parameter ξ as a measure of accumulated damage, then from Fig. 4 it can be seen that at small ξ the system is characterized by low sensitivity to the failure of element 9 and such a weakening effect can be neglected. And only with a further increase in the degree of damage ($\xi > 0,5$) the system begins to react intensively to the damage.

Sensitivity of internal forces in a system with the stress state characterized by the vector of internal forces

$$\mathbf{s} = [S_1^0 \ S_2^0 \ \dots \ S_m^0]^T, \quad (14)$$

is calculated by the formula [16]

$$\frac{\partial S_r}{\partial A_k} = \sum_{k=1}^m \mu_{rk} \frac{S_k^0}{A_k} = \sum_{k=1}^m \sigma_k^0 \mu_{rk}, \quad (15)$$

where μ_{rk} are elements of the projection matrix \mathbf{M} .

The change in the stress state of the bars caused by the weakening of the damaged element nonlinearly depends on the degree of damage ξ . This is evidenced by the graphs in Fig. 5, describing the change in the forces in the bars according to Fig. 3 depending on the degree of damage of the 9th bar.

It is known [26, 27], that the relationship between forces and the parameter ξ has a hyperbolic character and can be represented by the following expression:

$$S_i = A + \frac{B}{C + \xi}.$$

Three parameters A , B and C can be calculated for three force values obtained at different values of ξ , which then makes it possible to reject the numerical solution of the problem.

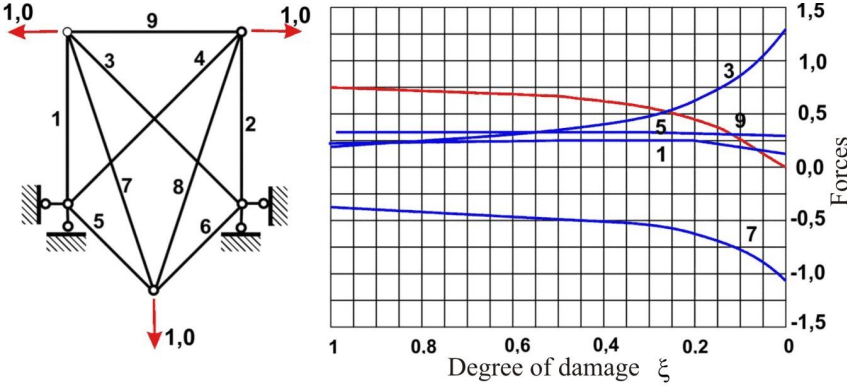


Fig. 5

And with relatively small changes in the cross-sectional area of the k -th bar, the forces in the truss bars will change by

$$\Delta S_r = \sum_{k=1}^m \sigma_k^0 \mu_{rk} \Delta A_k = (1 - \xi) \sum_{k=1}^m S_k^0 \mu_{rk} \quad (r = 1, 2, \dots, m). \quad (16)$$

Linear prediction (16) is approximate, apparently, its use is justified for values of ξ not exceeding 0,5.

6. Conclusion

Representation of the static-kinematic properties of hinged-bar systems with the help of projection matrices of the system of equilibrium equations makes it possible to analyze the degree of participation of individual bars in the formation of static indeterminacy and geometric stability of the structure.

In addition, the matrix also indicates the rule for the redistribution of the action components in case of failure or weakening of the bar. The advantage of the considered approach, which distinguishes it from most other proposed methods for assessing robustness, is its invariance with respect to the load on the system. The latter is very important in the case of assessing robustness of structures under unidentifiable accidental actions.

Truss structures with a single-component vector of internal forces were analyzed as the simplest ones in terms of computation, but the principles of the approach to assessing the role of individual elements of the system using a projection matrix have a wider scope.

REFERENCES

1. Adam JM, Parisi F, Sagaseta J, Lu X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building.”structures in the 21st Century // *Engineering Structures*, 2018, Vol. 173— 122-149.
2. Baker J.W., Schubert M., Faber M.H. On the assessment of robustness // *Structural Safety*, 2008, Vol. 30 — P. 253–267
3. Biondini F., Frangopol D.M., Restelli S., On structural robustness, redundancy and static indeterminacy // *Structures Congress 2008: Crossing Borders*, 2008. — P. 1-10.
4. Brett C. Assessment of robustness of structures: current state of research / C. Brett, Y. Lu // *Frontiers of Structural and Civil Engineering*. – 2013, – No 7(4). □ P. 356-368. <https://doi.org/10.1007/s11709-013-0220-z>
5. De Biagi V. Structural behavior of a metallic truss under progressive damage // *International Journal of Solids and Structures*, 2016, Vol. 82, pp. 56-64.
6. De Biagi V., Chiaia B. Complexity and robustness of frame structures // *International Journal of Solids and Structures*, 2013. Vol. 50(22), pp. 3723-3741.
7. Eriksson A., Tibert A.G. Redundant and force-differentiated systems in engineering and nature // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, Vol. 195– P. 5437–5453.
8. Ghosn M., Frangopol D.M., McAllister, T.P., Shah M., Diniz S.M.C., Ellingwood B.R., Manuel L., Biondini F., Catbas N., Strauss A., et al. Reliability-based performance indicators for structural members // *Journal of Structural Engineering*. 2016, Vol. 142, F4016002.
9. Jiang J., Zhang O., Li L., Chen W., Ye J., Li G-O. Review on Quantitative Measures of Robustness for Building Structures Against Disproportionate Collapse // *International Journal of High-Rise Buildings*, 2020, Vol. 9, No 2 – P. 127-154 <https://doi.org/10.21022/IJHRB.2020.9.2.127>
10. Jiang J., Zhang O., Li L., Chen W., Ye J., Li G-Q. Collapse Review on Quantitative Measures of Robustness for Building Structures Against Disproportionate // *International Journal of High-Rise Buildings*, 2020, Vol. 9, No 2 — P. 127-154.
11. Kou X., Li L., Zhou Y., Song J. Redundancy Component Matrix and Structural Robustness // *International Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2017, 11 — P. 1150–1155.
12. Li L.L., Li G.Q., Jiang B., Lu Y. Analysis of robustness of steel frames against progressive collapse // *Journal of Constructional Steel Research*, 2018 , No.143. – P. 264-278.
13. Nafday A.M. System Safety Performance Metrics for Skeletal Structures // *Journal of Structural Engineering*, 2008, Vol. 134, No. 3, pp. 499-504.
14. Nafday A.M. System Safety Performance Metrics for Skeletal Structures // *Journal of Structural Engineering*, 2008, 134(3) — P. 499-504.
15. Nafday AM. (). “Consequence-based structural design approach for black swan events // *Structural Safety*, 2011, Vol. 33(1) — P. 108-114.
16. Perelmuter A.V., Slivker V.I. Numerical Structural Analysis: Models: Methods and Pitfalls.— Berlin-New York-London-Milan-Paris-Tokyo: Springer Verlag, 2003.— 600 p.
17. Starossek U., Haberland M. Approaches to measures of structural robustness // *Structure and Infrastructure Engineering*, 2011, 7 (7-8) — P. 625-631 .
18. Starossek U., Haberland M. Disproportionate collapse: terminology and procedures // *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2010, Vol. 24(6) – P. 519-528.
19. Starossek, U., Haberland M. Evaluating measures of structural robustness // *Proceedings of Structural Congress*, 2009. — P. 1758-1765.
20. Starossek, U., Haberland M. Measures of structural robustness – requirements & applications // *Proceedings of the ASCE SEI 2008 Structural Congress – Crossing Borders*, Vancouver, Canada, April 24-26. — 2008.
21. Strang G. Introduction to Linear Algebra — Wellesley: Cambridge Press, 2016 — 574 p.
22. Zhu, B., Frangopol D.M. Reliability, redundancy and risk as performance indicators of structural systems during their life-cycle // *Engineering Structures*. 2012, Vol. 41 — P. 34–49.
23. Kudishin Yu.I., Drobot D.Yu. Robustness of Building Structures is an Important Factor in Reducing Losses in Accidents // *Steel Structures*. – Makiivka: DonNASA. – 2009. – No. 1 – p. 61 – 72.

24. Perelmuter A.V. The Effect of Stiffness Variation on Force Redistribution in a Statically Indeterminate System // Structural Mechanics and Structural Analysis.— 1974.— No. 5.— p. 64–67.
25. Perelmuter A.V. Assessment of Robustness of Load-Bearing Structures // Metal Structures: Works of Professor N.S. Streletskiy.— M.: MGSU, 1995.— p. 62–68.
26. Rabinovich I.M. On the Theory of Statically Indeterminate Trusses — Moscow: Transzheldorizdat, 1933, 119 p.
27. Majid K.I. Optimum design of structures — London: John Wiley & Sons, 1974 — 264 p.

Стаття надійшла 05.09.2022

Перельмутер А. В.

ДО ОЦІНКИ ЖИВУЧОСТІ ШАРНІРНО-СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМ

Як правило, проектування конструкцій враховує передбачувані навантаження і для таких варіантів роботи підбираються розміри поперечних перерізів. Однак конструкції можуть зазнавати і непередбачених подій, таких як інтенсивні явища навколишнього середовища, аварії, зловмисні дії, а також помилки планування або виконання. Ця обставина визначає інтерес до проблеми живучості конструкцій, якій останнім часом присвячується багато робіт.

Ця стаття присвячена методам оцінки живучості шарнірно-стрижневих систем. Об'єктом дослідження обрані фермові конструкції, найпростіші у обчислювальному відношенні, але що дають можливість повністю проілюструвати запропонований підхід.

Спочатку аналізуються відмінності прогресуючого обвалення (опис процесу) від непропорційного розвитку локальних руйнувань (опис стану). Вказується на узагальнюючий характер поняття живучості та її від поняття невразливості.

Розглядається проблема виміру живучості. Аналізуються відомі кількісні оцінки живучості, основна увага при цьому спрямована на оцінки, інваріантні по відношенню до напруженого стану як більш загальні. Розглядаються оцінки, що використовують такі властивості матриці жорсткості як число обумовленості, або засновані на зіставленні детермінантів початкової матриці жорсткості, що змінилася. Вказується те що, що ступінь статичної невизначеності може лише необхідним, але недостатнім вимірником живучості.

Відзначається відомий варіант оцінки живучості за допомогою матриці надмірностей, що визначається зусиллями, які необхідно докласти для складання системи з елементів, що мають довжину, відмінну від проектної. Цьому варіанту протиставляється використання матриці-проектора, елементи головної діагоналі якої вказують на ступінь стрижнів у забезпеченні живучості. Розглянуто основні властивості проектора, обумовлені тим, що він є матрицею нильпотентною. Показана можливість перерахунку початкової матриці-проектора до проектора системи, що змінилася, за допомогою кроку жорданових виключень. На найпростішому прикладі демонструються формування та зміни матриці-проектора.

Крім руйнування стрижня розглядається і випадок його ушкодження (часткового руйнування), показано як це позначається зміни проектора і перерозподіл внутрішніх зусиль.

Ключові слова: живучість, прогресуюче руйнування, межа живучості, проективна матриця, фактори участі.

Perelmuter A. V.

ASSESSMENT OF ROBUSTNESS OF HINGED-BAR SYSTEMS

Typically in structural design, foreseeable loads are assumed in a dimensioning exercise. Structures can, however, be exposed to largely unforeseeable events such as intense environmental phenomena, accidents, malicious acts, and planning or execution errors. This circumstance determines the interest in the problem of structural robustness, which has been the subject of many recent works.

This paper focuses on methods for assessing the robustness of hinged bar systems, considering truss structures as an example. They are the simplest in terms of computation, but make it possible to fully illustrate the proposed approach.

First, the differences between progressive collapse (description of the process) and the disproportionate propagation of local failures (description of the state) are analyzed. The generalizing nature of the concept of robustness and its differences from the concept of invulnerability are pointed out.

The paper considers the problem of measuring robustness. The known quantitative estimates of robustness are analyzed focusing on estimates that are invariant with respect to the stress state, as more general ones. The paper considers estimates that use such properties of the stiffness matrix as the condition number, or based on a comparison of the determinants of the original and changed stiffness matrices. It is pointed out that the degree of static indeterminacy can serve only as a necessary, but insufficient measure of robustness.

The paper considers a well-known method of robustness assessment using a redundancy matrix determined by the forces that must be applied to assemble the system from elements with the length different from the design one. This method is opposed to the use of a projection matrix, the main diagonal elements of which indicate the degree of participation of the bars in ensuring robustness. The main properties of the idempotent projection matrix are considered. The paper illustrates the possibility of recalculating the projection matrix for the changed system with the help of the Jordan elimination step. A simple example demonstrates assembling and changing the projection matrix.

In addition to the failure of the bar, the case of its damage (partial failure) is also considered, it is shown how it affects the change in the projector and the redistribution of internal forces.

Keywords: Robustness, Progressive collapse, Robustness measure, Design matrix, Participation factors.

УДК 624.046.2

Перельмутер А. В. До оцінки живучості шарнірно-стрижневих систем // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 3-19.

Стаття присвячена методом оцінювання живучості шарнірно-стрижневих систем. Пропонується використання матриці-проектора, елементи головної діагоналі якої вказують на ступінь участі стрижнів у забезпеченні живучості. Розглянуто основні властивості проектора, обумовлені тим, що він є нільпотентною матрицею.

Лл. 5. Табл. 0. Бібліог. 27 назв

УДК 624.024.046.5+006.036

Perelmuter A. V. Assessment of robustness of hinged-bar systems // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 3-19.

The article is devoted to methods of assessing the survivability of hinge-rod systems. It is proposed to use a projector matrix, the elements of the main diagonal of which indicate the degree of participation of the rods in ensuring survivability. The main properties of the projector due to the fact that it is a nilpotent matrix are considered.

Figs. 5. Tabs. 0. Refs. 27.

Автор: доктор технічних наук, старший науковий співробітник Перельмутер Анатолій Вікторович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, вул. Освіти 3А, оф. 2

Робочий тел.: +38(044)249-71-91

Мобільний тел.: +38(050)382-16-25

E-mail: avp@scadsoft.com

SCOPUS ID: 6602444316

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9537-2728>

UDC 539.3

DYNAMICS OF PRIMARY STRUCTURE COUPLED WITH SINGLE-SIDED VIBRO-IMPACT NONLINEAR ENERGY SINK**P.P. Lizunov,****O.S. Pogorelova,****T.G. Postnikova***Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotskyave., Kyiv, Ukraine, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.20-29

In this paper, we consider a two-mass 2-DOF vibro-impact system, consisting of a linear oscillator, called the primary structure, and an impact damper attached to it. A damper with a small mass hits a wall rigidly connected to the primary structure. This scheme corresponds to the scheme of single-sided vibro-impact nonlinear energy sink – SSVI NES. It is shown that even a light damper can reduce the amplitude and velocity of the primary structure oscillatory movement, that is, decrease its energy. Further optimization of damper parameters should improve this effect. The impact simulation using Hertz's nonlinear contact force makes it possible to take into account the mechanical characteristics of all colliding surfaces in more detail. The introduction of the initial distance between the primary structure and the damper into the calculation scheme makes it possible to take into account the impact between bodies and see when this impact is absent.

Keywords: vibro-impact, primary structure, damper, nonlinear energy sink.

1. Introduction

Vibration reduction in engineering in general and in the construction of high-rise structures in particular has always aroused great interest among engineers and scientists. Two decades ago, a proposal appeared to use special dampers for this – nonlinear energy sinks (NESs). Nonlinear energy sinks have been proposed as a practical and robust means of passively protecting buildings structures subjected to extreme transient loads. Recently there has been a significant growth in the field of NES. Various types of NESs have been introduced for vibration mitigation in variety of dynamical and structural engineering systems and have been described in the scientific literature and in particular in the most recent articles. In [1], the authors compare the different types of NESs. They consider the single-sided vibro-impact (SSVI) NES to be the most effective and efficient type among the common ones. The coefficient of restitution is discussed, since in the vast majority of investigations the impact is simulated by recalculation of the velocity reversal at the impact moment. The authors consider that using the restitution coefficient 0.45 instead of the commonly used 0.7 (steel-to-steel impact) may significantly improve the SSVI NES performance. In [2], a new vibro-impact bistable nonlinear energy sink with relatively light weight attached to a damped linear oscillator is proposed to form a two-degree-of-freedom nonlinear mechanical system with bilateral rigid constraints. The state of the system after instantaneous impact is described by the simplified shock theory and the momentum conservation. In [3], the authors' attention is focused on the vibration reduction of a beam using a vibro-impact

absorber with adjustable clearance. The response of the beam under harmonic excitation demonstrates the existence of an optimal clearance that leads to the lowest level of vibration of the beam. The article [4] addresses the effect of gravity and sliding friction on the dynamics around targeted energy transfer of an inclined VI NES. The authors believe that the results open a door for appropriately taking advantage of the gravity into the VI NES design to improve its damping performance. The analysis performed in [5] shows that the energy in the system can be redistributed between the different impact modes. A new evaluation criterion called the vibro-impact vibration reduction factor is proposed in order to better evaluate the energy dissipation performance of the SSVI NES. The relationship between this factor and the energy free impact mode coefficient is investigated using the Hilbert transform. The effect of the SSVI NES parameters on the energy dissipation performance under various initial conditions is discussed. A satisfactory region for the SSVI NES design, which is identified via numerical simulation, is proposed. In [6], the authors argue that a properly designed VI NES, working with 1–2 impacts per cycle, is capable for effective broadband energy harvesting over a wide amplitude and frequency range. The performed in [7] asymptotic analysis reveals that the system with attached NES may have simultaneous stable attractors. Numerical simulations highlights a possible competition between stable attractors and allows us to investigate their basins of attraction. The work [8] treats the dynamics of hybrid vibro-impact NES attached to a linear primary structure as a passive energy absorber. The NES exhibits rich dynamics, consisting of sustained linear oscillations, sustained impacts of various frequencies, and alternating transition between both regimes. The analytical results are supported by numerical verifications. The paper [9] proposes an approach for the optimal design of NESs installed in structures subjected to stochastic excitation. Parametric optimization of an NES installed at the top of a shear building structure is performed to illustrate the proposed methodology. The paper [10] presents a comprehensive study on seismic response mitigation of building structures enabled by a novel vibro-impact dual-mass damper. It consists of a linear oscillator and a nonlinear oscillator with impact surfaces between these two oscillators. Its experimental studies are carried out on a three-story steel frame structure with different column layouts. The authors believe that this damper demonstrates great potential as an effective control strategy for seismic response mitigation of building structures. The paper [11] presents a track NES and a SSVI track NES as effective control strategies to mitigate the seismic response of high-rise buildings. The performance of these devices is evaluated comprehensively when attached to a representative 32-story high-rise building. Numerical results show that the SSVI track NES exhibits strong robustness against changes in the structural stiffness and the input energy level. The cost-effectiveness of the SSVI track NES is also demonstrated on a 20-story shear-frame building. The seismic performance of the SSVI track NES can be further improved by adjusting the position of the impact surface. The authors believe that the track NES and, more so, the SSVI track NES can be designed as highly cost-effective control strategies and offer a promising solution for seismic response mitigation of high-rise buildings.

In [12], we have indicated some of NES types and described the chosen model – vibro-impact NES. The article [12] contains a mini-review and the bibliography of the works on NESs. Now, we study some dynamics aspects of single-sided vibro-impact nonlinear energy sink – SSVI NES. It is recommended to use low-mass dampers as NES (about 1% from the primary structure mass). The study of impact processes in vibro-impact systems is associated with subtle dynamic effects accompanying impacts between bodies. We want to emphasize two things. First, we take into account the impacts between the primary structure and the damper. This impact is absent when the exciting force is not large. However, with an increase in the exciting force, these impacts exist and affect the system dynamics. The introduction of the initial distance between the primary structure and the damper into the calculation scheme makes it possible to find cases where these impacts are absent, while according to the motion equations without this distance, these impacts always exist. Secondly, the impact simulation using the nonlinear Hertz's contact force allows us to take into account the mechanical characteristics of the colliding surfaces in more detail. The choice of suitable Young's moduli of elasticity can be useful instead of the restitution coefficient choice.

Thus, the goals of this paper are:

- to show a decrease in the primary structure amplitude and velocity during its oscillatory motion when a low-mass damper is attached to it;
- to show this reduction for various damper masses and different amplitudes of the harmonic exciting force.

2. Mathematical model

The system under consideration is a two-body 2-DOF vibro-impact system. A linear elastic spring with a stiffness k_1 and a damper with a damping coefficient c_1 attaches its main body of mass m_1 , called the primary structure, to a fixed wall. It moves along the base without friction. An absorber of much smaller mass m_2 is connected to the primary structure by a linear elastic spring with a stiffness k_2 and a damper with a damping coefficient c_1 . The harmonic force $F(t)$ acting on the primary structure causes an oscillatory motion in which the shock absorber hits a wall rigidly connected to the primary structure. The bodies coordinates are x_1 and x_2 ; the zero mark of the x -axis at the primary structure mass center in an equilibrium state when all springs are not deformed. The initial distance between the bodies, that is, the length of the undeformed right spring, is equal to D . The distance to the right movable wall is C ; this distance defines the clearance. We emphasize that we take into account the distance D and insert it into the motion equations, since this allows us to obtain the movement without impact between bodies m_1 and m_2 . Otherwise, this impact

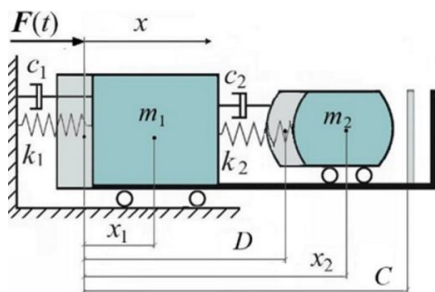


Fig. 1. Calculation scheme of SSVI NES

Otherwise, this impact

occurs always and must be taken into account. The calculation scheme of this system is depicted in Fig. 1. It corresponds to scheme of single-sided vibro-impact nonlinear energy sink (SSVI NES) [12,13].

The motion equations for this system are as follows:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1 - D) &= \\ = F(t) - \mathbf{H}(\mathbf{z}) \mathbf{F}_{con}(\mathbf{z}) + \mathbf{H}(\mathbf{z}_1) \mathbf{F}_{con}(\mathbf{z}_1), & (1) \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1 - D) &= \\ = +\mathbf{H}(\mathbf{z}) \mathbf{F}_{con}(\mathbf{z}) - \mathbf{H}(\mathbf{z}_1) \mathbf{F}_{con}(\mathbf{z}_1). & \end{aligned}$$

Exciting harmonic force $F(t) = P \cos(\omega t + \varphi_0)$. Its period $T = 2\pi/\omega$.

The initial conditions are: at $t=0$ we have

$$x_1(0) = 0, x_2(0) = D, \dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0, \varphi_0 = 0. \quad (2)$$

Here $H(z)$ is the Heaviside step function $H(z) = \begin{cases} 1, z \geq 0 \\ 0, z < 0 \end{cases}$, $F_{con}(z)$ – the contact interactive force that simulate an impact. It has the following form for impact between bodies, since we are simulating the impact using the Hertzian contact theory [14,15]:

$$\begin{aligned} F_{con}(z) &= K[z(t)]^{3/2}, \\ K &= \frac{4}{3} \frac{q}{(\delta_1 + \delta_2)\sqrt{A+B}}, \quad \delta_1 = \frac{1-\nu_1^2}{E_1\pi}, \quad \delta_2 = \frac{1-\nu_2^2}{E_2\pi}, \end{aligned} \quad (3)$$

and the same form for the impact of the damper on the right wall, moving along with the primary structure:

$$\begin{aligned} F_{con}(z_1) &= K_1[z_1(t)]^{3/2}, \\ K_1 &= \frac{4}{3} \frac{q_1}{(\delta_3 + \delta_4)\sqrt{A_1+B_1}}, \quad \delta_3 = \frac{1-\nu_3^2}{E_3\pi}, \quad \delta_4 = \frac{1-\nu_4^2}{E_4\pi}. \end{aligned} \quad (4)$$

Here z and z_1 are the colliding bodies r approachment upon impact, since the Hertz's theory allows local deformations in the contact zone. $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ are Poisson's ratios; E_1, E_2, E_3, E_4 are Young's moduli of elasticity for fourth colliding surfaces; A, A_1, B, B_1, q, q_1 are constants characterizing the contact zones geometry. The absorber surfaces, both left and right, are assumed to be spherical with large radii R and R_1 ; the contact surfaces of the primary structure and the right obstacle are flat. Then $A = B = 1/2R$, $A_1 = B_1 = 1/2R$, $q = q_1 = 0.319$ as in the collision of a plane and a sphere.

When an impact between the bodies occurs, then

$$x_1 \geq x_2, \text{ that is, } x_1 - x_2 \geq 0.$$

There is no impact when $x_1 < x_2$, that is, $x_1 - x_2 < 0$. Then $z = x_1 - x_2$.

The impact of the damper on the right wall, moving together with the primary structure, occurs when

$$x_2 = x_1 + C, \text{ that is, } x_2 - x_1 = C, \text{ i.e. } x_2 - x_1 - C = 0.$$

During impact $x_2 - x_1 - C \geq 0$.

There is no impact when $x_2 - x_1 - C < 0$. Then $z_1 = x_2 - x_1 - C$.

Numerical parameters of the considered system are listed in Table 1.

Table 1

Numerical parameters of vibro-impact system (SSVI NES)

$m_1 = 1000 \text{ kg}$	$m_2 = 50 \text{ kg}$	$A = B = 0.5 \text{ m}^{-1}$
$k_1 = 3.95 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$	$k_2 = 3.19 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$	$q = 0.319$
$c_1 = 4.52 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$	$c_2 = 4.07 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$	$A_1 = B_1 = 0.5 \text{ m}^{-1}$
$E_1 = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	$E_2 = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	$q_1 = 0.319$
$E_3 = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	$E_4 = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	$D = 0.05 \text{ m}$
$\nu_1 = 0.3$	$\nu_2 = 0.3$	$C = 0.06 \text{ m}$
$\nu_3 = 0.3$	$\nu_4 = 0.3$	$\omega = 7.23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

3. Numerical results

3.1. There is no impact between the bodies, but the damper hits the right wall, which moves along with the primary structure

Two options are considered when the amplitude of exciting force is 200 N and 500 N (Fig. 2 and Fig. 3). The graphs of the both bodies displacements are presented in figures (a); graphs of their velocities are shown in figures (b). The brown curves correspond to characteristics of damper; the black curves correspond to the primary structure. The upper brown sharp peaks on displacement plots clearly show impacts against the obstacle. The brown and black curves on displacement plots do not touch because there is no collision between the bodies. Figures (c) show the difference in displacements $x_2 - x_1$. The upper blue peaks $x_2 - x_1 = 0.06 \text{ m}$ show impacts against an obstacle. In figures (d), the contact force is shown in red along with the exciting force. This is a T -periodic vibration mode with one impact per cycle. The impact contact force is much greater than the exciting force. Figures (e) and (f) give the phase trajectories for both bodies. Figures (f) clearly show the velocities reversal when the damper hits an obstacle.

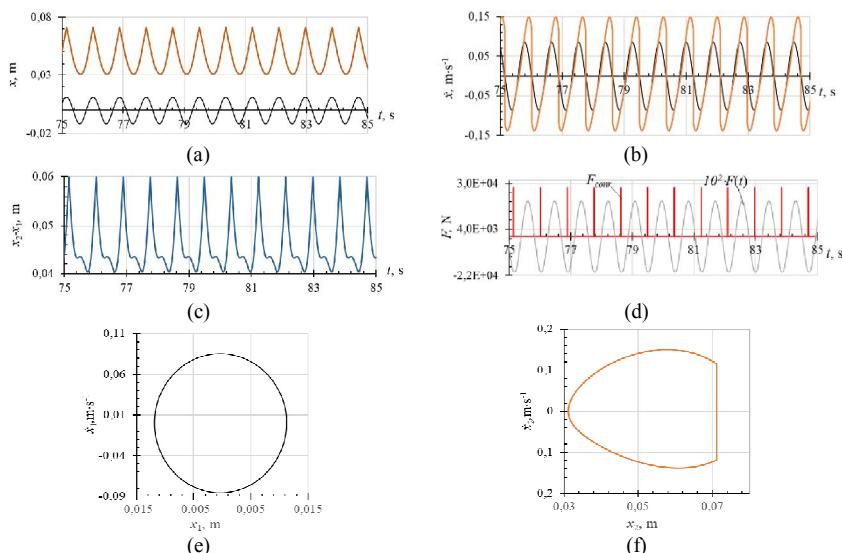


Fig. 2. Characteristics of both bodies oscillatory movement at the amplitude of the exciting force $P=200 \text{ N}$

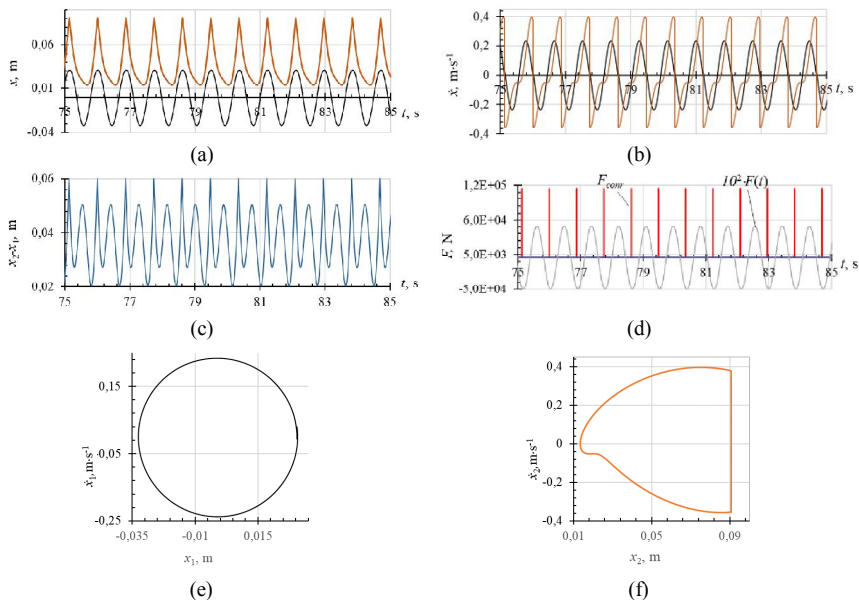


Fig. 3. Characteristics of both bodies oscillatory movement at the amplitude of the exciting force $P=500$ N

3.2. There are impacts between the bodies and the damper hits the right wall, which moves along with the primary structure

With an increase in the amplitude of the exciting force, the impacts between bodies are added to the impacts of the damper on the right moving wall. The characteristics of this motion at the amplitude value $P=800$ N are shown in Fig. 4. We see the tangency of the brown and black curves on the bodies displacements plot (a), which correspond to impacts between the bodies. The upper blue peaks in figure (c) at $x_2 - x_1 = 0.06$ m correspond to the impacts of the damper against an obstacle; the lower blue peaks on this plot at $x_2 - x_1 = 0$ show collisions between the bodies. In figure (d), the impact contact forces highlighted in red are the forces when the damper hits the right moving wall; the contact forces highlighted in blue are the forces accompanying impacts between bodies. We see a $3T$ -periodic motion with 6 impacts of the damper against obstacle in a $3T$ cycle and 2 impacts between bodies in the same cycle.

The phase trajectories in figures (e) and (f) show the velocities reversals during these impacts; they are small for the primary structure and significant for the absorber.

3.3. Comparative results analysis

Let's take a closer look at the influence of a low-mass impact damper on the motion characteristics of the primary structure, namely, on the oscillatory amplitude and velocity. Table 2 gives their values during the primary structure

motion itself without any attached damper and with dampers of two different masses at three exciting force values.

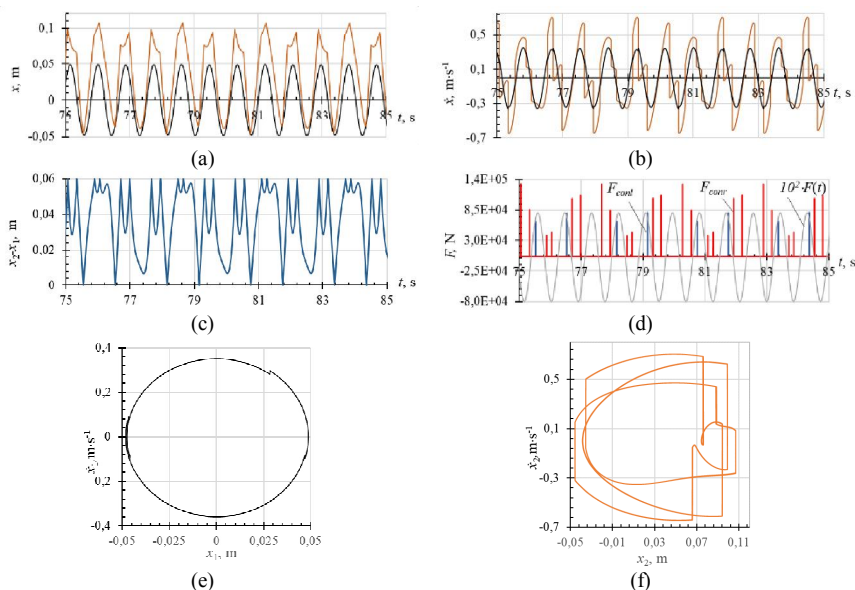


Fig. 4. Characteristics of both bodies oscillatory movement at the amplitude of the exciting force $P=800$ N

Table 2

Amplitudes of displacements and velocities of the primary structure m_1 without any attached damper and with dampers of two different masses

P, N	200		500		800	
	$A_{max}, 10^{-2} \cdot m$	$V_{max}, 10^{-1} \cdot m \cdot s^{-1}$	$A_{max}, 10^{-2} \cdot m$	$V_{max}, 10^{-1} \cdot m \cdot s^{-1}$	$A_{max}, 10^{-2} \cdot m$	$V_{max}, 10^{-1} \cdot m \cdot s^{-1}$
without damper	1.51	1.09	3.76	2.72	6.02	4.36
with damper 10 kg	1.44	1.04	3.60	2.61	5.78	4.18
with damper 50 kg	1.15	0.857	3.17	2.36	5.15	3.71

We see that the damper presence decreases the amplitude of both the displacement and the velocity of the primary structure, that is, reduces its energy in accordance with the damper name – energy sink. Fig. 5 graphically demonstrates these results; the colors in the graphs correspond to the colors in Table 2.

A damper with a small mass of 10 kg, that is, 1% of the primary structure mass, slightly reduces its vibration characteristics when choosing damper parameters as in Table 1. A further task arises: to optimize the parameters, that is, to select the damper parameters (mass m_2 , stiffness k_2 , clearance C) in such

a way that the values of the primary structure oscillatory amplitude and velocity are minimal.

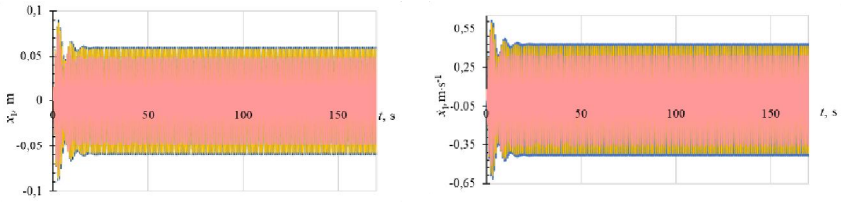


Fig. 5. Time series of displacements and velocities of the primary structure at $P=800$ N. Blue - without a damper, yellow - with a damper of mass 10 kg, red - with a damper of mass 50 kg.

4. Conclusions

The results obtained allow us to draw the following conclusions.

1. Even a damper with a small mass reduces the amplitude and velocity of the primary structure vibrations.
2. The selection of the optimal damper parameters should to improve this effect.
3. The introduction of the initial distance between the primary structure and the damper into the calculation scheme makes it possible to take into account the impact between them and see when this impact is absent.
4. The damper only hits the obstacle, and there are no impacts between the primary structure and the damper when the exciting force amplitude is small. The impacts between the bodies occur with an increase in the exciting force amplitude.
5. The impact simulation using Hertz's nonlinear contact force makes it possible to take into account the mechanical characteristics of all fourth colliding surfaces in more detail.

REFERENCES

1. AL-Shudeifat, M. A., & Saeed, A. S. (2020). Comparison of a modified vibro-impact nonlinear energy sink with other kinds of NESs. *Meccanica*, 56(4), 735–752. <https://doi.org/10.1007/s11012-020-01193-3>
2. Li, S., Wu, H., & Chen, J. (2022). Global dynamics and performance of vibration reduction for a new vibro-impact bistable nonlinear energy sink. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 139, 103891. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103891>
3. Chabrier, R., Chevallier, G., Foltête, E., & Sadoulet-Reboul, E. (2022). Experimental investigations of a vibro-impact absorber attached to a continuous structure. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 180, 109382. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2022.109382>
4. Li, H., Li, A., & Zhang, Y. (2021). Importance of gravity and friction on the targeted energy transfer of vibro-impact nonlinear energy sink. *International Journal of Impact Engineering*, 157, 104001. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2021.104001>
5. Li, W., Wierschem, N. E., Li, X., & Yang, T. (2018). On the energy transfer mechanism of the single-sided vibro-impact nonlinear energy sink. *Journal of Sound and Vibration*, 437, 166–179. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.08.057>
6. Li, H., & Li, A. (2021). Potential of a vibro-impact nonlinear energy sink for energy harvesting. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 159, 107827. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2021.107827>
7. Bergeot, B., Bellizzi, S., & Berger, S. (2021). Dynamic behavior analysis of a mechanical system with two unstable modes coupled to a single nonlinear energy sink. *Communications in*

- Nonlinear Science and Numerical Simulation, 95, 105623. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105623>
8. Farid, M., Gendelman, O. V., & Babitsky, V. I. (2019). Dynamics of a hybrid vibro impact nonlinear energy sink. ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik, 101(7). Portico. <https://doi.org/10.1002/zamm.201800341>
 9. Gomez, F., Fernandois, G. A., & Spencer Jr., B. F. (2021). Optimal design of nonlinear energy sinks for mitigation of seismic response on structural systems. Engineering Structures, 232, 111756. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111756>
 10. Wang, J., Wang, B., Liu, Z., Li, H., & Zhang, C. (2020). Seismic response mitigation of building structures with a novel vibro-impact dual-mass damper. Engineering Structures, 215, 110673. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110673>
 11. Wang, J., Wierschem, N. E., Wang, B., & Spencer Jr, B. F. (2020). Multi-objective design and performance investigation of a high-rise building with track nonlinear energy sinks. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 29(2), e1692. <https://doi.org/10.1002/tal.1692>
 12. Lizunov, P., Pogorelova, O., & Postnikova, T. (2022). Choice of the Model for Vibro-impact Nonlinear Energy Sink. Strength of Materials and Theory of Structures, 108, 63–76. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.108.63-76>
 13. Wierschem, N. E., Spencer Jr, B. F. (2015). Targeted energy transfer using nonlinear energy sinks for the attenuation of transient loads on building structures. University of Illinois at Urbana-Champaign. NSEL Report Series, Report No. NSEL-045.
 14. Goldsmith W. Impact: The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids. Edward Arnold Ltd. – 1960.
 15. Johnson K. L. Contact mechanics. Cambridge univ //Press. Cambridge. – 1985. – Т. 95. – С. 365.

Стаття надійшла 18.10.2022

Лізунов П.П., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.

ДИНАМІКА ПЕРВИННОЇ СТРУКТУРИ З'ЄДНANOЇ З ОДНОБІЧНИМ ВІБРОУДАРНИМ НЕЛІНІЙНИМ ПОГЛИНАЧЕМ ЕНЕРГІЇ

Розглядається двох масова віброударна система з 2 ступнями вільності, яка складається з лінійного осцилятора, що названий первинною структурою, та з'єднаного з нею демпфера. Демпфер малої маси б'ється об стінку, яка жорстко скріплена з первинною структурою. Ця схема відповідає схемі одностороннього віброударного нелінійного поглинача енергії (single-sided vibro-impact nonlinear energy sink – SSVI NES). Показано, що навіть легкий демпфер може зменшити амплітуду та швидкість первинної структури в її коливальному русі. Подальша оптимізація параметрів демпфера має посилити цей ефект. Моделювання удару нелінійною контактною силою Герца дає можливість докладніше врахувати механічні характеристики поверхонь, що співаються. Введення у розрахункову схему початкової відстані між первинною структурою та демпфером дозволяє врахувати удар між ними та побачити, коли цей удар відсутній.

Ключові слова: віброударний, первинна структура, демпфер, нелінійний поглинач енергії.

UDC 539.3

Lizunov P.P., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. **Dynamics of primary structure coupled with single-sided vibro-impact nonlinear energy sink** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2022. – Issue 109. – P. 20-29. *In this paper, we consider a two-mass 2-DOF vibro-impact system, consisting of a linear oscillator, called the primary structure, and an impact damper attached to it. A damper with a small mass hits a wall rigidly connected to the primary structure. This scheme corresponds to the scheme of single-sided vibro-impact nonlinear energy sink – SSVI NES. It is shown that even a light damper can reduce the amplitude and velocity of the primary structure oscillatory movement, that is, decrease its energy. Further optimization of damper parameters should improve this effect. The impact simulation using Hertz's nonlinear contact force makes it possible to take into account the mechanical characteristics of all colliding surfaces in more detail. The introduction of the*

initial distance between the primary structure and the damper into the calculation scheme makes it possible to take into account the impact between bodies and see when this impact is absent.

Tabl. 2. Fig. 5. Ref. 15.

УДК 539.3

Лізунов П.П., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г. Динаміка первинної структури з'єднаної з одностороннім віброударним нелінійним поглиначем енергії // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 109. – С. 20-29. – Англ.

Розглядається двох масова віброударна система з 2 ступнями вільності, яка складається з лінійного осцилятора, що названий первинною структурою, та з'єднаного з нею демпфера. Демпфер малої маси б'ється об стінку, яка жорстко скріплена з первинною структурою. Ця схема відповідає схемі одностороннього віброударного нелінійного поглиначя енергії (single-sidedvibro-impactnonlinearenergysink – SSVI NES). Показано, що навіть легкий демпфер може зменшити амплітуду та швидкість первинної структури в її коливальному русі. Подальша оптимізація параметрів демпфера має посилити цей ефект. Моделювання удару нелінійною контактною силою Герца дає можливість докладніше врахувати механічні характеристики поверхонь, що співударяються. Введення у розрахункову схему початкової відстані між первинною структурою та демпфером дозволяє врахувати удар між ними та побачити, коли цей удар відсутній.

Tabl. 2. Рис. 5. Бібліогр.15.

Автор (вчена ступень. вчене звання. посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки КНУБА, директор НДІ будівельної механіки

ЛІЗУНОВ Петро Петрович

Адреса робоча: 03680 Україна. м. Київ. Повітрофлотський проспект 31. Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

мобільний тел.: +38(067)921-70-05

E-mail: lizunov@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2924-3025>

Автор (вчена ступень. вчене звання. посада): кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки *ПОГОРЕЛОВА Ольга Семенівна*

Адреса робоча: 03680 Україна. м. Київ. Повітрофлотський проспект 31. Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

Мобільний тел.: +38(067) 606-03-00

E-mail: pogos13@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5522-3995>

Автор (вчена ступень. вчене звання. посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки *ПОСТНІКОВА Тетяна Георгіївна*

Адреса робоча: 03680 Україна. м. Київ. Повітрофлотський проспект 31. Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

Мобільний тел.: +38(050) 353-47-19

E-mail: postnikova.tg@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6677-4127>

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ДОСТОВІРНОСТІ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ ЗМІЦНЮВАНОГО ГРУНТУ В РАМКАХ МЕТОДА СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

І.І. Солодей,

д-р техн. наук, професор

Г.А. Затилюк,

д-р філософії в прикладній механіці, доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.30-37

У рамках методу скінченних елементів досліджено вплив граничних умов на значення осідань при використанні різних моделей ґрунту.

Показано, що використання запропонованої авторами моделі зміцнюваного ґрунту, яка з одного боку відповідає державним будівельним нормам, а з іншого не потребує залучення додаткових фізико-механічних характеристик ґрунтів, дозволяє отримувати точні значення параметрів напружено-деформованого стану основи.

Ключові слова: метод скінченних елементів (МСЕ), модель Кулона-Мора, модель твердіння ґрунту, глибина стиснутої зони, модуль деформації.

Існує велика кількість аналітичних методів розрахунку деформації основи: метод лінійно деформованого шару, різні моделі з застосуванням коефіцієнтів жорсткості ґрунту, метод пошарового підсумування тощо. Широке коло задач можна реалізувати лише за допомогою чисельних методів, найбільше розповсюдження з яких отримав метод скінченних елементів. Чисельні розрахунки ґрунтового середовища на основі МСЕ відрізняються від аналітичних тим, що необхідною умовою їхнього застосування є вибір ґрунтової моделі, що характеризуються різною теоретичною базою і за допомогою рівнянь різної складності та вхідних параметрів різної кількості описують поведінку змодельованого ґрунтового масиву [7].

Історично, в силу необхідності швидкого зведення об'єктів капітального будівництва, процесів індустріалізації, а також для відновлення зруйнованих міст, найбільшого поширення набули розрахункові методи, які були простими у використанні, з мінімальною кількістю розрахункових параметрів, лабораторне визначення яких було максимально швидким і вимагало використання простих, надійних і доступних приладів. Виклики сьогодення лише посилюють такі вимоги. Саме тому модель Кулона-Мора залишається найбільш часто використовуваною при виконанні геотехнічних розрахунків. Для її використання достатньо мати лише чотири параметри, які традиційно присутні в інженерно-геологічних звітах.

Не дивлячись на те, що чисельні методи дозволяють вирішити задачу будь якої складності, слід зауважити, що значні проблеми виникають з

постановками задач та алгоритмами їх розв'язання. Так побудова розрахункової скінченноелементної моделі ґрунтового середовища супроводжується питаннями вибору граничних умов, меж розрахункової області, урахуванням схеми та історії навантаження тощо. Крім того, важливим моментом є узгодженість програмних розрахунків з державними будівельними нормами. Враховуючи, що чисельне вирішення задач на основі МСЕ передбачає моделювання об'єктів як скінченної обмеженої області, особливо гострим є питання вибору нижньої межі розрахункової моделі при дослідженні осідань.

Відомо, що жорсткість ґрунтів у природньому стані в значній мірі залежить від рівня напружень, що означає, що вона зростає з глибиною їхнього залягання. До недоліків моделі Кулона-Мора слід віднести те, що в загальному випадку в ній не передбачено зміну жорсткості ґрунту і вона є постійною величиною. Така обставина призводить до того, що деформації осідання при розрахунках систем «підземна споруда – основа» в програмних комплексах, що використовують МСЕ в якості своєї теоретичної бази, лінійно зростають при збільшенні розмірів розрахункової моделі по вертикалі.

Такий самий ефект спостерігається і при розрахунках за допомогою метода пошарового підсумування, адже і при вказаному аналітичному розрахунку, і при чисельному з використанням моделі Кулона-Мора, для визначення величини осідань використовується теорія лінійно деформованого середовища.

Саме тому рекомендується обмежувати нижню межу розрахункової області глибиною стиснутої зони, яка знаходиться на рівні, коли виконується нерівність:

$$\sigma_{zp} \leq 0,2\sigma_{zg}, \quad (1)$$

де σ_{zp} – значення вертикального нормального напруження від зовнішнього навантаження; σ_{zg} – значення вертикального нормального напруження від власної ваги ґрунтового масиву.

Обмеження розмірів моделі в рамках МСЕ значно звужує можливості розрахунку ряду об'єктів, а інколи скористатися такою рекомендацією взагалі неможливо.

У статті [4] авторами запропонована модель зміцнюваного ґрунтуз використанням залежностей теорії лінійно-деформованого середовища та коефіцієнтів, наведених у ДБН В.2.1-10-2009 «Основи та фундаменти споруд» для розрахунку приросту модуля деформації основи з глибиною:

$$E_{z,i} = E_i + E_{\text{increment}} \cdot (z - z_{\text{ref}}), \quad (2)$$

де $E_{z,i}$ – модуль деформації на глибині z ; E_i – приріст модуля деформації з глибиною; z – відмітка нижньої межі розрахункової моделі; z_{ref} – відмітка, з якого зростає модуль деформації, вище якої модуль Юнга має нормативне значення; $E_{\text{increment}}$ – приріст модуля деформації з глибиною [кПа/м] який визначається за формулою:

$$E_{\text{increment}} = E_i \cdot \frac{k_{\text{avg}}}{z}, \quad (3)$$

де E_i – модуль деформації ґрунту, який є вхідним параметром моделі Кулона-Мора; k_{avg} – коефіцієнт, що залежить від відносної глибини нижньої межі моделі, або обраний з таблиці, або розрахований за формулою, яка наведена в [4].

Надбаннями сучасної механіки ґрунтів є достатньо велика кількість інших моделей ґрунту: Hardening Soil Model та її похідні (Hardening Soil Small-strain), Soft Soil та її похідні, Cam-Clay тощо. Сьогодні велику увагу привертає модель Hardening Soil [3, 5].

Дана модель використовує гіперболічну залежність деформацій від напружень [1], декілька модулів деформації в залежності від виду виникаючих напружень, може враховувати явище дилатансії і, що головне, з огляду на поставлені в статті питання, враховує зміцнення ґрунту при збільшенні рівня напружень, тобто описується залежністю жорсткості основи від напружень σ_3 в масиві:

$$E = E^{\text{ref}} \left(\frac{c \cos \varphi + \sigma_3 \sin \varphi}{c \cos \varphi + p^{\text{ref}} \sin \varphi} \right)^m, \quad (4)$$

де c – питоме щеплення ґрунта; φ – кут внутрішнього тертя; m – показник ступеня жорсткості ґрунта [2]; p^{ref} – опорний тиск, при якому виконують лабораторні випробування ґрунта; E^{ref} – модуль деформації (в моделі HSM три різних модуля деформації), що визначається при p^{ref} .

Дослідження впливу граничних умов моделі на значення осідань проводилося шляхом збільшення вертикальних розмірів розрахункової області при використанні різних моделей ґрунта. Тиск на основу передавався через жорстку плиту. Значення тиску та ширина плити варіювалися. Розрахунок проводився з урахуванням вертикальної площини симетрії за допомогою введення у модель відповідних в'язей [8]. Основи моделювалися однорідними з різними фізико-механічними характеристиками. Далі наводяться результати дослідів з характеристиками основи: $E=18$ МПа, $\gamma=15$ кН/м³, $\nu=0,3$, $\varphi=27^\circ$, $c=1$ кН/м² для моделі Кулона-Мора, для моделі Hardening Soil фізико-механічні характеристики приймалися, як і для моделі Кулона-Мора, з врахуванням рекомендацій [5], також виконано розрахунок з використанням приросту модуля деформації для моделі Кулона-Мора [4].

Як видно з наведеного графіка (рис. 1) залежності осідань від глибини нижньої межі моделі, осідання порашовані аналітично методом пошарового підсумування, а також за допомогою МСЕ при обраному розмірі моделі по вертикалі, що дорівнює глибини стисливої зони, як це рекомендовано, майже співпадають. При збільшенні вертикальних розмірів значення осідань зростають пропорційно та суттєво різняться від отриманих аналітично.

Аналізуючи отримані результати розв'язку ряду тестових задач (рис. 1), можна стверджувати, що значення осідань на різних глибинах

при залученні співвідношень приросту модуля деформації [4] досить добре узгоджуються, тоді як в звичайній постановці з використання моделі Кулона-Мора, як і передбачалося, осідання стрімко зростають пропорційно до збільшення вертикальних розмірів моделі.

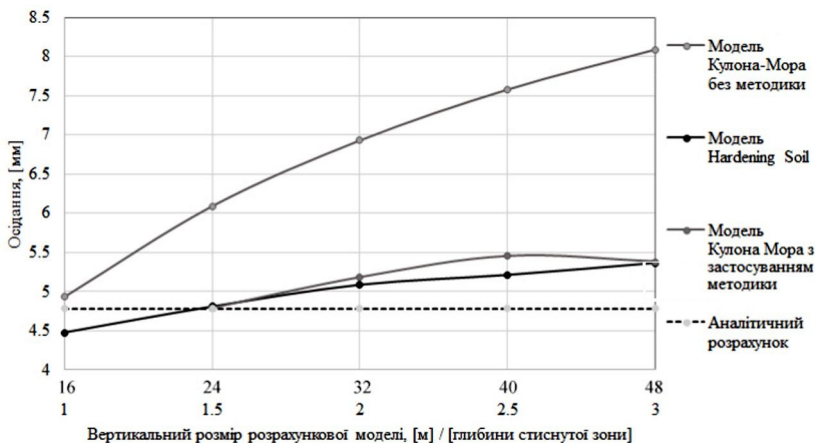


Рис. 1. Залежність осідань від вертикального розміру моделі

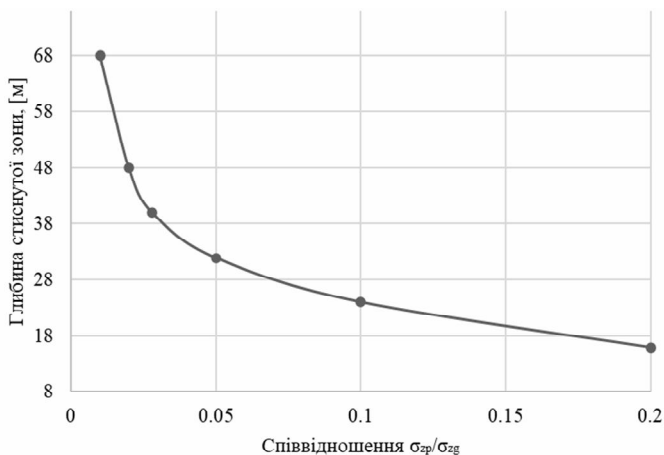


Рис. 2. Залежність значення глибини стиснутої зони від σ_{zp}/σ_{zg}

Застосовуючи запропоновану модель зміцненого ґрунту [4] значення осідань різняться від аналітичних несуттєво, стрімкого збільшення значень осідань не спостерігається, а при значенні глибини 30 м, що еквівалентно 2,5 глибинам стисливої зони, спостерігається стабілізація значень деформації. Це можна пояснити тим, що в методі поширеного підсумування глибина стиснутої зони обмежується на рівні, коли виконується нерівність (1). Побудувавши графік залежності глибини стиснутої від співвідношення цих величин, можна побачити, що саме в

околі глибини, що еквівалентно 2,5 глибинам стисливої зони, графік змінює свій характер (рис. 2)

Аналізуючи результати, отримані з використанням Hardening Soil Model, бачимо, що вплив вертикальних розмірів моделі на осідання присутній, але несуттєвий. Рекомендація використання параметру глибини стисливої зони (1) не може бути застосована. У наведеному прикладі отримані дещо занижені значення осідань при такому розмірі моделі, а при інших характеристиках основ вони можуть бути завищеними. Отримані результати з використанням фізико-механічних характеристик, які приймалися наближено з врахуванням рекомендацій [5], виходячи з параметрів стандартного інженерно-геологічного звіту. Hardening Soil Model потребує більш широкого набору характеристик ґрунту, які визначаються експериментальними методами, з використанням спеціального обладнання, а також вимагає високої кваліфікації та досвідченості фахівців. До того ж, знаходження ряду параметрів не регламентовано нормативними документами. Все це суттєво ускладнює її використання та впливає на результати як реальних розрахунків, так і на якість експериментальних досліджень, а також нівелює можливі переваги даної моделі.

Таким чином, задачі, вирішені з використанням моделі зміцнюваного ґрунту [4], позбавлені недоліку стрімкого пропорційного зростання осідань до збільшення глибини нижньої межі моделі, а її використання не потребує додаткових інженерно-геологічних вишукувань. Достовірність результатів у моделі Hardening Soil напряму залежать від якості отриманих вхідних параметрів, визначення яких ускладнене та не регламентоване нормами.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Duncan, J. M., & Chang, C. Y. (1970, September). Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 96(5), 1629–1653. <https://doi.org/10.1061/jsfeaq.0001458>.
2. Janbu, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. *Proc. ECSMFE Wiesbaden*, 1, 19–25.
3. Schanz, T., Vermeer, P., & Bonnier, P. (2019, January 22). The hardening soil model: Formulation and verification. *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, 281–296. <https://doi.org/10.1201/9781315138206-27>.
4. Solodei, I., & Zatyliuk, Gh. (2019). Implementation of the linear elastic structure half-space in the Plaxis in the study of settlements. *Odes'kyi Politechnichnyi Universytet Pratsi*, 1, 22–28. <https://doi.org/10.15276/opu.1.57.2019.03>.
5. Солодей, И.И. & Затялюк, Г.А. (2019). Использование грунтовых моделей при численном моделировании подземных сооружений. *Wschodnio europejskie Czasopismo Naukowe (East European Scientific Journal)*, 8 (48), część 2, 48–55. https://eesa-journal.com/wp-content/uploads/EESA_august_part2.pdf#page=48.
6. Solodei, I., & Zatyliuk, G. (2020). Mohr-Coulomb model with corrected parameters in the study of base settlements. *The Austrian Journal of Technical and Natural Sciences*, 9–10, 36–38. <https://doi.org/10.29013/ajt-20-9.10-36-38>.
7. Solodei, I., Petrenko, E., & Zatyliuk, Gh. (2020). Nonlinear problem of structural deformation in interaction with elastoplastic medium. *Strength of Materials and Theory of Structures*, 105, 48–63. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.48-63>.

8. Солодей, І.І., Петренко, Е.Ю. & Затилюк, Г.А. (2019). Особливості створення розрахункових моделей при дослідженні напружено-деформованого стану підземних споруд. Опір матеріалів та теорія споруд, 102, 139–149. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2019.102.139-149>.

REFERENCES

1. Duncan, J. M., & Chang, C. Y. (1970, September). Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 96(5), 1629–1653. <https://doi.org/10.1061/jfsfaq.0001458>.
2. Janbu, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. *Proc. ECSMFE Wiesbaden*, 1, 19–25.
3. Schanz, T., Vermeer, P., & Bonnier, P. (2019, January 22). The hardening soil model: Formulation and verification. *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, 281–296. <https://doi.org/10.1201/9781315138206-27>.
4. Solodei, I. & Zatyliuk, Gh. (2019). Implementation of the linear elastic structure half-space in the Plaxis in the study of settlements. *Odes'kyi Politechnichniy Universytet Pratsi*. 1. 22-28. <https://doi.org/10.15276/opu.1.57.2019.03>.
5. Solodei, I. & Zatyliuk, Gh. (2019). Using soil models in numerical simulation of underground structures. *Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe (East European Scientific Journal)*, 8 (48), część 2, 48-55. https://eesa-journal.com/wp-content/uploads/EESA_august_part2.pdf#page=48.
6. Solodei, I., & Zatyliuk, G. (2020). Mohr-Coulomb model with corrected parameters in the study of base settlements. *The Austrian Journal of Technical and Natural Sciences*, 9–10, 36–38. <https://doi.org/10.29013/ajt-20-9.10-36-38>.
7. Solodei, I., Petrenko, E., & Zatyliuk, Gh. (2020). Nonlinear problem of structural deformation in interaction with elastoplastic medium. *Strength of Materials and Theory of Structures*, 105, 48–63. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.48-63>.
8. Solodei, I., Petrenko, E., & Zatyliuk, H. (2019). Features of the numerical simulation in research on the stress strain behavior of underground structures. *Strength of Materials and Theory of Structures*, 102, 139–149. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2019.102.139-149>.

Стаття надійшла 18.10.2022

Солодей І.І., Затилюк Г.А.

ДОСЛІДЖЕННЯ ДОСТОВІРНОСТІ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ ЗМІЦНЮВАНОГО ГРУНТУ В РАМКАХ МЕТОДА СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Чисельні розрахунки ґрунтового середовища на основі МСЕ відрізняються від аналітичних, що необхідно у мовою їхнього застосування є вибір ґрунтових моделей, які характеризуються різною теоретичною базою, що за допомогою рівнянь різної складності та входних параметрів різної кількості описують поведінку модельованого ґрунтового масиву.

Враховуючи, що чисельне вирішення задач на основі МСЕ передбачає моделювання об'єктів як скінченної обмеженої області, гостро постає питання вибору нижньої межі розрахункової моделі при дослідженні осідань.

Жорсткість ґрунтів у природньому стані зростає з глибиною їх залягання. Упростих ґрунтових моделях, як модель Кулона-Мора, жорсткості ґрунту є постійною величиною. Така обставина призводить до того, що при чисельних розрахунках деформації осідання лінійно зростають при збільшенні розмірів розрахункової моделі за вертikalлю.

Удосконалені моделі, як Hardening Soil, можуть враховувати зміцнення ґрунту при збільшенні рівня напружень, однак потребують широкого набору характеристик ґрунту, які визначаються експериментальними методами з використанням спеціального обладнання, а знаходження ряду параметрів не регламентовано нормативними документами.

Показано, що використання запропонованої авторами моделі зміцненого ґрунту, яка, з одного боку відповідає державним будівельним нормам, а з іншого, не

потребує залучення додаткових фізико-механічних характеристик ґрунтів, дозволяє отримувати точні значення параметрів напружено-деформованого стану основи.

Ключові слова: метод скінчених елементів (МСЕ), модель Кулона-Мора, модель твердіння ґрунту, глибина стиснутої зони, модуль деформації.

Solodei I.L., Zatyliuk Gh.A.

STUDY OF THE RELIABILITY AND EFFICIENCY OF USING REINFORCED SOIL MODELS WITHIN THE FRAMEWORK OF THE FINITE ELEMENT METHOD

Within the framework of the finite element method, the influence of the dimensions of the calculation model on the values of subsidence when using different soil models was studied.

Numerical calculations of the soil environment based on FEM differ from analytical ones in that a necessary condition for their application is the choice of a soil model, which is characterized by a different theoretical basis, which, with the help of equations of different complexity and input parameters of a different number, describe the behaviour of the simulated soil mass.

Given that the numerical solution of problems based on FEM involves the modeling of objects as a finite limited area, the question of choosing the lower limit of the calculation model in the study of subsidence is acute.

The stiffness of soils in their natural state increases with the depth of their occurrence. In simple soil models, such as the Mohr-Coulomb model, soil stiffness is a constant value. This circumstance leads to the fact that during numerical calculations, the deformations of subsidence increase linearly when the dimensions of the calculation model increase vertically.

Advanced models, such as Hardening Soil, can take into account the soil strengthening when the stress level increases, however they require a wide range of soil characteristics, which are determined by experimental methods, using special equipment, and the determination of a number of parameters is not regulated by regulatory documents.

It is shown that the use of the reinforced soil model proposed by the authors, which, on the one hand, complies with state building regulations, and on the other hand, does not require the involvement of additional physical and mechanical characteristics of soils, allows obtaining more accurate values of the parameters of the stress-strain state of the foundation.

Keywords: finite element method (FEM), Coulomb-Mohr model, Hardening Soil model, young's modulus of soil, compressed depth.

Солодей И.И., Затылюк Г.А.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ И ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ УПРОЧНЯЮЩЕГОСЯ ГРУНТА В РАМКАХ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Численные расчеты ґрунтовой среды на основе МКЭ отличаются от аналитических тем, что необходимым условием их применения является выбор ґрунтовой модели, которые характеризуются разной теоретической базой, с помощью уравнений разной сложности и разного количества параметров описывают поведение смоделированного ґрунтового массива.

Учитывая, что численное решение задач на основе МКЭ предполагает моделирование объектов как конечной ограниченной области, остро стоит вопрос выбора нижней границы расчетной модели при исследовании осадок.

Жесткость ґрунтов в природном состоянии растет с глубиной их залегания. В простых ґрунтовых моделях, как модель Кулона-Мора, жесткость ґрунта является постоянной величиной. Такое обстоятельство приводит к тому, что при многочисленных расчетах деформации оседания линейно возрастают при увеличении размеров расчетной модели по вертикали.

Усовершенствованные модели, как Hardening Soil, могут учитывать упрочнение ґрунта при увеличении уровня напряжений, однако требуют широкого набора характеристик ґрунта, определяемых экспериментальными методами, с использованием специального оборудования, а нахождение ряда параметров не регламентировано нормативными документами.

Показано, что использование предложенной авторами модели упрочняющегося ґрунта, с одной стороны отвечающей строительным нормам, а с другой, не требующей использования дополнительных физико-механических характеристик ґрунтов, позволяет получать точные значения параметров напряженно-деформированного состояния основания.

Ключевые слова: метод конечных элементов (МКЭ), модель Кулона-Мора, Hardening Soil model, глубина сжатой зоны, модуль деформации.

УДК 539.3

Солодей І.І., Затилюк Г.А. Дослідження достовірності та ефективності використання моделей зміцнюваного ґрунту в рамках метода скінченних елементів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 30-37.

В статті показано, що використання запропонованої авторами моделі зміцнюваного ґрунту, яка з одного боку відповідає державним будівельним нормам, а з іншого не потребує залучення додаткових фізико-механічних характеристик ґрунтів, дозволяє отримувати точні значення параметрів напружено-деформованого стану основи.

Іл. 2. Бібліогр. 8 назв.

UDC 539.3

Solodei I.I., Zatyliuk Gh.A. Study of the reliability and efficiency of using reinforced soil models within the framework of the finite element method // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv:KNUCA, 2022. – Issue 109.–P. 30-37.

It is shown that the use of the reinforced soil model proposed by the authors, which, on the one hand, complies with state building regulations, and on the other hand, does not require the involvement of additional physical and mechanical characteristics of soils, allows obtaining more accurate values of the parameters of the stress-strain state of the foundation.

Fig. 2. Ref. 8.

УДК 539.3

Солодей І.І., Затилюк Г.А. Исследование достоверности и эффективности использования моделей упрочняющегося грунта в рамках метода конечных элементов // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. - Вип. 109. – С. 30-37.

В статье показано, что использование предложенной авторами модели упрочняющегося грунта, с одной стороны отвечающей строительным нормам, а с другой, не требующей использования дополнительных физико-механических характеристик грунтов, позволяет получать точные значения параметров напряженно-деформированного состояния основания.

Ил. 2. Библиогр. 8 назв.

Автор: доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки
СОЛОДЕЙ Іван Іванович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб.тел.: +38 (044) 241-55-55

Моб. тел.: +38 (050)357-44-90

E-mail: solodei.ii@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7638-3085>

Автор: доктор філософії в прикладній механіці, доцент кафедри будівельної механіки
ЗАТИЛЮК Герман Анатолійович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Моб.тел.: +38 (099) 11-00-564

E-mail: zatyliuk.ha@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0392-2214>

UDC 539.3

THEORETICAL MODELLING OF THE EFFECT OF THERMAL DELAMINATION OF AN ASPHALT CONCRETE PAVEMENT FROM A RIGID FOUNDATION OF A ROAD OR BRIDGE

V.V. Gaidaichuk¹,
Dr. Sc.

N.V. Shlyun²,
Ph.D.

L.V. Shevchuk²,
Ph.D.

O.I. Bilobrytska²,
Ph.D.

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*

²*National Transport University,
M. Omelyanovycha-Pavlenka str., 1, Kyiv, 01010*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.38-49

Within the framework of the main provisions of the theory of thermoelasticity, a theoretical modeling of the phenomenon of generation of high-gradient fields of tangential thermal stresses in a two-layer structure of an asphalt concrete pavement on a rigid cement concrete or metal base under conditions of a change in the temperature of the system during its seasonal and daily differences was carried out. As is shown, they are the main reason for the occurrence of plastic deformations in the edge zones and subsequent delamination of the structure in them. It is proposed to diminish the concentration and level of generated shear stresses by reducing the thickness of the asphalt concrete layer in these areas.

Key words: asphalt concrete pavement, rigid base, high-gradient shear stresses, local delaminations.

1. Introduction. As the experience of operation of roads and bridges in countries with large temperature fluctuations shows, the most intense manifestations of the effects of cracking, local destruction and general degradation of asphalt concrete materials occur in their structures in winter and summer seasons [1, 5, 8, 11]. Under conditions of frequent temperature changes in heterogeneous asphalt concrete structures with thermomechanical incompatibility of their components, these defects can contribute to their accelerated aging. At the same time, with the thermomechanical compatibility of materials, a more favorable distribution of internal stresses of thermal and mechanical origin is achieved, which excludes premature degradation of the strength of the contacting phases and the entire structure as a whole.

Among the most common phenomena in practice, accompanied by delamination, subsequent cracking and destruction of the asphalt concrete pavement on a rigid (cement concrete or metal) base of a road or bridge, is the

effect of concentration of shear thermal stresses between the pavement and the base in the edge zones of the structure [2, 3]. They are caused by the fact that, as a rule, the coefficients of linear thermal expansion (CLTE) of coating 1 and base 2 (Fig. 1) have different values $\alpha^{(1)}$ and $\alpha^{(2)}$, which contributes to the occurrence of incompatible shrinkages and expansions in them [6, 9, 12, 14, 15]. The disadvantage of attempts to strengthen the structure in these places by increasing the thickness of coating 1 or its modulus of elasticity is that, as shown by calculations [1-3], this only leads to negative consequences - a localized increase in shear thermal stresses in the edge zones [1, 15].

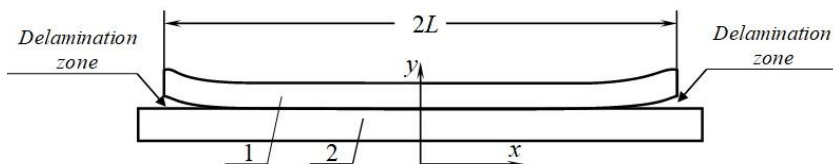


Fig. 1. Cross-sectional diagram of asphalt concrete pavement 1 on rigid base 2 of a road or bridge

It is shown below that a decrease in the concentration of high-gradient tangential thermal stresses and prevention of the delamination effect can be achieved by linearly varying thinning of the upper layer in the peripheral areas.

2. Features of thermoelastic deformation of a two-layer plate with comparable stiffness characteristics of the layers. A clear example of the occurrence of shear thermal stresses in layered structures with a change in temperature T is a bimetallic strip of unit width and length L , consisting of two connected metal layers 1 and 2 (Fig. 2) with different values of their thermomechanical parameters (coefficients of linear thermal expansion $\alpha^{(1)}$ and $\alpha^{(2)}$ and modulus of elasticity $E^{(1)}$ and $E^{(2)}$), used in various electrical appliances.

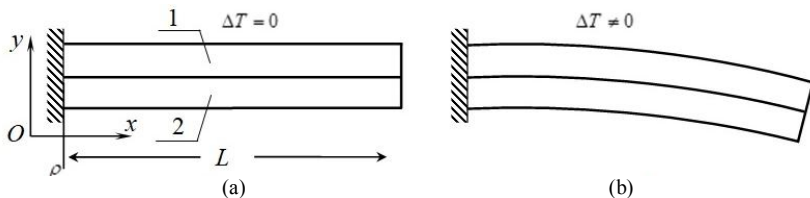


Fig. 2. Crosssections of a bimetallic plate in the initial (a) and thermally deformed (b) states

In the initial state at $T = 0$ bimetallic plate is not deformed and longitudinal strains $\varepsilon_x^{(1)}$ and $\varepsilon_x^{(2)}$ in its layers are equal to zero (Fig. 2(a), Fig. 3(a)). Therefore, the longitudinal forces are also equal to zero

$$N_x^{(1)} = 0, \quad N_x^{(2)} = 0 \quad (1)$$

as well as tangential forces $\tau_{xy}^{(1)}, \tau_{xy}^{(2)}$ between the layers of the plate

$$\tau_{xy}^{(1)} = 0, \quad \tau_{xy}^{(2)} = 0. \quad (2)$$

In equalities (1)

$$N_x^{(1)} = \sigma_x^{(1)} h^{(1)}, \quad N_x^{(2)} = \sigma_x^{(2)} h^{(2)}, \quad (3)$$

where $\sigma_x^{(1)}, \sigma_x^{(2)}$ – longitudinal stresses in layers 1 and 2.

However, if the temperature of the entire system has changed by ΔT , then in each of the layers thermal strains of different magnitudes are generated

$$\varepsilon_{x,T}^{(1)} = \alpha_1 \Delta T, \quad \varepsilon_{x,T}^{(2)} = \alpha_2 \Delta T, \quad (4)$$

which, due to the difference $\alpha^{(1)}$ and $\alpha^{(2)}$ are incompatible and lead to different thermal elongations of the layers. But since the layers are connected to each other along the line of contact, in order to combine their deformations and displacements, elastic tangential forces $\tau_{xy}^{(1)}, \tau_{xy}^{(2)}$ are generated in them between the layers (Fig. 3), which lead to the occurrence of additional elastic strains $\varepsilon_{x,el}^{(1)}, \varepsilon_{x,el}^{(2)}$.

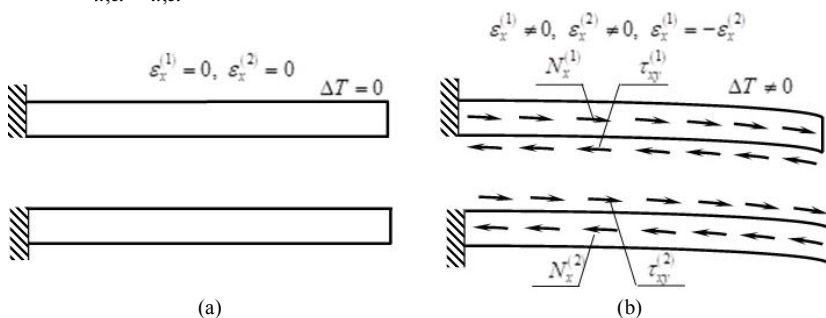


Fig. 3. Conditionally separated layers of a bimetallic plate in the initial (a) and thermally deformed (b) states

In this case,

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^{(1)}(x) &= \varepsilon_{x,el}^{(1)}(x) + \varepsilon_{x,T}^{(1)}(x), \\ \varepsilon_x^{(2)}(x) &= \varepsilon_{x,el}^{(2)}(x) + \varepsilon_{x,T}^{(2)}(x), \end{aligned} \quad (5)$$

and the longitudinal forces are determined by the equalities

$$\begin{aligned} N_x^{(1)}(x_i) &= E^{(1)} h^{(1)} \left[\varepsilon_x^{(1)}(x_i) - \alpha^{(1)} \Delta T \right], \\ N_x^{(2)}(x_i) &= E^{(2)} h^{(2)} \left[\varepsilon_x^{(2)}(x_i) - \alpha^{(2)} \Delta T \right] \end{aligned} \quad (6)$$

in every section $x = x_i$ of the system.

Conditionally separate by section $x = x_i$ from the system its right side $x_i \leq x \leq L$ (Fig. 4). Since only forces $N_x^{(1)}(x_i)$ and $N_x^{(2)}(x_i)$ act on it and it is in balance, so

$$N_x^{(1)}(x_i) + N_x^{(2)}(x_i) = 0. \quad (7)$$

Therefore, the forces $N_x^{(1)}(x_i)$ and $N_x^{(2)}(x_i)$ are equal in modulus and differ in signs, i.e.

$$N_x^{(1)}(x_i) = -N_x^{(2)}(x_i). \quad (8)$$

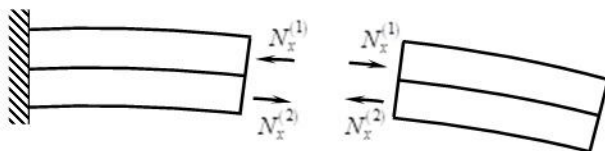


Fig. 4. Equilibrium of separated parts of the plate

In this case, one of the layers is compressed (it shortens), the other is stretched (it lengthens). In order to combine the short part of the system with the long one, it is necessary to bend them and attach the short part to the long part from its inner side (Fig. 5). These curvatures are achieved due to variable tangential forces $\tau_{xy}^{(1)}(x) = -\tau_{xy}^{(2)}(x)$ (Fig. 5b) acting on the contact surfaces of the layers.

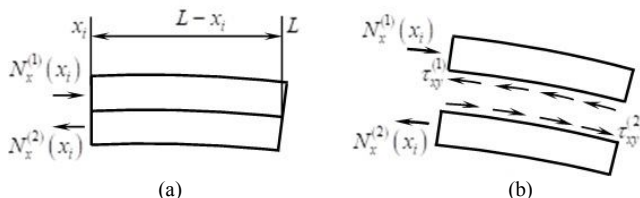


Fig. 5. Scheme of the action of internal forces on the separated part of the biplate with conditionally unseparated (a) and separated (b) layers

From the condition of equilibrium of the separated layers it follows:

$$N_x^{(1)}(x_i) = - \int_{x_i}^L \tau_{xy}^{(1)}(x) dx, \quad (9)$$

$$N_x^{(2)}(x_i) = - \int_{x_i}^L \tau_{xy}^{(2)}(x) dx.$$

Taking into account expressions (5)-(8), we obtain the equality

$$E^{(1)} \left[\varepsilon_x^{(1)}(x) - \alpha^{(1)} T \right] \cdot h^{(1)} = -E^{(2)} \left[\varepsilon_x^{(2)}(x) - \alpha^{(2)} T \right] \cdot h^{(2)}, \quad (10)$$

which relates the total and temperature deformations of layers 1 and 2. Here it is necessary to take into account that both layers are metallic, therefore, the values of their elastic moduli can have the same orders, although in this case the coefficients $\alpha^{(1)}$ and $\alpha^{(2)}$ should be significantly different.

3. Thermoelastic deformation of rigid asphalt concrete pavement. The mode of thermoelastic deformation of a two-layer structure undergoes significant changes if the stiffness characteristics of one layer are much higher than those of the other layer. An example of such a design can be a system of

asphalt concrete pavement 1 laid on a rigid (cement concrete or metal) base 2 of a road or bridge (Fig. 1). As in this case

$$E^{(1)} \square E^{(2)} \quad (11)$$

and the rigidity of base 2 is much greater than the rigidity of layer 1, it can be assumed that the force and deformation effect of layer 1 on base 2 is negligible and when temperature T changes, base 2 is freely deformed along axis x , without experiencing thermomechanical influence of deformations from layer 1 on it and remaining rectilinear. In this case, the total strains of base 2 are equal to thermal strains $\varepsilon_{x,T}^{(2)} = \alpha^{(2)} \Delta T$, and total strains $\varepsilon_x^{(1)}$ of layer 1 and $\varepsilon_x^{(2)}$ of base 2 are the same, i.e.

$$\varepsilon_x^{(1)} = \varepsilon_{x,T}^{(1)} + \varepsilon_{x,el}^{(1)} = \varepsilon_x^{(2)} = \varepsilon_{x,T}^{(2)}. \quad (12)$$

To analyze the thermomechanics of this design, single out a two-layer strip of this structure by the cross sections $z = z_k$ and $z = z_{k+1}$ and consider its deformation.

In this case, the longitudinal force in layer 1 is equal to

$$N_x^{(1)}(x) = E^{(1)} h^{(1)} \left[\varepsilon_x^{(1)} - \alpha^{(1)} \Delta T \right] = E^{(1)} h^{(1)} \left(\alpha^{(2)} - \alpha^{(1)} \right) \Delta T = \text{const}, \quad (13)$$

idest, it does not depend on x and does not change along this axis.

If so, then the integrals on the right-hand sides of equalities (9) do not depend on the lower limit and remain constant. This can happen, only if on most part of the segment of the contact interaction of layer 1 and base 2 of length $L - \Delta x$ of the roadway (Fig. 6), tangential forces $\tau_{xy}(x)$ in integrands are equal to zero and only on small segments of length Δx at the edges of the system, these forces are concentrated and take on such large values that the integrals of them are equal to the constant longitudinal force $N_x^{(1)}$:

$$\int_{L-\Delta x}^L \tau_{xy}^{(1)}(x) dx = N_x^{(1)} = E^{(1)} h^{(1)} \left(\alpha^{(2)} - \alpha^{(1)} \right) \Delta T. \quad (14)$$

These forces are proportional to the modulus of elasticity $E^{(1)}$, coefficient differences $\alpha^{(2)} - \alpha^{(1)}$ and, importantly, the thickness of the coating $h^{(1)}$, i.e. increase with its increase. Very often they cause delamination of the coating 1 from the base 2 observed in practice at the edges of roads and bridges. Conversely, a decrease in tangential friction stresses $\tau_{xy}^{(1)}, \tau_{xy}^{(2)}$ and the resulting friction forces corresponding to them, contributing to the delamination of the system at the edges of the contact plane of coating 1 and base 2, can be achieved, in accordance with formula (14), by reducing thickness $h^{(1)}$. However, it is not necessary to reduce $h^{(1)}$ across the entire width $2L$ of the roadway coverage. It is enough to do this on small edge sections of the road or bridge with a width of l , decreasing the thickness according to a linear law (Fig. 7).

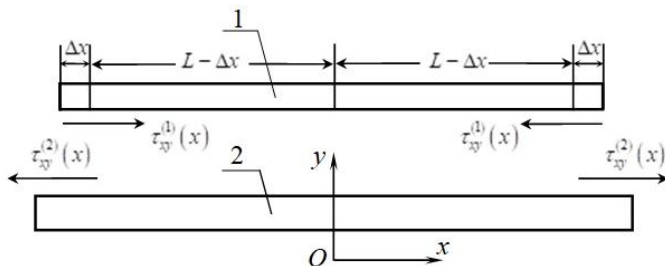


Fig. 6. Diagram of the concentration of tangential forces $\tau_{xy}^{(1)}(x)$, $\tau_{xy}^{(2)}(x)$ at the edges of the road

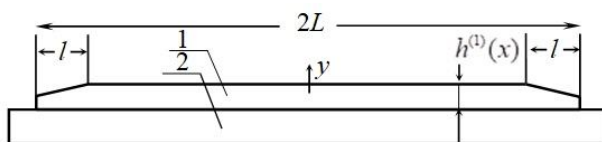


Fig. 7. Cross-sectional diagram of an asphalt concrete pavement with variable thickness $h^{(1)}(x)$

In this case, on the inner segment of constant thickness $h^{(1)}$ size according to formula (14) force $N_x^{(1)} = E^{(1)}h^{(1)}(\alpha^{(2)} - \alpha^{(1)})\Delta T$ remains constant, shear stresses $\tau_{xy}^{(1)}(x)$, $\tau_{xy}^{(2)}(x)$ will be equal to zero, and in areas of variable thickness $h^{(1)}(x)$ they will be smoothly distributed due to the change $h^{(1)}(x)$, remaining smaller in absolute value in accordance with the form of the right side in equality (14) (Fig. 8).

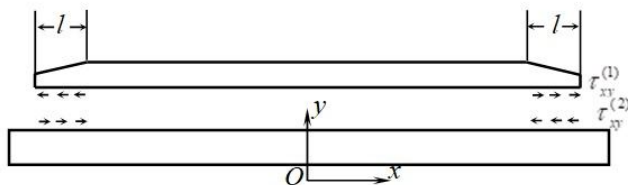


Fig. 8. Scheme of uniform distribution of tangential forces $\tau_{xy}^{(1)}(x)$, $\tau_{xy}^{(2)}(x)$

in sections of length l of contact coating of variable thickness $h^{(1)}(x)$ on rigid base 2

If length l is chosen such that forces $\tau_{xy}^{(1)}(x)$ are less than the ultimate tensile strength $[\tau_{xy}^{(1)}]$ of the asphalt concrete material under shear, then the delamination of layer 1 from base 2 will not occur under the given thermal effect.

4. Finite element verification of thermal deformation features of a two-layer structure. The above results of the analysis of thermoelastic

deformation of an elastic layer on a rigid basis were obtained by methods of strength of materials and are of a qualitative nature. To confirm them, it is advisable to carry out numerical calculations of the test problem based on the theory of thermoelasticity [7, 10, 13], for example, using the finite element method [4]. For this purpose, a simplified design scheme of the cross section of the Southern Bridge across the Dnieper in the city of Kyiv was chosen. On it, with some regularity, an emergency situation is observed associated with intense cracking and delamination of the asphalt concrete pavement from the metal sheet of the bridge structure as a result of seasonal and daily temperature changes in winter and spring.

For the calculation, a flat cross section of the bridge deck was selected, consisting of a fine-grained asphalt concrete layer 1 with a thickness $h^{(1)} = 0.07$ m, laid on a steel ribbed plate 2 (rigid base) with a thickness $h^{(2)} = 0.014$ m. The values of thermomechanical characteristics for asphalt concrete amounted to $E^{(1)} = 5 \cdot 10^9$ Pa, $\nu^{(1)} = 0.2$, $\alpha^{(1)} = 2.46 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹; for steel $E^{(2)} = 2.1 \cdot 10^{11}$ Pa, $\nu^{(2)} = 0.3$, $\alpha^{(2)} = 1.3 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹. Insofar as $E^{(2)}$ is essentially larger $E^{(1)}$ and besides, the metal plate is reinforced from below with ribs, it can be considered that for the top coating it is a rigid base.

With finite element discretization of the area of the cross section of the structure selected for calculation, it was divided in the plane Oxy into rectangular finite elements of size 0.001875×0.001444 m². With this discretization, the number of all finite elements was 201344, the number of all nodes was 311787, and the number of all required variables was 726941.

The study of the thermally stressed state of the system was carried out taking into account the fact that the structure is extended ($2L \approx 15$ m), but has a relatively small thickness ($h = h^{(1)} + h^{(2)} = 0.07 + 0.014 = 0.084$ m). Therefore, it turned out to be appropriate to use additional assumptions and simplifications. Due to the fact that the structure is freely blown by the wind and we can assume that the effect of radiative solar heating in winter (and even at night) can be neglected, we assume that with daily changes in air temperature, the temperatures of the upper (asphalt-concrete) and lower (metal) layers have time to level off and take the same temperature T over the entire thickness of the package. Due to this, in this case, there is no need to solve the heat conduction problem and one can immediately use the finite element model of thermoelasticity equations [1, 4], in which the initial temperature T_0 is zero, and its current value $T(t)$ is equal to the ambient temperature. Therefore, the initial and current temperatures of the entire array were taken equal to $T_0 = 0$, $\Delta T = -25^\circ\text{C}$. At the same time, on all horizontal boundary planes of the structure, the boundary conditions for the equality to zero of the normal (σ_{yy}) and tangents (σ_{xy}) stresses, on the extreme vertical planes of

the layered web, the conditions were used $\sigma_{xx} = 0$, $\sigma_{xy} = 0$, on the plane of contact of the layers, the conditions of equality of normal and tangential displacements were accepted. In addition, constraints were imposed on the system, excluding its free movement, but not preventing its thermal deformation. Therefore, thermal stresses in the system can only occur due to the difference in the values of the thermal expansion coefficients of asphalt concrete ($\alpha^{(1)}$) and steel ($\alpha^{(2)}$).

As expected, the calculations showed that the areas of the most inhomogeneous strain and stress fields occur in the edge zones of the structure. Noteworthy is the function $\tau_{xy}(x, y)$ distribution field in section $z = \text{const}$. In Fig. 9, a fragment of the stress $\tau_{xy}(x, y)$ field is shown in color on the left section of the structure with a length $\Delta x \approx 0.2$ m along the axis Ox . To the right of the field, there is a color scale of stress values corresponding to each color shade on the main field.

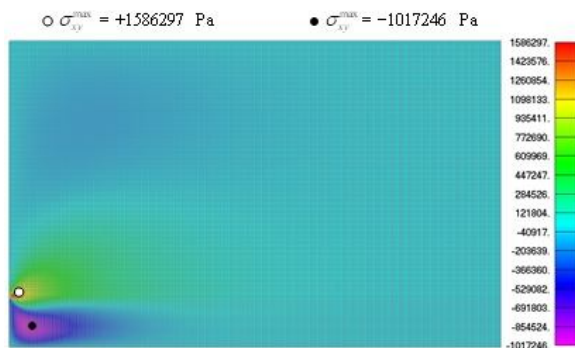


Fig. 9. Shear stress τ_{xy} field in cross section $z = \text{const}$ of the double layer construction

In this figure, the maximum value of the function $\tau_{xy}^{(1)}(x, y) = 1.586$ MPa in asphalt pavement 1 is marked with a light circle, the highest stress $\tau_{xy}^{(2)}(x, y) = 1.017$ MPa in the steel base is indicated by a dark circle. As can be seen, these stresses are concentrated at the nodes of the edge zone $\Delta x \leq 0.03$ m and then rapidly decrease with distance from it along the coordinate x . It should be noted that here $\tau_{xy}^{(1)} \neq \tau_{xy}^{(2)}$. This is due to the fact that when using the finite element method, the stresses are calculated not at the nodal points, but at the internal points of the elements, i.e. at some distance from the contact plane, where these stresses coincide in absolute value. Since this function has large gradients in this zone, even a small distance from the plane of contact between layers 1 and 2 leads to noticeable changes and discrepancies in the values $\tau_{xy}^{(1)}$ and $\tau_{xy}^{(2)}$.

Thus, the conducted finite element analysis confirmed the conclusions obtained by the methods of strength of materials that in a two-layer structure consisting of an asphalt concrete pavement layer laid on a rigid foundation of a road or bridge, the largest tangential thermal stresses occur in a narrow section of the layer contact plane, within which these stresses have high gradients and practically tend to zero with distance from this zone. These stresses in this zone can be the reason for the beginning of delamination of the structure in the plane of contact between the layers.

Conclusions

1. On the basis of the theory of thermoelasticity, the problem of the concentration of thermal stresses in a two-layer structure, consisting of the upper asphalt concrete layer of the road surface, laid on a rigid cement concrete or metal foundation of a road or bridge, was posed.

2. In order to determine the reasons for the delamination of this structure observed in practice under thermal influences on it under conditions of seasonal and daily temperature changes, the dependences of internal normal and tangential thermal stresses on the thermomechanical characteristics of the system and its geometric parameters were found using the strength of materials methods.

3. The connection of this problem with the problem of elastic deformation of a bimetallic plate is considered. It is shown that, in contrast to this case, thermoelastic deformation of the upper layer on a rigid base is accompanied by a high-gradient concentration of tangential thermal stresses in the edge zones of the layer contact plane. These stresses can be the main reason for the beginning of the delamination of the asphalt concrete layer from the lower base and its further destruction. Manifestations of the established effect become more noticeable with an increase in the elastic modulus of the upper layer, its thickness and the difference in the coefficients of linear thermal expansion. The finite element testing of the performed calculations confirmed their reliability.

REFERENCES

1. *Gulyayev V. I., Gaydaychuk V. V., Mozgoviy V. V., Zaets Yu. A., Shevchuk L. V., Shlyun N. V.* Termoprzhnyi stan bahatosharovykh dorozhnikh pokryttiv (Thermoelastic state of multilayer road surfaces). K. : NTU, 2018, 272pp.
2. *Gulyayev V. I., Gaydaychuk V. V., Mozgoviy V. V., Zaets Yu. A., Shevchuk L. V.* Doslidzhennia termopruzhenoho stanu konstruktsii dorozhnogo odiahu (Analysis of thermo-stressed state of the road coating structures) Promyslove budivnytstvo ta inzhenerni sporudy., 2017, №1, P. 6-12.
3. *Gulyayev V. I., Shevchuk L. V., Kutsman O. M.* Sezonnii pererozpodil poliv napruzhen v konstruktsiakh sharuvatykh pokryttiv dorih pid diieiu transportnykh navantazhen (Seasonal redistribution of stress fields in layered road structures under transport load action). Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu, 2018, V. 40, P. 98 – 105.
4. *Perelmuter A. V., Slivker V. I.* Raschetnye modeli sooruzhenij I vozmozhnost' ih analiza. (Calculation models of structures and the possibility of their analysis) - M.: DMK Press, 2007, 600 p.
5. *Bahia H. U., Zeng M., Nam K.* Consideration of strain at failure and strength in prediction of pavement thermal cracking. J AAPT, 2000, 69, P. 497–535.
6. *Baumeister E., Klaeger S., Kaldos A.* Characterization and application of hollow-sphere-composite lightweight materials. JMDA, Proc. IMechE Part L: J. Materials: Design and Applications, IMechE, 2005, 219, Pp. 207–216.

7. Carlson D.E. Thermoelasticity. Encyclopedia of Physics, Vol. Via/2 (ed. Trusdell C.), Springer, Berlin, 1972, pp. 297–345.
8. Chen E.Y., Pan G.E., Norfolk T.S., Wang O. Surface loading of a multilayered viscoelastic pavement. Road Mat Pav Des, 2011, 12, 849–874.
9. Christiansen R.M. Mechanics of Composite Materials; Wiley: New York, NY, USA, 1979, 348 p.
10. Kovalenko A.D. Thermoelasticity: Basic Theory and Applications, Wolters-Noordhoff, Groningen: The Netherlands, 1972.
11. Krishnan J.M., Rajagopal K.R. Review of the uses and modeling of bitumen from ancient to modern times. American society of mechanical engineers. ApplMechRev, 2003, 56(2), P. 149–214.
12. Litton R.L., Tsai F.L., Lee S.I., Luo R., Hu S., Zhou F. Models for Predicting Reflection Cracking of Hot-Mix Asphalt Overlays. Research Report 669, Texas Transportation Institute, Texas A&M University, CollegeStation, Texas, 2010. P.61.
13. Nowacki W. Thermoelasticity, 2 nd ed. Oxford: PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw and Pergamon Press, 1986.
14. Radovskiy B., Teltayev B. Viscoelastic Properties of Asphalts Based on Penetration and Softening Point. Monograph. –Springer Nature, Switzerland, 2017, P.107
15. Takenaka K. Negative thermal expansion materials: technological key for control of thermal expansion. Science and Technology of Advanced Materials, 2012, V. 13, P.1-11.

Стаття надійшла 25.05.2022

Гайдайчук В.В., Шлюнь Н.В., Шевчук Л.В., Білобрицька О.І.

ТЕОРЕТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТУ ТЕРМОСИЛОВОГО ВІДШАРУВАННЯ АСФАЛЬТОБЕТОННОГО ПОКРИТТЯ ВІД ЖОРСТКОЇ ОСНОВИ ДОРОГИ ЧИ МОСТУ

У практиці дорожнього будівництва до одного з найпоширеніших явищ, що супроводжується відшаруванням, подальшим тріщиноутворенням та руйнуванням асфальтобетонного покриття на жорсткій (цементобетонній чи металевій) основі автомобільної дороги або мосту, відноситься ефект концентрації зсувних термонапружень між покриттям і основою в крайових зонах конструкції. Вони викликаються тим, що, як правило, коефіцієнти лінійного температурного розширення фаз системи мають різні значення, що сприяє виникненню в них несумісних усадок та розширень. В умовах частих змін значень температури в неоднорідних асфальтобетонних конструкціях з термомеханічною несумісністю їх компонентів ці ефекти можуть сприяти їх прискореному старінню. У той же час при термомеханічній сумісності матеріалів досягається більш сприятливий розподіл внутрішньої напруги термічного і механічного походження, що виключає передчасну деградацію міцності контактуючих фаз і всього компонента в цілому. Методами опору матеріалів і методом скінченних елементів встановлено, що в умовах зміни температури системи при її сезонних та добових перепадах найбільшої концентрації піддаються дотичні напруги. Вони локалізуються в крайовій зоні площини контакту шарів, зростають із збільшенням товщини та модуля пружності верхнього шару. Ці напруження є основною причиною виникнення пластичних деформацій у цих зонах та подальшого розшарування в них конструкції. Запропоновано знижувати концентрацію та рівень високоградієнтних дотичних напружень, що генеруються, за рахунок зменшення товщин асфальтобетонного шару на цих ділянках.

Ключові слова: асфальтобетонне покриття, тверда основа, високоградієнтні зсувні напруження, локальні відшарування.

Gaidaichuk V.V., Shlyun N.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I.

THEORETICAL MODELLING OF THE EFFECT OF THERMAL DELAMINATION OF AN ASPHALT CONCRETE PAVEMENT FROM A RIGID FOUNDATION OF A ROAD OR BRIDGE

In the practice of road construction, one of the most common phenomena accompanied by delamination, subsequent cracking and destruction of the asphalt concrete pavement on a rigid (cement concrete or metal) base of a road or bridge is the effect of concentration of shear thermal stresses between the pavement and the base in the edge zones of the structure. They are caused by

the fact that, as a rule, the coefficients of linear thermal expansion of the phases of the system have different values, which contributes to the occurrence of incompatible shrinkages and expansions in them. Under conditions of frequent temperature changes in heterogeneous asphalt concrete structures with thermomechanical incompatibility of their components, these effects can contribute to their accelerated aging. At the same time, with the thermomechanical compatibility of materials, a more favorable distribution of internal stresses of thermal and mechanical origin is achieved, which excludes premature degradation of the strength of the contacting phases and the entire system as a whole. Using the methods of strength of materials and the finite element method, it has been established that under the conditions of a change in the temperature of the system during its seasonal and daily fluctuations, shear stresses are subjected to the highest concentration. They are localized in the edge zone of the plane of contact between the layers and increase with an increase in the thickness and modulus of elasticity of the upper layer. These stresses are the main reason for the occurrence of plastic deformations in these zones and subsequent delamination of the structure in them. It is proposed to reduce the concentration and level of generated high-gradient shear stresses by reducing the thickness of the asphalt concrete layer in these areas.

Keywords: asphalt concrete pavement, rigid base, high-gradient shear stresses, local delaminations.

Гайдайчук В.В., Шлюнь Н.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька Е.І.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА ТЕРМОСИЛОВОГО ОТСЛОЕНИЯ АСФАЛЬТОБЕТОННОГО ПОКРЫТИЯ ОТ ЖЕСТКОЙ ОСНОВЫ ДОРОГИ ИЛИ МОСТА

В практике дорожного строительства к одному из наиболее часто встречающихся явлений, сопровождающихся отслоением, последующим трещинообразованием и разрушением асфальтобетонного покрытия на жесткой (цементобетонной или металлической) основе автомобильной дороги или моста относится эффект концентрации сдвиговых термонапряжений между покрытием и основой в краевых зонах конструкции. Они вызваны тем, что, как правило, коэффициенты линейного температурного расширения фаз системы имеют разные значения, что способствует возникновению в них несовместных усадок и расширений. В условиях частых смен значений температуры в неоднородных асфальтобетонных конструкциях с термомеханической несовместимостью их компонент эти эффекты могут способствовать их ускоренному старению. В тоже время при термомеханической совместимости материалов достигается более благоприятное распределение внутренних напряжений термического и механического происхождения, исключающее преждевременную деградацию прочности контактирующих фаз и всей системы в целом. Методами сопротивления материалов и методом конечных элементов установлено, что в условиях изменения температуры системы при ее сезонных и суточных перепадах, наибольшей концентрации подвергаются касательные напряжения. Они локализируются в краевой зоне плоскости контакта слоев, возрастают с увеличением толщины и модуля упругости верхнего слоя. Эти напряжения являются основной причиной возникновения пластических деформаций в этих зонах и последующего расслоения в них конструкции. Предложено снижать концентрацию и уровень генерируемых высокоградиентных касательных напряжений за счет уменьшения толщин асфальтобетонного слоя на этих участках.

Ключевые слова: асфальтобетонное покрытие, твердая основа, высокоградиентные сдвиговые напряжения, локальные отслоения.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Шлюнь Н.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька О.І. Теоретичне моделювання ефекту термосилового відшарування асфальтобетонного покриття від жорсткої основи дороги чи мосту // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 38-49.

У статті наведено результати теоретичного моделювання явища генерування високоградієнтних полів дотичних термонапруг у двошаровій конструкції асфальтобетонного покриття на жорсткій цементобетонній або металевій основі в умовах зміни температури системи при її сезонних та добових перепадах.

Іл. 9. Бібліогр. 15 назв.

UDC 539.3

Gaidaichuk V.V., Shlyun N.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I. Theoretical modelling of the effect of thermal delamination of an asphalt concrete pavement from a rigid foundation of a road or bridge // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 38-49.

The article presents the results of theoretical modeling of the phenomenon of generation of high-gradient fields of tangential thermal stresses in a two-layer structure of an asphalt concrete pavement on a rigid cement concrete or metalbase in conditions of changing system temperature during its seasonal and daily differences.

Fig. 9. Ref. 15.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Шлюнь Н.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька О.І. Теоретическое моделирование эффекта термосилового отслоения асфальтобетонного покрытия от жесткой основы дороги или моста // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 109. – С. 38-49.

В статье приведены результаты теоретического моделирование явления генерирования высокоградиентных полей касательных термонапряжений в двухслойной конструкции асфальтобетонного покрытия на жесткой цементобетонной или металлической основе в условиях изменения температуры системы при ее сезонных и суточных перепадах.

Ил. 9. Библиогр. 15 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, завідувач кафедри теоретичної механіки КНУБА ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра теоретичної механіки, Гайдайчуку Віктору Васильовичу

Робочий тел.: +38(044) 241-55-36

Мобільний тел.: +38(097) 542-94-27

E-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, ШЛЮНЬ Наталія Володимирівна.

Адреса робоча: 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, ШЛЮНЬ Наталії Володимирівні.

Робочий тел.: +38(044) 284-71-09

Мобільний тел.: +38(097) 593-63-46

E-mail: nataliyashlyun@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-1040-8870>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, ШЕВЧУК Людмила Володимирівна.

Адреса робоча: 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, ШЕВЧУК Людмилі Володимирівні.

Робочий тел.: +38(044) 284-71-09

Мобільний тел.: +38(066) 715-36-33

E-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5748-9527>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, БЛЮБРИЦЬКА Олена Іванівна.

Адреса робоча: 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, БЛЮБРИЦЬКІЙ Олені Іванівні

Робочий тел.: +38(044) 284-71-09

Мобільний тел.: +38(099) 327-04-66

E-mail: olenkab@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6751-6592>

УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КВАДРАТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Г.М. Іванченко,
д-р техн. наук, професор

О.О. Кошевий,
д-р філософії

О.П. Кошевий,
канд. тех. наук, доцент

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з парою цільових функцій – вага і переміщення по осям X, Y, Z . Висвітлений алгоритм вирішення задач багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь та теоретичні формулювання аналізу чутливості при оптимізаційному розрахунку. Чисельний експеримент показав зменшення ваги оболонки на та переміщень по координатних осях, що доводить ефективність методики.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільові функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, переміщення по осях X, Y, Z , вага конструкції.

Вступ. Новітні шляхи економічного розвитку країни потребують сучасних методів оптимального проектування будівельних конструкцій. Економічна доцільність будь-якого інвестиційного проекту є пріоритетною задачею для будівельної галузі в цілому. Один із напрямів забезпечення економічної доцільності інвестиційного проекту є оптимальне проектування будівельних конструкцій з декількома цільовими функціями одночасно [16, 17, 18]. Важливо зазначити, як правило, цільові функції конфліктують одна з одною. Складно підібрати оптимальне рішення при різних параметрах конструкцій, які оптимізуються і знайти раціональне вирішення питання.

Застосування теорії оптимізації до проектування будівельних конструкцій потребує поєднання методів аналізу поведінки напружено-деформованого стану оболонки з методами нелінійного програмування. Взаємозв'язок вказаних методів виконується в рамках алгоритму вирішення загальної задачі оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь, послідовність обчислювальних операцій в яких зберігається сталою для будь-якої оболонки.

Розрахунок і проектування оболонок виконується ітераційним методом з призначенням першого кроку початкових значень варіаційних параметрів. Результатами вирішення задачі оптимального проектування попереднього кроку використовується при статичному або динамічному розрахунку і формуванні системи обмежень у наступному кроці. Розрахунок продовжується до забезпечення збігів результатів, які отримані на двох суміжних кроках із заданою точністю.

Підбір поперечних перерізів для елементів оболонки мінімальної поверхні повинен здійснюватися за розрахунковими зусиллями, які визначаються при комбінації зовнішніх навантажень. Виходячи із цього в абсолютній більшості програмних комплексів передбачений розрахунковий блок поєднань зусиль, в якому визначається найбільш невідповідні умови експлуатації оболонки. В загальному вигляді, який базується на принципі суперпозиції, оболонка розраховується на кожне зовнішнє навантаження з наступним визначенням необхідних комбінацій розрахункових зусиль.

В цілях скорочення об'єму програмного комплексу та економії часу ця задача може бути вирішена іншим способом, на всі можливі поєднання зовнішніх навантажень і використання знайдених комбінацій зусиль в обмеженнях. Найбільш невідповідна комбінація зусиль відповідає тому обмеженню, яке сформоване по результатам розрахунку конструкції для комбінації навантажень, яке стає активним в процесі оптимізації оболонки мінімальної поверхні.

Задача оптимізації вирішується за допомогою градієнтного спуску цільової функції. До цільових функцій, які оптимізуються, відносяться: вага, об'єм, власна частота коливання, вимушена частота коливання, напруження по Мізесу, вузлові переміщення, згинальний момент, стиск чи розтяг стержня, площа оболонки, напруження при втраті стійкості оболонки і т.д. Виразною особливістю даного методу є знаходження проекції цільової функції за рахунок зв'язку активних обмежень з попереднім кроком спуску, що поліпшує збіжність алгоритму. Використання стратегії активних обмежень зменшує обчислювальні витрати часу, так як на кожному кроці визначаються градієнти не всіх, а тільки тих елементів, де порушуються обмеження. Ці обставини допомагають практично не обмежувати кількість змінних проектування, що враховані умовами проектування [19, 20]. До змінних параметрів конструкцій відносяться: товщина оболонки, форма поперечного перерізу, момент інерції, момент опору, площа поперечного перерізу, геометрична форма оболонки на замкнутому контурі і т.д.

Загальний алгоритм вирішення задачі багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні.

Крок 1. Задання вихідних даних і початкового проекту.

Вхідна інформація включає відомості про форму, топологію і фізико-механічні властивості матеріалу, попередньої товщини оболонки, умови закріплення оболонки на опорах, зовнішнє навантаження, прийняті критерії оптимальності і обмеження, які будуть використані в оптимізаційному розрахунку. Кількість і початкові значення змінних

проектування $\bar{X}^{(k)}$, які не повинні порушувати сенс інженерних задач. $\bar{X}^{(k)}$ – вектор змінних проектування, k – номер ітерації.

При цьому слід мати на увазі, що у багатоекстремальних нелінійних задачах оптимізації отримання одного і того ж проекту мінімуму для різних початкових параметрів може слугувати непрямим доказом глобального вирішення оптимізаційної задачі.

Крок 2. Визначення геометричних і розрахункових розмірів скінченних елементів оболонки мінімальної поверхні [5, 6, 7].

З використання вхідних даних визначають геометричні розміри скінченних елементів оболонки і значення товщини. На наступних ітераціях оптимізаційного розрахунку товщина скінченного елемента змінюється в залежності від обмеження, цільової функції та початкових параметрів.

Крок 3. Статичний розрахунок і аналіз напружено-деформованого стану оболонки мінімальної поверхні.

На основі вхідних даних про розрахункову схему конструкції, визначають внутрішні зусилля і напруження. При наявності попередньо напруженого стану виконується розрахунок на дію зусиль попереднього напруження.

Для кожного скінченного елемента визначається набір розрахункових зусиль, аналіз яких дозволяє обрати тип обмеження із числа, які включені в математичну модель задачі.

Крок 4. Обчислення розрахункових параметрів обмеження [21-23].

Розрахункові параметри (гранична міцність конструкції, гранична стійкість конструкції, граничні обмеження конструкції, гранична будь-яка частота коливання конструкції) необхідні для формування системи обмежень.

Крок 5. Перевірка обмежень і формування параметрів активних обмежень.

Для всіх умов навантаження в усіх розрахункових перерізах виконується перевірка з метою встановлення активних обмежень і формування параметрів активних обмежень

Крок 6. Обчислення поточного значення цільових функцій $f_1\bar{X}^{(k)} + f_2\bar{X}^{(k)} + f_n\bar{X}^{(k)} = F_p$ і їх градієнтів $\nabla f_n\bar{X}^{(k)}$ і визначення бажаної зміни загальної цільової функції ∇F_p .

Градієнт загальної функції цілі ∇F_p визначається чисельним диференціюванням по змінним проектування з використанням скінченно-різницевої апроксимації. Бажана зміна цільової функції ∇F_p приймається в межах 5...25% від поточного значення ∇F_p .

Крок 7. Формування вектору $\Delta\bar{\varphi}$ і матриці градієнтів обмежень $[\nabla\varphi]$.

Вектор $\Delta\bar{\varphi}$ і матриця градієнтів обмежень $[\nabla\varphi]$ формується тільки для активних обмежень у відповідному з багатьох номерів активних обмежень.

Крок 8. Формування матриці градієнтів активних лінійно незалежними обмеженнями трикутної структури.

За алгоритмом методу градієнтного спуску, формується більшість номерів ∇ лінійно незалежних обмежень і матриця $[H][\nabla\varphi]$.

Крок 9. Обчислення параметра кроку ξ .

Параметр кроку ξ визначається за виразом 1.1. в наступних ітераціях значення ξ залишається незмінним або коректується в залежності від збіжності процесу пошуку

$$\xi = \frac{\Delta f}{\nabla \vec{f}^T \nabla \vec{f}}. \quad (1)$$

Крок 10. Обчислення параметрів μ_k і μ_p , які визначають крок в напрямку неув'язок і поліпшення значень цільової функції F_p .

Параметри μ_k і μ_p обчислюють із наступних виразів (2)-(4). Якщо деякі компоненти стовпчиків μ_k і μ_p влаштовують нерівність, відповідні обмеження φ_n виключаються із $[\nabla\varphi]$, відповідні нев'язки $\Delta\varphi_n$ виключаються із $\Delta\varphi$ і здійснюється повернення до кроку 8. В іншому випадку процес продовжується.

$$[\nabla\varphi]^T [\nabla\varphi] \mu_k = -\Delta\varphi, \quad (2)$$

$$[\nabla\varphi] \mu_p = \nabla \vec{f}, \quad (3)$$

$$[\nabla\varphi]^T [\nabla\varphi] \mu_k = [\nabla\varphi]^T \nabla \vec{f}. \quad (4)$$

Крок 11. Обчислення приросту проекту і поліпшеного наближення до оптимального проекту.

Значення приросту $\nabla \vec{X}^{(k)}$ обчислюють за виразом (5). Поліпшене наближення до оптимального проекту \vec{X}_{k+1} визначають за виразом (6).

$$\Delta \vec{X}_k = [\nabla\varphi] \mu_k + \xi (\nabla \vec{f} - [\nabla\varphi] \mu_p), \quad (5)$$

$$\vec{X}_{k+1} = \vec{X}_k + \Delta \vec{X}_k. \quad (6)$$

Крок 12. Перевірка критерій зупинки ітераційного процесу.

Якщо всі обмеження виконуються з допустимою точністю і виконується нерівність (7) або одна із умов (8)-(10) тоді переходимо до наступного кроку, у протилежному випадку до кроку 2 [9, 10]

$$\|\Delta \vec{X}^k\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\vec{X}_i^k)^2} < \varepsilon_1, \quad (7)$$

де ε_1 – мале позитивне число,

$$-\varepsilon \geq \bar{p} \geq +\varepsilon, \quad (8)$$

$$-\varepsilon \geq \nabla \vec{f} \geq +\varepsilon, \quad (9)$$

$$f(\bar{X}_k) \approx f(\bar{X}_{k+1}). \quad (10)$$

Крок 13. Дискретизація оптимального проектного рішення, отриманого в неперервному просторі змінних проектування.

Крок 14. Оптимальне проектне рішення \bar{X}_k , значення критерії оптимальності $F_p(\bar{X}_k)$.

Описаний алгоритм використовується для вирішення загальної задачі оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь. Відсутність обмежень та число змінних проектування, а також на варіанти геометрії і види навантаження характеризують універсальність алгоритму і робить його ефективним для оптимального проектування будь-якої оболонки мінімальної поверхні.

Аналіз чутливості багатокритеріальної параметричної оптимізації для оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі. В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням, товщини оболонки. Інформація про чутливість служить основою побудови алгоритму оптимального проектування методом градієнтного спуску функції цілі. Матриця чутливості

$$G = \left\{ \frac{\partial g_i}{\partial X_j}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\}. \quad (11)$$

і градієнт цільової функції $\nabla \bar{f}(X)$ використовується для побудови матриці проектування, обчислення множників Лагранжа і визначення напрямку спуску по градієнту. Тут n – кількість змінних проектування, m – кількість обмежень. Крім того, при проведенні аналізу чутливості з'являються кількісна інформація про вплив зміни змінних на функціонування системи.

З математичної точки зору залежність реакцій оболонки у вигляді переміщень і напружень від змінних проектування, такої як товщина оболонки. Ці рівняння лінійні відносно змінних станів, але якщо врахувати вплив змінних проектування на коефіцієнти лінійних операторів, рівняння стану є нелінійним відносно функціональної залежності змінних станів і проектування.

Аналіз чутливості реакцій конструкцій на зміну змінних проектування можливо провести без обчислення похідної матриці жорсткості. Для цього виконуємо диференціювання по i -й складовій X_i рівняння стану

$$K \times \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_i} + \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \bar{z} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial X_i}. \quad (12)$$

Цей вираз можливо перетворити до вигляду:

$$K \times \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_i} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \bar{z}. \quad (13)$$

Праву частину рівняння (13) можливо розглядати як вектор псевдо навантаження \vec{p} . Тоді для системи похідних переміщень вираз можна переписати як:

$$K \times \left[\frac{\partial \vec{z}}{\partial X_1}, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_n} \right] = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_k^*], \quad (14)$$

де k – кількість навантажень конструкції.

Оскільки вирішення системи рівнянь статички можливо при багатьох варіантах правих частин рівняння [3], то рішення (14) формується одночасно з вирішенням рівняння стану методу скінченних елементів [14, 15]. Як показують дослідження, така схема вирішення задачі при розгляді до 100 вантажних векторів потребує всього на 15% більше часу роботи процесору в порівнянні з вирішенням задачі на один вантажний вектор. Ефект досягається за рахунок виключення $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$ із виразу

градієнтів цільової функції і обмежень.

Матриця (15) легко обчислюється при відомій функціональній залежності зовнішніх навантажень від змінних проектування. Якщо $\vec{p}(\vec{X})$ – вектор зовнішніх навантажень, який є постійним, то $\frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} = 0$.

$$P = \left\{ \frac{\partial p_j}{\partial X_i}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\}. \quad (15)$$

Розглянемо визначення похідної $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$, для цього ведемо наступні позначення K_g і K_l – матриця жорсткості відповідного елемента в загальній локальній системі координат; \vec{z}_g і \vec{z}_l – вузлові переміщення в локальній системі координат; T – матриця перетворення локальної системи координат в глобальну.

Основні співвідношення методу скінченних елементів при перетворенні координат:

$$K = T^T \times K^l \times T, \quad (16)$$

$$\vec{z}_l = T \times \vec{z}_g. \quad (17)$$

Так як в якості змінних проектування прийнята товщина оболонки, то координати вузлів конструкції похідна K_g по \vec{X} дорівнює:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right) \times K_l \times T + T^T \times \frac{\partial K_l}{\partial \vec{X}} \times T + T^T \times K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}}. \quad (18)$$

Приймаємо до уваги рівність (17), маємо:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} \vec{z}_g = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right)^T \times (K \times \vec{z}_l) + T^T \times \left(\frac{\partial K_l}{\partial \vec{X}} + K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g \right). \quad (19)$$

Можемо показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \bar{X}} K \times \bar{z} = \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left(\sum_{i=1}^{NE} K_g^i \times \bar{z} \right) = \sum_{i=1}^{NE} \left(\frac{\partial K_g^i}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g^i \right), \quad (20)$$

де NE – число скінченних елементів; K_g^i – матриця жорсткості i -го елемента в глобальній системі координат.

Звідси матриця $\frac{\partial K}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}$ може бути сформована шляхом обчислення

вектору $\frac{\partial K_g^i}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g^i$ для кожного скінченного елемента конструкції і подальшої їх суми.

Вектор $K_l \times \bar{z}_l$ в першому складеному рівнянні (19) представляє собою внутрішні зусилля в елементі в локальній системі координат, які можуть бути визначені як

$$\bar{p}_l = K_l \times \bar{z}_l = \left(\int_0^l (B^T \times D \times B) dx \right) \times \bar{z}_l = \int_0^l (B^T \times \bar{\sigma}) dx, \quad (21)$$

де $\bar{\sigma} = D \times B \times \bar{z}_l$.

Вектор $K_l \times \frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g$ із останнього члена (19) може бути отриманий аналогічно із визначенням внутрішніх зусиль, відповідно фіктивним вузловим локальним переміщенням (22)

$$\bar{z}_l \times \frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g. \quad (22)$$

Вектор $\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l$ апроксимується за допомогою скінченої різниці шляхом перерахунку матриці K_l для малих відшкодувань змінних проектування X_l . З урахуванням (21) знаходження вектора $\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l$ зводиться до ряду векторних операцій і при малих змінах $\partial \bar{X}$ дорівнює:

$$\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l = \frac{(K_l \times \bar{z}_l)_{\bar{X} + \delta \bar{X}} - (K_l \times \bar{z}_l)_{\bar{X}}}{\delta \bar{X}}. \quad (23)$$

Таким чином, аналіз чутливості реакцій оболонки для кожного пластинчастого скінченного елемента до варіацій змінних проектування зводиться до визначення вектору $\frac{\partial K}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}$ шляхом знаходження двох додаткових векторів внутрішніх зусиль в локальній системі координат і перетворення результативних векторів в загальну координатну систему.

Визначити чутливість $\frac{\partial \bar{z}}{\partial X}$, є можливість перейти від знаходження чутливості внутрішніх зусиль в скінченних елементах до зміни змінних проектування, оскільки для реалізації алгоритму вирішення задачі оптимізації потрібно побудова матриці чутливості обмежень G .

Чутливість обмежень на переміщення вузлів може бути також представлена у вигляді:

$$\frac{\partial g_i}{\partial X} = -\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_i^2} \frac{\partial \Delta_i}{\partial X}. \quad (24)$$

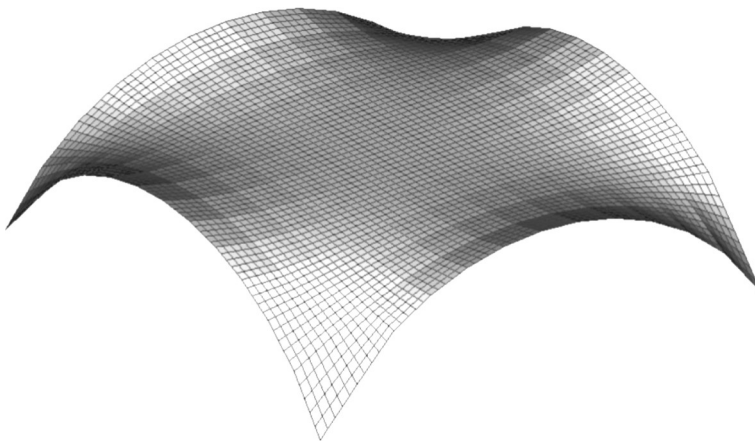


Рис. 1. Скінченноелементна модель оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі

Задання термосилового навантаження. Для аналізу на термосилове навантаження в розрахунковому комплексі Femap with Nastran виконується за два етапи. На першому етапі вирішується задача теплопередачі, в якій визначається поле температур при різних видах теплообміну. На другому етапі проводиться розрахунок на напружено-деформований стан оболонки мінімальної поверхні при спільній взаємодії механічних і температурних навантажень, при статичному розрахунку [20].

Для підготовки моделі до розрахунку з термосиловим навантаженням потрібно врахувати наступні фактори:

- розрахунок формуються, як задача теплопередачі, в якій вирішується задача теплового балансу при цьому враховується комбінація механічних навантажень;
- враховуються невідомі у вигляді значень температури в вузлах, які представлені скалярними величинами;
- система рівнянь побудована за допомогою скінченно-елементної моделі, що і при розрахунку на міцність, але враховуються специфіка елементів при тепловому розрахунку;

- в розрахунковій моделі використовуються характерні параметри– коефіцієнти теплопередачі, теплоємності, теплопровідності, постійні величини Стефана-Больцмана;

- при виконанні розрахунку повинні бути накладені специфічні граничні умови роботи конструкції.

Задані величини температур виконують роль навантажень і граничних умов. По всій поверхні оболонки мінімальної поверхні обов'язково задається температурний режим, в іншому випадку частина скінчених елементів не працює на частину теплового розрахунку.

Математична модель багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь представлено в роботах [1, 2, 4, 8].

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. Для чисельного експерименту багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на заданому квадратному контурі задаються вихідні параметри [11, 12, 13], а саме: за цільові функції взяті вага і переміщення по осям X, Y, Z , які виникають при оптимізаційному розрахунку параметричної оптимізації. Змінні проектування представлені товщиною оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з інтервалом від 1 до 200 мм, обмеження представлені у вигляді напруження по Мізесу 240 МПа.

Під час процесу багатокритеріальної параметричної оптимізації використовується власне програмне забезпечення, в якому є цільові функції, змінні проектування, обмеження, накладення на кожний скінчений-елемент *Plate*, унікальні властивості по товщині. Побудова геометрії оболонки мінімальної поверхні виконується на існуючому програмному забезпеченні, яка потім переноситься на Femap with Nastran в автоматизованому режимі, де в подальшому виконується побудова скінчено-елементної моделі і задання термосилового навантаження. Між всіма програмними забезпеченнями та програмний комплекс Femap with Nastran створені перехідні модулі для того, щоб цей процес виконувався в автоматизованому режимі.

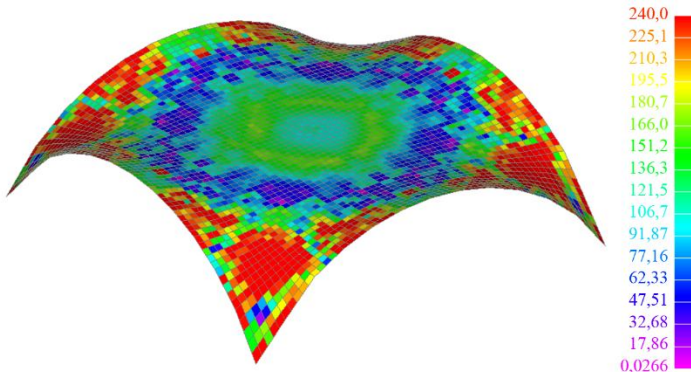


Рис. 2. Напруження по Мізесу після оптимізаційного розрахунку (МПа)

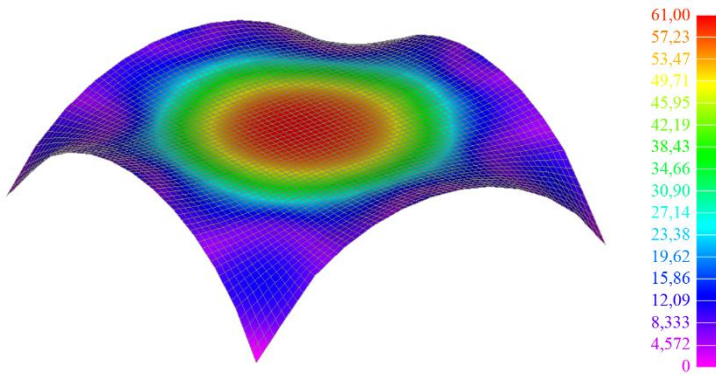


Рис. 3. Переміщення після оптимізаційного розрахунку

$$\text{TotalTranslation} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

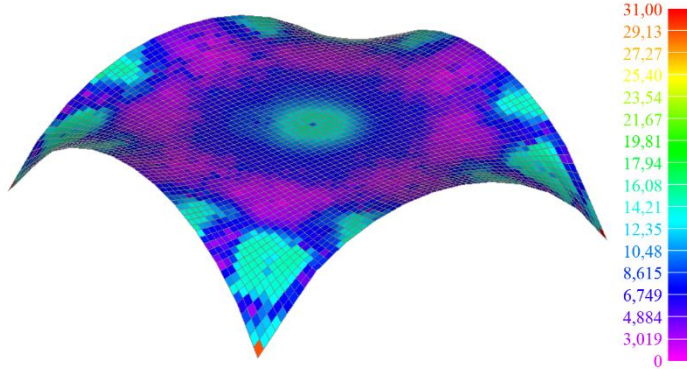


Рис. 4. Товщина оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі після оптимізації (мм)

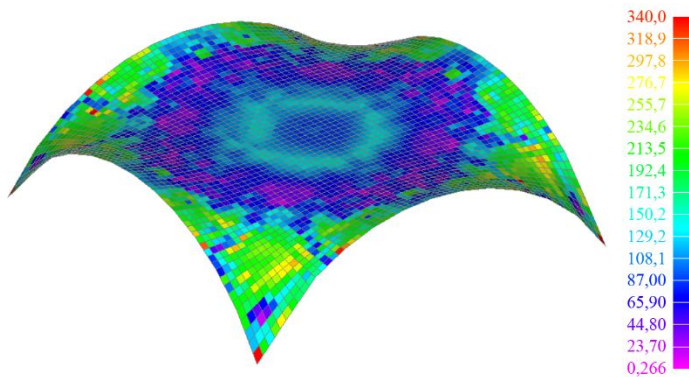


Рис. 5. Напруження по Мізесу до оптимізації (МПа)

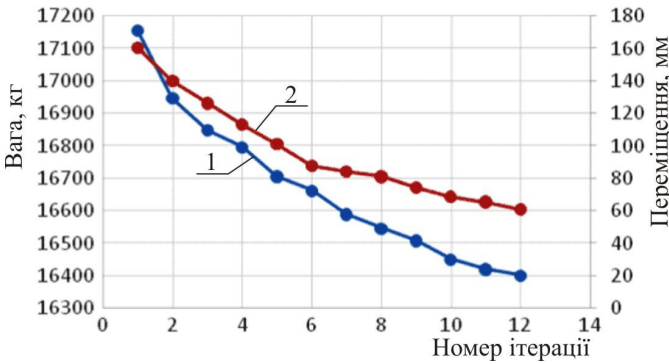


Рис. 6. Графік зміни цільових функцій ваги і переміщення по осям X,Y,Z за ітераціями багатокритеріальної параметричної оптимізації (1 – маса, 2 – макс. переміщення)

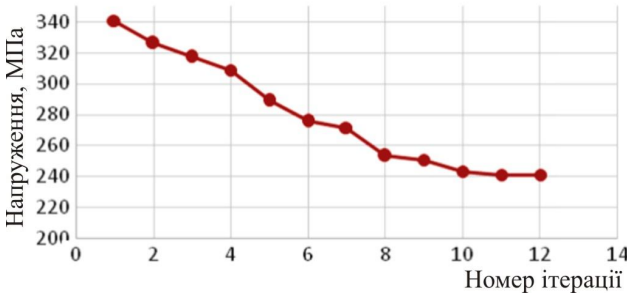


Рис. 7. Графік зміни максимальних напружень по Мізесу за ітераціями багатокритеріальної параметричної оптимізації

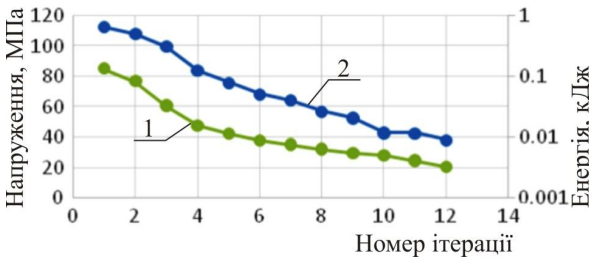


Рис. 8. Графік зміни енергії деформації (1) і напружень зсуву (2)

Результати чисельних досліджень оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі. За допомогою власного програмного забезпечення та програмного комплексу FemapwithNastran виконано дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з урахуванням термосилового навантаження, що дало змогу зменшити значення цільової функції – ваги конструкції, та за допомогою зміни товщини оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі зменшити і

перерозподілити переміщення по координатним осям, що є другою цільовою функцією.

В результаті отримали наступні значення:

- на графіку зміни цільових функцій 1.6 відбулося зменшення ваги оболонки на 5% і переміщення на 38% по елементне, а також на рис. 3;

- з рис. 2 на графіку 7, зменшення напруження по Мізесу відбулося в середньому на 29% по елементне, до оптимізації максимальні напруження становили 340 МПа на рис. 5;

- до оптимізації максимальні переміщення становили 160 мм на рис. 6-8, після оптимізаційного розрахунку, як зображено на рис. 3 становлять 61 мм. та на графіку 6.

На графіку 6 цільові функції – вага і переміщення пересікаються, але в тому місці де не влаштовують обмеження по переміщенню, таким чином точка оптимуму для двох цільових функцій відсутня.

На графіках 7 і 8 відображено поведінку напружень по Мізесу, напружень зсуву, енергії деформації, що дає розуміння, як проходить процес багатокритеріальної параметричної оптимізації.

Оптимізована товщина оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі варіюється від 31 мм до 1 мм, що показано на рис. 4.

В загальному можемо зробити висновок, що методика авторів для поєднання двох типів оптимізації: оптимізована форма оболонки мінімальної поверхні, оптимізована товщина оболонки мінімальної поверхні, є ефективною.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Герасимов Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. – Донецк: Вища шк. Главное Изд-во – Киев – 1985 – 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. Іванченко Г.М., Чеверда П.П., Кушніренко М.Г., Козовенко А.М. Аналіз реакцій в елементах просторових схем при різних способах з'єднань // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 163-170.
4. Кошевий О.О. Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
5. Кошевий О.О. Оптимізація сталюого звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. // Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3.– С.34 – 50.
6. Гоццляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А. Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69.- С.47-51.
7. Кошевий О.П., Кошевий О.О. Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування, Вип. 55. – Київ, КНУБА, 2015. – с. 215-227.
8. Кошевий О.П., Кошевий О.О. Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі // Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. – Київ, КНУБА, 2016. – с. 234-244.
9. Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 309–324.

10. Кошевой А.П. Устойчивость пластин и оболочек сложной формы // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех сборник. – К.: КИСИ, 1991. – Вип. 59. – С. 65–71.
11. Манита, Л.А. Условия оптимизации в конечномерных нелинейных задачах оптимизации. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 81 с.
12. Мелькумова Е.М. О некоторых подходах к решению многокритериальных задач. // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. – В.: ВГУ– №2–2010– 3 с.
13. Пелешко І.Д., Юрченко В.В. Оптимальне проектування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). // Металеві конструкції: збірник наукових праць. – 2009. – №15 – С. 13–21.
14. Пелешко І.Д., Балук І.М. Оптимізація поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій. // Збірник наукових праць УкрНДПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 4. – 2009. – С. 142–151.
15. Пелешко І.Д., Лисоцький Р.В., Балук І.М. Оптимальне проектування сталеві стрижневої конструкції покриття торгово-розважального комплексу. // Збірник наукових праць УкрНДПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 5. – 2010. – С. 181–191.
16. Сахаров А.С., Кислюк В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кенплер Х., Кочык З. Метод конечных элементов в механике твердых тел. // Видавництво Вища школа. Головное издательство – Киев – 1982. – 480 с.
17. Bazhenov V.A., Gaidachuk V.V., Koshevoy A.P. Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). – 1993. – С. 2631–2636.
18. Cheung Y. K. The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton.: CRC Press, 1997. – 416 p.
19. Guest J.K., Prievost J., Belytschko T. Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2)– P.238–254.
20. Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I. Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S. Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. Yonekura K., Kanno Y. Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. Wasiytynski Z., Brandt A. The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-350.

REFERENCES

1. Herasymov E.N., Pochtman Yu.M., Skalozub V.V. Mnohokryterialnaya optymyzatsyya konstruksyy. (Multicriteria optimization of structures). – Donetsk: Vyshcha shkola. Hlavnoe Yzd-vo – Kyev – 1985 – 134 p.
2. Hyll F., Myurrey U., Rayt M. Praktycheskaya optymyzatsyya. (Practical optimization). – М.: Myr, 1985. – 509 p.
3. Ivanchenko H.M., Cheverda P.P., Kushnirenko M.H., Kozovenko A.M. Analiz reaktsiy v elementakh prostoroovykh skhem pry riznykh sposobakh zvednan (Analysis of reactions in elements of spatial schemes with different methods of connections) // Opirmaterialiv i teoriyasporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – К.: KNUBA, 2012. – Vyp. 90. – P. 163-170.
4. Koshevyi O.O. Optymalne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) // Opir materialiv I teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – К.: KNUBA, 2019. – №. 103. – P. 253-265.
5. Koshevyi O.O. Optymizatsiya stalnoho zvarenoho rezervuaru pry obmezheni: napruzhen, peremishchen, vlasnykh chastot kolyvannya. (Optimization of steel welded tank with limitations: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations). // Budivelni konstruksiyi. Teoriya I praktyka: nauk.-tekh. zbirnyk. - К.: KNUBA. 2018. №.3.–P.34 – 50.
6. Hotsulyak Ye.O., Koshevyi O.P., Morskoy Yu.A. Chyselne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimalnymy poverkhnnyamy. (Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces). // Pрыkladna heometriya ta inzhenerna hrafiika: nauk.-tekh. zbirnyk. - К.: KNUBA. 2001. №. 69.- P.47-51.

7. *Koshevyi O.P., Koshevyi O.O.* Chyselne doslidzhennya vlasnykh kolyvan roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimalnymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) // *Mistobuduvannya ta terytorialne planuvannya*, №. 55. – Kyiv, KNUBA, 2015. – P. 215-227.
8. *Koshevyi O.P., Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimalnykh poverkhon na kruhloму ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) // *Mistobuduvannya ta terytorialne planuvannya*, №. 59. – Kyiv, KNUBA, 2016. – P. 234-244.
9. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Hryhoryeva L.O.* Chyselna realizatsiya bahatokryterialnoyi parametrychnoyi optymizatsiyi obolonky minimalnoyi poverkhni na pryamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical implementation of multi-criteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under thermforced loading) // *Opirmaterialiv i teoriyasporud: nauk.-tekh.zbirnyk*. – K.: KNUBA, 2021. – Vyp. 108. – S. 309–324.
10. *Koshevoy A.P.* Ustoychivost plastiniobolochekslozhnoyformi (Stability of plates and shells of complex shape) // *Soprotivleniye materialov I teoriya sooruzheniy: nauch.-tekh. sbornik*. – K.: KISI, 1991. – Vip. 59. – P. 65–71.
11. *Manyta L.A.* Usloviya optymizatsiyi v konechnomernykh nelyneynykh zadachakh optymizatsiyi. (Optimization conditions in finite-dimensional nonlinear optimization problems). – M.: Moskovskiyhosudarstvenniyinstytutélektroniky y matematiki, 2010. – 81 p.
12. *Melkumova E.M.* O nekotorykhpodkhodakh k reshenyumnohokryteryalnykhzadach. (About some approaches to solving multicriteria problems). // *Vestnyk VHU. Seryya Systemnyy analiz y nformatsyonnye tekhnolohyy*. – V.: VHU– №2– 2010– 3 p.
13. *Peleshko I.D., Yurchenko V.V.* Optymalne proektuvannya metalevykh konstruksiy na suchasnomu etapi (ohlyad prats). (Optimal design of metal structures at the present stage (review of works)). // *Metalevi konstruksiyi: zbirnyk naukovykh prats*. – 2009. – №15 – P. 13–21.
14. *Peleshko I.D., Baluk I.M.* Optymizatsiya poperechnykh pereriziv stryzhniv stalevykh konstruksiy. (Optimization of cross sections of rods of steel structures). // *Zbirnyk naukovykh prats UkrNDIPSKim*. V. M. Shymanovskoho. – K.: Stal, №. 4. – 2009. – P. 142–151.
15. *Peleshko I.D., Lisotskyy R.V., Baluk I.M.* Optymalne proektuvannya stalevoyi stryzhnivoiy konstruksiyi pokryttya torhovo-rozvazhalnoho kompleksu. (Optimal design of a steel rod cover structure of a shopping and entertainment complex). // *Zbirnyk naukovykh prats UkrNDIPSKim*. V. M. Shymanovskoho. – K.: Stal, №. 5. – 2010. – P. 181–191.
16. *Sakharov A.S., Kyslookyy V.N., Kyrychevskyy V.V., Altenbakh Y., Habbert U., Dankert YU., Keppler KH., Kochy Z.* Metod konechnykh élementov v mekhanyke tverdykh tel. (Finite element method in solid mechanics). // *Vydavnytstvo Vyscha shkola. Holovnoe yzdatelstvo – Kyev* – 1982. – 480 p.
17. *Bazhenov V.A., Gaidachuk V.V., Koshevoy A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // *Journal of Soviet Mathematics* 66(6). –1993. – C. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p.
19. *Guest J.K., Priest J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // *Linear Algebra and its Applications*. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // *Optimization and Engineering*. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. *Wasiutyński Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // *Appl. Mech. Rev.* – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-35.

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П.

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КВАДРАТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. Описаний математичний алгоритм вирішення задачі багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь, де розписано необхідні вихідні дані, які бувають цільові функції, змінні проектування і обмеження; вплив вихідних даних на чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації; розрахунок необхідних компонентів і матриць для багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь, а також методи спрощення його, в залежності від вихідних даних. Показано, в яких випадках, алгоритм виконується успішно, а де потрібно вертатися для зміни початкових параметрів.

Представлено аналіз чутливості багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь, де розкривається внутрішня суть роботи конструкції, при виконанні оптимізаційного розрахунку, робота з внутрішніми зусиллями та напруженнями, зв'язок з методом скінчених елементів та його матрицею жорсткості.

Розкритий процес та методику задання термосилового навантаження, всі вихідні параметри, а також, як навантаження працює при багатокритеріальній параметричній оптимізації.

Чисельний експеримент дозволив зменшити вагу оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі на 5%, а переміщення по координатним осям на 38%, що є цільовими функціями багатокритеріальної параметричної оптимізації. Виконаний перерозподіл товщини оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі від 1 мм до 31 мм. Показана взаємодія цільових функцій – вони конфліктують, а також графіки зміни напружень по Мізесу, напружень зсуву та енергії деформацій, що дає можливість розкрити внутрішні процеси багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі.

Виконання даного дослідження є цікавою прикладною задачею для будівельної механіки, так як вперше відображено застосування двох типів оптимізації на одному об'єкті дослідження.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оптимізація форми, топологічна оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, цільова функція, пара цільових функцій, змінні проектування, обмеження, ліміт, переміщення по координатним осям, вага оболонки.

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P.

NUMERICAL IMPLEMENTATION OF MULTICRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OF MINIMUM SURFACE SHELL ON A SQUARE CONTOUR UNDER THERMFORCE LOADING

The article considers the numerical study of the multicriteria parametric optimization of the minimum surface shell on the square contour under thermoforce loading. The mathematical algorithm for solving the problem of multicriteria parametric optimization of minimal surfaces shells is described: the necessary output data are given, which target functions can be used, design variables and constraints are described. The influence of initial data on the numerical study of multicriteria parametric optimization is shown. The calculation of necessary components and matrices for multicriteria parametric optimization of minimal surfaces shells, as well as methods of its simplification, depending on the initial data was made. Was shown in which cases the algorithm is executed successfully, and where it was necessary to return to change the initial parameters.

The sensitivity analysis of multi-criteria parametric optimization of minimal surfaces shells is presented. In article reveals the inner essence of the structure's work while the optimization calculation was done. Work with internal forces and stresses, the connection with the finite element method and its stiffness matrix were made.

The process and methodology of setting of thermoforce load are revealed. All initial parameters, as well as how the load works with multicriteria parametric optimization are shown.

The numerical experiment made it possible to reduce the weight of minimum surface shell on the square contour by 5%, and the movement along the coordinate axes by 38%, which are the target functions of multicriteria parametric optimization. Redistribution of the thickness of the minimum

surface shell on the square contour from 1 mm to 31 mm was realized. The interaction of the objective functions is shown - they conflict, as well as the graphs of changes in Mises stresses, shear stresses and strain energy, which makes it possible to reveal the internal processes of multi-criteria parametric optimization of the minimum surface shell on a square contour.

Subject of this study is an interesting applied problem for construction mechanics, as it is the first time to display the application of two types of optimization on one research object.

Key words: optimization, parametric optimization, multicriteria parametric optimization, shape optimization, topological optimization, minimum surface shell, objective function, pair of objective functions, design variables, constraints, limit, movement along coordinate axes, shell weight.

УДК 539.3

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. **Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 50-65.

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. Розписаний алгоритм реалізації багатокритеріальної параметричної оптимізації та аналіз чутливості. Показано ефективність даної методики.

Таб. 0. Іл. 8. Бібліогр. 23 назв.

UDS 539.3

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P. **Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermoforce loading**// StrengthofMaterialsandTheoryofStructures: Scientific-and-technicalcollectedarticles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 50-65.

The article considers with the numerical study of the multicriteria parametric optimization of minimal surface shell on the square contour under thermoforce loading. The algorithm for implementing multicriteria parametric optimization and sensitivity analysis is described. The effectiveness of this technique is shown.

Tabl. 0. Il. 8. Ref. 23.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, декан будівельного факультету КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ІВАНЧЕНКУ Григорію Михайловичу

Робочий тел.:+38(044) 248-32-37

Мобільний тел.:+38(067) 597-19-48

E-mail: ivgm61@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1172-2845>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор філософії (PhD), доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВому Олександр Олександровичу

Робочий тел.:+38(044) 241-55-36

Мобільний тел.: +38(098) 207-01-37

E-mail: a380982070137@gmail.com.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1903-2905>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри опору матеріалів КНУБА, КОШЕВИЙ Олександр Петрович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВому Олександр Петровичу

Робочий тел.:+38(044) 241-54-21

Мобільний тел.:+38(050)-441-52-30

E-mail: a0504415230@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7796-0443>

УДК 539.3

ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ ОБТІЧНИКІВ РАКЕТОНОСІЇВ КОНІЧНОЇ ФОРМИ

О.П. Кривенко,

канд. техн. наук, старший науковий співробітник

П.П. Лізунов,

д-р техн. наук, професор

Київський національний університет будівництва і архітектури,

Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03037

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.66-71

Проведено дослідження власних коливань обтічників ракетноносіїв. Обтічники моделюються тонкими конічними оболонками. Модальний аналіз тонкої пружної оболонки спирається на використання розробленої скінченно-елементної моделі неоднорідної оболонки. Загалом, методика дозволяє досліджувати геометрично нелінійне деформування, стійкість та позакритичну поведінку широкого класу тонких пружних оболонок. Модальний аналіз конструкції реалізується на кожному кроці статичного термосилового навантаження. Для визначення спектру нижчих частот власних коливань оболонок неоднорідної структури застосовується метод ітерації підпростору. Метод аналізу поведінки оболонки ґрунтується на співвідношеннях тривимірної теорії термопружності та використовує моментну схему скінченних елементів. Тонка пружна оболонка моделюється універсальним просторовим ізопараметричним скінченним елементом. Досліджено параметри власних коливань конічних оболонок обертання різної товщини. Порівняння результатів розрахунку, що отримані за моментною схемою скінченних елементів, з даними інших авторів показало достатньо гарний збіг розв'язків.

Ключові слова: гнучка оболонка, універсальний просторовий скінченний елемент, моментна схема скінченних елементів, модальний аналіз.

Вступ

У технічних пристроях, що рухаються з великою швидкістю, наприклад, літаки, космічні та підводні апарати, високошвидкісні наземні транспортні засоби, широко застосовуються спеціальні оболонкові конструкції, так звані обтічники. Особливе значення серед усіх видів обтічників має головний обтічник, оскільки саме він значною мірою сприймає опір повітря. Головний обтічник є складним високотехнологічним пристроєм. Він має поєднувати мінімально можливу вагу з високою міцністю та здатністю витримувати різкі перепади температури. Для виготовлення головних обтічників використовуються алюмінієві сплави та композитні матеріали. Конструктивні схеми обтічників можуть бути різними. Вони виготовляються у вигляді тонких оболонок, які найчастіше мають конічні та параболічні форми [1]. Часто такі конструкції посилюються зсередини стрингерами та шпангоутами.

Незважаючи на широке застосування конічних і параболічних оболонкових конструкцій в авіації та космонавтиці, проблеми коливань та міцності таких конструкцій залишаються недостатньо вивченими. При

цьому поведінка оболонки обтічника ракетносія практично не досліджувалися [1-4].

1. Постановка задачі. Модальний аналіз тонкої пружної оболонки спирається на використання розробленої в [5, 6] скінченно-елементної моделі неоднорідної оболонки. Методика [5, 6] дозволяє досліджувати геометрично нелінійне деформування, стійкість та позакритичну поведінку широкого класу тонких пружних оболонок при статичній дії термосилового навантаження. Загалом, характеристики власних коливань конструкції визначаються на кожному кроці навантаження [7, 8]. Для визначення спектру нижчих частот і векторів власних коливань оболонок неоднорідної структури застосовується метод ітерації підпростору [9].

Скінченно-елементна методика моделювання геометрично нелінійного деформування, стійкості та закритичної поведінки пружних оболонок при статичній дії силових і температурних навантажень, що розроблена в роботах [5, 6], базується на єдиних методологічних позиціях просторової геометрично нелінійної теорії термопружності. Такий підхід дозволив розробити універсальний просторовий скінченний елемент (СЕ) для моделювання тонких і середньої товщини оболонок з геометричними особливостями за товщиною у вигляді ділянок ступінчасто-змінної та гладко-змінної товщини, зі зламами серединної поверхні та отворами. На базі універсального СЕ розроблено методику дослідження широкого класу пружних оболонок. Методика базується на використанні моментної схеми скінченних елементів (МССЕ). Використана модель лінійно-пружного суцільного середовища, властивості якого відповідають узагальненому закону Дюамеля-Неймана, при великих переміщеннях і малих деформаціях. Тонка оболонка розглядається як тривимірне тіло та моделюється за товщиною одним ізопараметричним просторовим СЕ з полілінійними функціями форми. Для врахування особливостей напружено-деформованого стану оболонки використовуються дві неklasичні гіпотези: кінематична гіпотеза деформівної прямої в напрямку товщини та статична гіпотеза про сталість нормальних напружень обтиснення волокон шару по товщині. Процеси геометрично нелінійного деформування оболонки досліджуються на основі загальної лагранжевої постановки варіаційної задачі у приростах. Нелінійний розв'язок задачі отримується за комбінованим алгоритмом, що поєднує кроковий метод продовження розв'язку за параметром із ітераційною процедурою Ньютон-Канторовича на кожному кроці навантаження. Модальний аналіз оболонки виконується на кожному кроці термосилового навантаження з урахуванням деформованого та переднапруженого стану.

2. Модальний аналіз обтічника конічної форми. Розглядається ізотропна тонка конічна оболонка, що моделює обтічник ракети-носія [2]. Розглядається конічна оболонка сталої товщини h , висотою H та радіусом опорного контуру R (рис. 1). Оболонка жорстко затиснута по контуру та виготовлена з ізотропного матеріалу ($E = 7.2 \cdot 10^4$ МПа –

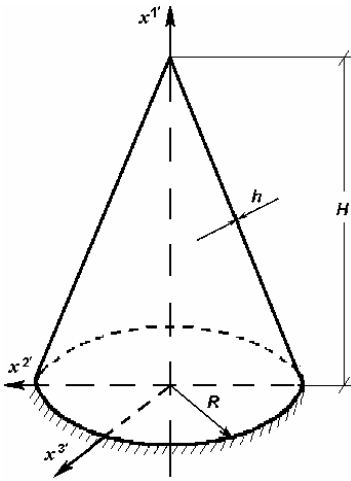


Рис. 1. Конічна оболонка

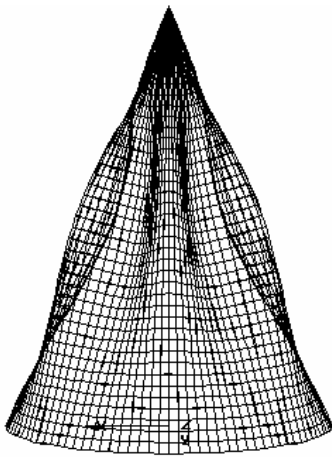
модуль пружності, $\nu = 0.3$ – коефіцієнт Пуассона, $\rho = 2770 \text{ кг/м}^3$ – щільність). Вихідні данні такі: $R = 195 \text{ см}$, $H = 559.2 \text{ см}$, $h = 2 \text{ мм}$. За розрахунку приймалася скінченно-елементна модель у вигляді половини оболонки, що має площину симетрії. Оскільки вершина оболонки є особливою точкою, тому в скінченно-елементній моделі конструкції навколо неї вирізаний отвір, що має діаметр менший за товщину оболонки.

Вивчення збіжності та точності розв'язків показало, що достатньою є відносно густа сітка $20 \times 50 \text{ SE}$. Виявлено, що у коловому напрямку необхідно використовувати більш густе розбиття, ніж у напрямку твірної.

Таблиця 1

Метод	$\omega_i, \text{ Гц}$				
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
МССЕ	28,63	29,37	29,42	31,14	32,85
[2]	27,09	27,47	27,97	28,67	30,47
$\Delta \%$	5,84	6,92	5,18	8,61	7,81

Порівняння результатів розрахунку власних частот з наведеними в [2]

Рис. 2. Форма коливань оболонки ($h = 2 \text{ мм}$), що відповідає частоті ω_1

подано в табл. 1. Деяку розбіжність у відносній різниці результатів, що отримані за двома методами, можна пояснити використанням у нашому дослідженні (з використанням МССЕ) уточненого тривимірного підходу із застосуванням просторового SE. Значення нижчих частот коливань знаходяться у достатньо щільному діапазоні.

Форма коливань для частоти ω_1 наведена на рис. 2. Для наочності форма подана у викривленому збільшеному масштабі. Для всіх форм, що відповідають розглянутим частотам ω_i , коливання відбуваються ближче до середньої вздовж твірної частини

оболонки з утворенням різної кількості хвиль у коловому напрямку.

Дослідження впливу збільшення у два рази товщини оболонки ($h = 4$ мм) на спектр частот ω_i власних коливань приведено в табл. 2.

Таблиця 2

Товщина, мм	ω_i , Гц				
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
2	28,63	29,37	29,42	31,14	32,85
4	39,07	40,02	40,88	42,71	46,68
Δ %	36,46	36,26	38,95	37,15	42,10

Збільшення товщини оболонки у два рази приводить до зростання частоти коливань майже у 1,5 рази. Характер форм коливань не змінюється. Кількість хвиль у коловому напрямку зменшується (рис. 3).

Висновки. У роботі досліджено параметри власних коливань конічних оболонок обертання різної товщини. Оболонки моделюють обтічник літального апарату. Дослідження проведені за допомогою скінченно-елементної методики, що спирається на використання розробленого універсального просторового скінченного елемента.

Досліджено збіжність і точність розв'язків. Порівняння результатів розрахунку, що отримані за моментною схемою скінченних елементів, з даними інших авторів показало достатньо гарний їх збіг. Деяка розбіжність у відносній різниці результатів, що отримані за двома методами, пояснюється використанням у нашому дослідженні уточненого тривимірного підходу із застосуванням просторового скінченного елемента.

Найбільші амплітуди коливань спостерігаються у середній частині оболонки. Збільшення товщини оболонки приводить до збільшення величини частот коливань конструкції.

Дуже поширений формою носового обтічника є конус канонічної форми. Цю форму часто вибирають через простоту виготовлення. Проте конічні обтічники можуть мати складнішу форму. Так конічний ніс обтічника часто притуплюється за допомогою покриття його відрізком сфери. Конічна форма може переходити в циліндричну оболонку або бути біконічною. Тому в наступних дослідженнях планується оцінити вплив форми на власні коливання таких оболонок сталої товщини.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Чернобрышко М.В., Аврамов К.В., Романенко В.Н. и др.* Динамическая неустойчивость обтекателей ракет-носителей в полете // Пробл. машиностроения, 2014, Т. 17, № 2. – С. 9-16.
2. *Чернобрышко М.В., Аврамов К.В., Батутина Т.Я. и др.* Динамическая неустойчивость подкрепленных конических обтекателей ракет-носителей в сверхзвуковом газовом потоке // Техн. механика. – 2015. – № 1. – С. 15-29.
3. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Ворона Ю.В.* Аналіз власних коливань тонких параболических оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.:

КНУБА, 2019. – Вип. 102. – С. 171-179. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2019.102.171-179>.

4. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Vorona Yu.V.* Effect of heating on the natural vibrations of thin parabolic shells // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: КНУБА, 2019. – Issue 103. – P. 3-16. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.3-16.
5. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
6. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих оболочек неоднородной структуры: Модели, методы, алгоритмы, малоизученные и новые задачи. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 336 с.
7. *Bazhenov V., Krivenko O.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbruen, Deutschland, 2018. – 97 p. ISBN: 978-613-9-85790-6.
8. *Баженов В.А., Кривенко О.П.* Стійкість і коливання пружних неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях – К.: Вид-во “Каравела”, 2020. – 187 с.
9. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Легостаев А.Д.* Стійкість і власні коливання неоднорідних оболонок з урахуванням напруженого стану // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2015. – Вип. 95. – С. 96-113.

REFERENCES

1. *Chernobryvko M.V., Avramov K.V., Romanenko V.N. et al.* Dynamicheskaya neustoychivost obtekatel'ei raket-nosytelei v polete (Dynamic instability of rockets deflectors in flight) // Probl. mashynostroeniya, 2014, T. 17, № 2. – S. 9-162.
2. *Chernobryvko M.V., Avramov K.V., Batutyna T.Ya. et al.* Dynamicheskaya neustoychivost podkrepennykh konicheskikh obtekatel'ei raket-nosytelei v sverkhzvukovom hazovom potoke (Dynamic instability of reinforced conical fairings of launch vehicles in a supersonic gas flow) // Tekhn. mekhanika. – 2015. – № 1. – S. 15-29.
3. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Vorona Yu.V.* Analiz vlasnykh kolyvan tonkykh parabolicheskikh obolonok (Modal analysis of thin parabolic shells) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: КНУБА, 2019. – Issue 102. – P. 171-179. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.102.171-179
4. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Vorona Yu.V.* Effect of heating on the natural vibrations of thin parabolic shells // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: КНУБА, 2019. – Issue 103. – P. 3-16. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.3-16
5. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovei M.O.* Nelineiniy deformuvannya ta stiikist pruzhnykh obolonok neodnorodnoyi struktury (Nonlinear deformation and stability of elastic shells with inhomogeneous structure). – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
6. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A.* Nelineynoye deformirovaniye i ustaychivost uprugih obolonok neodnorodnoyi struktury: Modeli, metody, algoritmy, maloizuchennyye i novyye zadachi (Nonlinear deformation and stability of elastic shells with inhomogeneous structures: Models, methods, algorithms, poorly-studied and new problems). – М.: Knizhnyy dom «LIBRIKOM», 2013. – 336 с.
7. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018. – 97 p. ISBN: 978-613-9-85790-6
8. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P.* Stiikist i kolyvannya pruzhnykh neodnorodnykh obolonok pry termosylovykh navantazheniakh (Stability and vibrations of elastic inhomogeneous shells under thermo-mechanical loads). – К.: ЗАТ «Віпол», 2020. – 187 с.
9. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Legostaev A.D.* Stiikist i vlasni kolyvannya neodnorodnykh obolonok z urakhuvanniam napruzhenooho stanu (Stability and natural vibrations of inhomogeneous shells taking into account the stress state) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: КНУБА, 2019. – Issue 95. – P. 96-113.

Krivenko O.P., Lizunov P.P.

VIBRATIONS OF LAUNCH VEHICLE CONICAL FAIRINGS

Vibrations of launch vehicle conical fairings are investigated. Fairings are simulated using thin conic shells. The modal analysis of a thin elastic shell is based on the use of the developed finite element model of an inhomogeneous shell. In general, the technique makes it possible to investigate the geometrically nonlinear deformation, stability, and post-buckling behavior of a wide class of thin elastic shells. The modal analysis of the structure is implemented at each step of the static thermomechanical load. The subspace iteration method is used to determine the spectrum of the lowest vibration frequencies of shells of an inhomogeneous structure. The shell behavior analysis method is based on the relations of the three-dimensional theory of thermoelasticity and uses the finite element moment scheme. A thin elastic shell is simulated by a universal solid isoparametric finite element. The parameters of natural vibrations of conical shells of revolution with different thicknesses are investigated. Comparison of the calculation results obtained by the finite element moment scheme with the data of other authors shows a fairly good agreement between the solutions.

Key words: flexible shell, universal solid finite element, finite element moment scheme, modal analysis.

УДК 539.3

Кривенко О.П., Лізунов П.П. Власні коливання обтічників ракетоносіїв конічної форми // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 66-71.

У роботі наведено результати модального аналізу конічних обтічників ракетоносіїв.

Табл. 2. Іл. 3. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.3

Krivenko O.P., Lizunov P.P. Vibrations of launch vehicle fairings with conical shape // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 66-71.

The paper presents the results of the modal analysis of the conical fairings of launch vehicles.

Tabl. 2. Fig. 3. Ref. 9

УДК 539.3

Кривенко О.П., Лізунов П.П. Собственные колебания обтекателей ракетоносителей конической формы // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2022. – Вып. 109. – С. 66-71.

В работе приведены результаты модального анализа конических обтекателей ракетоносителей.

Табл. 2. Ил. 3. Библиогр. 9 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, НДІ будівельної механіки

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

E-mail: olakor@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1623-9679>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки КНУБА ЛІЗУНОВ Петро Петрович

Адреса робоча: 03035 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

E-mail: lizunov@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2924-3025>

UDC 624.04.012.4.044, 519.853

SEARCHING FOR A COMPROMISE SOLUTION IN CROSS-SECTION SIZE OPTIMIZATION PROBLEMS OF COLD-FORMED STEEL STRUCTURAL MEMBERS

V.V. Yurchenko¹,

Doctor of Technical Science, Professor

I.D. Peleshko²,

Candidate of Technical Science, Associate Professor

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture
Povitroflotskyj av., 31, Kyiv, 03680*

²*Lviv Polytechnic National University
St. Bandery, 12, Lviv, 79013*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-92

A parametric optimization problem of cross-sectional sizes for cold-formed steel lipped channel structural members subjected to axial compression has been considered by the paper. An optimization problem is formulated as to define optimum cross-sectional sizes of cold-formed structural member taking into account post-buckling behavior (web and flange local and distortional buckling) of the member as well as structural requirements when the profile perimeter (strip width), profile thickness, design lengths of the structural member as well as material properties are constant and specified in advance. Maximization of the load-carrying capacity of the cold-formed structural member has been assumed as purpose function. The formulated parametric optimization problem has been solved by exhaustive search method using the software written in Python. As optimization results the cold-formed steel lipped channels with optimum cross-sectional dimensions have been obtained depending on the profile thickness and design lengths of the structural member. In order to obtain optimum solutions for cross-sectional dimensions of the CFS lipped channel structural members which are independent from the design flexural lengths and profile thickness, searching for a compromise solution has been performed by exhaustive search method. The obtained cold-formed steel lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes have higher design buckling resistance under the axial compression at the same material consumption (stripe width) comparing with the cold-formed steel lipped channels proposed by the manufacturer. Web local buckling phenomenon has been occurred in all obtained CFS lipped channel cross-sections with optimum sizes.

Keywords: cold-formed steel, buckling resistance, torsional-flexural buckling, parametric optimization, exhaustive search method, compromise solution

Introduction. Previously, the use of cold-formed thin-walled profiles was limited to cases where reducing the weight of the structure was a priority, such as in the aviation or automotive industries. However, due to the development of production technology, corrosion protection, product availability as well as implementation of the design code the use of thin-walled structural elements, including cold-formed profiles is gradually expanding [1].

Today, various structural systems made from cold-formed steel (CFS) structural members used widely in the construction industry are imported intensively to the Ukrainian market of steel structures. Implementation of steel structures made from thin-walled cold-formed profiles in building practice is

relevant and economically reasonable. There are specific fields of application where their efficiency is the highest. However, the widespread application of the structures made from thin-walled cold-formed profiles of the domestic production is delayed due to the lack of domestic experience in economic and reliable design of such structures [1, 2].

Literature review and problem statement. In the papers [3] the authors said that “A high degree of flexibility in the manufacturing of various cross-sectional shapes provides a unique opportunity to further improve the load-carrying capacity of these structural elements through an optimization process, leading to more efficient and economical structural systems”. A brief review of optimization problem formulation, calculation techniques and algorithms, including gradient-based methods, stochastic search, artificial intelligent methods, and ant colony methods, have been discussed in the paper [4]. The optimization methodologies for CFS structural members have been also summarized and presented systematically in the paper [5, 6].

Lots of papers presented the results of shape optimization of cold-formed steel columns (see for example [7, 8, 9]). In the paper [10] the optimization problem formulation included fabrication and geometric enduse constraints. Shape optimization of manufacturable and usable cold-formed steel singly-symmetric and open columns has been also considered by the paper [11].

An optimization methodology intended to find the optimum cross-section sizes for CFS beam structural members with maximum flexural resistance has been provided by the paper [12]. Geometrical requirements according to EuroCode 3 as well as a number of manufacturing and practical constraints have been considered in scope of the optimization procedure. The flexural resistance of the CFS structural members has been determined based on the effective width approach regulated by EuroCode. The proposed optimization procedure has been performed based on the particle swarm optimization method.

In the paper [13] authors considered the optimal design problems for cold-formed steel lipped channel beams subjected to combined action of bending, shear, and web crippling. CFS beam structural member has been also considered by the papers [14, 15] where Big Bang-Big Crunch optimization and micro Genetic Algorithm have been used. In the paper [16] authors used the particle swarm optimization method in order to obtain optimum cross-section dimensions for lipped channels, folded-flanges, and super-sigma profiles used in modular building applications as beam structural members. Comparing to the conventional CFS sections the load-carrying flexural capacity of the structural members with optimum cross-sectional sizes has been improved significantly.

In the paper [3] a practical optimization methodology for the CFS beam-column structural members with different design lengths and thicknesses, subjected to various combinations of longitudinal force and bending moment has been proposed. The optimization procedure has been performed using a genetic algorithm, when the optimization problem has been formulated as maximization the buckling resistances of CFS structural members with

specified and constant material consumption.

The paper [17] presents an optimization procedure to obtain optimum dimensions for CFS channel cross-sections in structural members subjected to compression or bending. An optimization problem has been formulated as maximization of the load-carrying capacity and solved using genetic algorithms. Optimization has been performed for the different column design lengths taking into account the shift of the centroid of its effective cross-sections caused by the local buckling effects.

The paper [18] has been devoted to the shape optimization of cold-formed steel beam-columns with practical and manufacturing constraints. CFS beam-column structural member has been also considered by the papers [19, 20] in scope of unconstrained and constrained optimization procedures.

Particular attention has been paid to the optimal folding of the CFS structural members. In the paper [1] a parametric optimization problem for single edge fold size in CFS structural members subjected to axial compression has been considered. The purpose function and constraints of the mathematical model has been formulated as continuously differentiable functions, then the parametric optimization problems has been successfully solved using the gradient projection non-linear methods [21, 22].

The similar optimization problem has been also considered in the paper [23], where a genetic algorithm has been used with further improvement of the optimal decision based on the gradient descent method. As a result CFS structural member with optimal single edge folds have higher load-carrying capacity comparing to the original designs.

In order to increase the widespread application of the structures made from CFS profiles of the domestic production, effective national ranges of assortments of CFS profiles have to be developed. In this paper, CFS lipped channel structural members subjected to axial compression are considered as research object, which investigated for the searching for optimum cross-sectional dimensions. The following research tasks are formulated: to develop a mathematical model and a numerical technique to solve an optimization problem for cross-sectional sizes of CFS structural members; to perform numerical investigations in order to obtain optimal solutions for considered research object; to develop a guide for designers relating to the optimum material distribution in the cross-sections of the CFS structural members.

The aim and objectives of the study. In order to increase the widespread application of the structures made from CFS profiles of the domestic production, effective national ranges of assortments of CFS profiles have to be developed. In this paper, CFS lipped channel structural members subjected to axial compression are considered as research object, which investigated for the searching for optimum cross-sectional dimensions. The following research tasks are formulated: to develop a mathematical model and a numerical technique to solve an optimization problem for cross-sectional sizes of CFS structural members; to perform numerical investigations in order to obtain optimal solutions for considered research object.

Material and methods. Applied optimum design problems for structures in

some cases are formulated as parametric optimization problems, namely as searching problems for unknown structural parameters, which provide an extreme value of the specified purpose function in the feasible region defined by the specified constraints [24]. The mathematical model of the parametric optimization problems includes a set of design variables, an objective function, as well as constraints, which reflect generally non-linear dependences between them.

Let formulate a parametric optimization problem as follow: to find optimum values of cross-sectional sizes for CFS lipped channel structural members subjected to axial compression when the profile perimeter (strip width), profile thickness, steel properties as well as design lengths of the structural member are constant and specified in advance.

The formulated parametric optimization problem can be stated in the following mathematical terms: to find unknown structural parameters:

$$\vec{X} = \{X_i\}^T, \quad i = \overline{1, N_X}; \quad (1)$$

providing the maximum value of the determined objective function:

$$f^* = f(\vec{X}^*) = \max_{\vec{X} \in \mathfrak{S}} f(\vec{X}); \quad (2)$$

in feasible region (search space) \mathfrak{S} defined by the following system of constraints:

$$\Phi(\vec{X}) = \{\varphi_\eta(\vec{X}) \leq 0 \mid \eta = \overline{1, N_{IC}}\}; \quad (3)$$

where \vec{X} – vector of the design variables (unknown structural parameters); N_X – total number of the design variables; f, φ_η – continuous functions of the vector argument; \vec{X}^* – optimum solution (the vector of optimum values of the structural parameters); f^* – optimum value of the objective function; N_{IC} – number of constraints-inequalities $\varphi_\eta(\vec{X})$, which define a feasible region in the design space \mathfrak{S} .

Overall cross-section dimensions of a CFS lipped channel, namely web height h , flange width b and single edge fold length c (Fig. 1) are considered as *design variables*. Initial data for optimization are profile thickness t , internal bend radius $r = 1.5t$, material properties (base yield strength f_{yb} and modulus of elasticity E), design length of the structural member corresponded to the flexural buckling modes $l_{ef} = l_{ef,y} = l_{ef,z}$. The torsional buckling length $l_{ef,T}$ is equals to the flexural buckling length $l_{ef,z}$.

Let us introduce in the plane of thin-walled cross-section a Cartesian coordinate system $y_C O z_C$ with the origin in the center of mass C of the section, the direction of the coordinate system axes $y_C O z_C$ coincides with the direction of principle axes of inertia. Let us also describe the considered section of thin-walled bar by a set of sectional points

$\mathbf{P} = \{ \mathbf{p}_j = \{ y_j, z_j \} \mid j = \overline{0, n} \}$ (y_j and z_j are the coordinates of j^{th} sectional point in the coordinate system $y_C O z_C$ introduced above) and by a set of sectional segments $\mathbf{S} = \{ \mathbf{s}_i = \{ \mathbf{p}_{i-1}, \mathbf{p}_i \} \mid i = \overline{1, n} \}$, which connect to adjacent sectional points, where n is quantity of the sectional segments and $n+1$ is

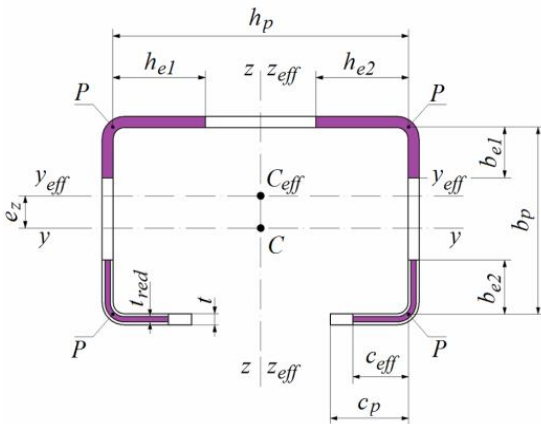


Fig. 1. Cross-section of the CFS lipped channel structural member

quantity of the sectional points. It should be noted that the coordinates of the sectional points depend on the design variables of the formulated optimization problem $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\bar{X})$.

The following integral geometrical properties of considered cross-section can be calculated on the determined set \mathbf{P} of sectional points and set \mathbf{S} of sectional segments (see Annex C [25]): A_g

is the gross cross-sectional area; I_y, I_z are the second moments of inertia relative to the main axis of inertia, which coincide with the axes of global Cartesian coordinate system $y_C O z_C$; i_y, i_z are the radiuses of inertia relative to the main axis of inertia; I_ω is the sectorial moment of inertia; I_t is the second moment of area for pure torsion. As the coordinates of the sectional points depend on the design variables, then the integral geometrical properties of the gross cross-section depends on the design variables as well.

Design sizes of plane cross-sectional elements (Fig. 1) for CFS lipped channel structural member are calculated according to [25] depending on the design variables h, b and c as well as on the constant internal bend radius r and profile thickness t as presented below:

$$h_p = h - 2R + r_m \sqrt{2} ; \tag{4}$$

$$b_p = b - 2R + r_m \sqrt{2} ; \tag{5}$$

$$c_p = c - R + 0.5r_m \sqrt{2} ; \tag{6}$$

where h_p – design web height; b_p – design flange width; c_p – single edge fold design length; r_m –middle bend radius, $r_m = r + 0.5t$; R – external bend radius, $R = r + t$.

Relative slenderness $\bar{\lambda}_{ph}$ of the web, relative slenderness $\bar{\lambda}_{pb}$ of the flanges and relative slenderness $\bar{\lambda}_{pc}$ of the single edge fold for CFS lipped channel are calculated according to [25, 26] as follow:

$$\bar{\lambda}_{ph} = \frac{h_p}{56,8t\varepsilon}; \quad (7)$$

$$\bar{\lambda}_{pb} = \frac{b_p}{56,8t\varepsilon}; \quad (8)$$

$$\bar{\lambda}_{pc} = \frac{c_p}{28,4t\varepsilon\sqrt{\tilde{\mathbf{k}}_{\sigma c}(c_p/b_p)}}; \quad (9)$$

where ε – material factor, $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yb}[\text{MPa}]}}$; $\tilde{\mathbf{k}}_{\sigma c}(c_p/b_p)$ – buckling factor calculated according to the dependency proposed by [25].

Cross-section flanges and web of CFS lipped channel structural member are subjected to post-buckling behavior (when local buckling occurs) in the case when its slenderness exceed limit value, namely web slenderness $\bar{\lambda}_{ph} > 0,673$ and/or flange slenderness $\bar{\lambda}_{pb} > 0,673$. In this case effective widths of the web h_{eff} and flanges b_{eff} as well as effective cross-sectional sizes h_{e1} , h_{e2} , b_{e1} , b_{e2} are defined according to [25, 26] as presented below:

– if $\bar{\lambda}_{ph} > 0,673$:

$$h_{e1} = h_{e2} = \frac{h_{eff}}{2} = \frac{h_p}{2\bar{\lambda}_{ph}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{ph}} \right) = 28,4t\varepsilon \left(1 - \frac{12,496t\varepsilon}{h_p} \right); \quad (10)$$

– if $\bar{\lambda}_{ph} \leq 0,673$:

$$h_{e1} = h_{e2} = \frac{h_p}{2}; \quad (11)$$

– if $\bar{\lambda}_{pb} > 0,673$:

$$b_{e1} = \frac{b_{eff}}{2} = \frac{b_p}{2\bar{\lambda}_{pb}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{pb}} \right) = 28,4t\varepsilon \left(1 - \frac{12,496t\varepsilon}{b_p} \right); \quad (12)$$

$$b_{e2} = \frac{b_{eff}}{2} = \frac{b_p}{2\bar{\lambda}_{pb}\sqrt{\chi_d}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{pb}\sqrt{\chi_d}} \right) = \frac{28,4t\varepsilon}{\sqrt{\chi_d}} \left(1 - \frac{12,496t\varepsilon}{b_p\sqrt{\chi_d}} \right); \quad (13)$$

– if $\bar{\lambda}_{pb} \leq 0,673$:

$$b_{e1} = b_{e2} = \frac{b_p}{2}, \quad (14)$$

where χ_d – reduction factor for the distortional buckling cross-section resistance calculated as presented below.

Single edge fold of CFS lipped channel cross-section is subjected to post-buckling behavior (when local buckling occurs) in case when its slenderness exceeds limit value ($\bar{\lambda}_{pc} > 0,748$). In this case effective single edge fold width c_{eff} is determined according to [25] as follow:

– if $\bar{\lambda}_{pc} > 0,748$:

$$c_{eff} = \frac{28,4t\varepsilon}{\sqrt{\chi_d}} \sqrt{\tilde{k}_{\sigma c} \left(\frac{c_p}{b_p} \right)} \left(1 - \frac{5,3392t\varepsilon}{c_p \sqrt{\chi_d}} \sqrt{\tilde{k}_{\sigma c} \left(\frac{c_p}{b_p} \right)} \right); \tag{15}$$

– if $\bar{\lambda}_{pc} \leq 0,748$:

$$c_{eff} = c_p. \tag{16}$$

Let us also describe the considered effective cross-section of thin-walled bar by a set of sectional points $\mathbf{P}_{eff} = \left\{ \mathbf{p}_{eff,j} = \{y_{eff,j}, z_{eff,j}\} \mid j = \overline{0, n_{eff}} \right\}$ ($y_{eff,j}$ and $z_{eff,j}$ are the coordinates of j th sectional point in the coordinate system $y_C O z_C$ introduced above) and by a set of sectional segments $\mathbf{S}_{eff} = \left\{ \mathbf{s}_{eff,i} = \{ \mathbf{p}_{eff,i-1}, \mathbf{p}_{eff,i} \} \mid i = \overline{1, n_{eff}} \right\}$, which connect to adjacent sectional points, where n_{eff} is quantity of the sectional segments and $n_{eff} + 1$ is quantity of the sectional points. It should be noted that the coordinates of the sectional points depend on the design variables of the formulated optimization problem as well as on the effective cross-sectional sizes $h_{e1}, h_{e2}, b_{e1}, b_{e2}, c_{eff}$:

$$\mathbf{P}_{eff} = \mathbf{P}_{eff} (\bar{X}, h_{e1}, h_{e2}, b_{e1}, b_{e2}, c_{eff}).$$

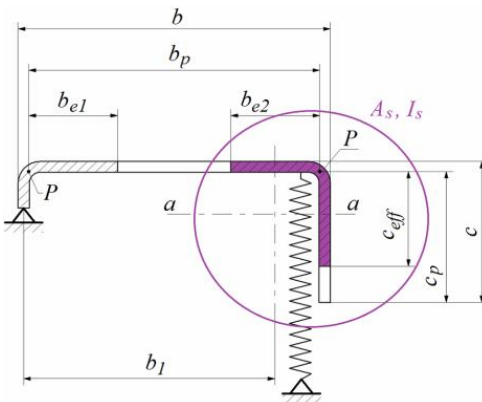


Fig. 2. Flange plane element of the CFS lipped channel stiffened by the single edge fold

The area A_{eff} of the effective cross-section of CFS lipped channel structural member subjected to axial compression can be calculated on the determined set \mathbf{P}_{eff} of sectional points and set \mathbf{S}_{eff} of sectional segments (see Annex C [25]). As the coordinates of the effective cross-sectional points depend on the design variables, then the area A_{eff} of the effective cross-section

of CFS lipped channel structural member subjected to compression depends on the design variables as well.

Single edge folds in CFS lipped channel structural members ensure partial restraint for plane flanges. In order to estimate such restraint, the design cross-section of the stiffener (Fig. 2) should be introduced into the further consideration. The design cross-section of the stiffener consists of single edge fold with effective width c_{eff} together with effective adjacent part of the flange with effective width b_{e2} . The thickness of the stiffener's design cross-section is equals to the profile thickness t in case when the distortional buckling does not occur ($\chi_d = 1$). Otherwise, the reduced thickness t_{red} of the stiffener's design cross-section allowing for reduced stiffener resistance due to flexural buckling of the stiffener is determined according to [25] as follow:

$$t_{red} = \chi_d t. \quad (17)$$

Let us also describe the design cross-section of the stiffener by a set of sectional points $\mathbf{P}_s = \{\mathbf{p}_{s,j} = \{y_{s,j}, z_{s,j}\} \mid j = \overline{0, n_s}\}$ ($y_{s,j}$ and $z_{s,j}$ are the coordinates of j th sectional point in the coordinate system $y_c O z_c$ introduced above) and by a set of sectional segments $\mathbf{S}_s = \{\mathbf{s}_{s,i} = \{\mathbf{p}_{s,i-1}, \mathbf{p}_{s,i}\} \mid i = \overline{1, n_s}\}$, which connect to adjacent sectional points, where n_s is quantity of the sectional segments and $n_s + 1$ is quantity of the sectional points. It should be noted that the coordinates of the sectional points depend on the design variables of the formulated optimization problem as well as on the effective cross-sectional sizes b_{e2} , c_{eff} and reduced thickness t_{red} :

$$\mathbf{P}_s = \mathbf{P}_s(\bar{X}, b_{e2}, c_{eff}, t_{red}).$$

The following geometrical properties of the design cross-section of the stiffener can be calculated on the determined set \mathbf{P}_s of sectional points and set \mathbf{S}_s of sectional segments: A_s is the area of the stiffener's design cross-section; I_s is the second moment of inertia for the stiffener's design cross-section; $b_{c,s}$ is the distance from the web-to-flange junction to the gravity center of the effective area of the edge stiffener.

The partial restraint for plane flanges provided by the single edge folds in CFS lipped channel structural members can be simulated using a linear spring. In case of the axial compression stiffness for such a linear spring can be estimated according to [25] as presented below:

$$K = \frac{E}{3,64} \cdot \frac{t^3}{b_{c,s}^2 (b_{c,s} + 1,5h - 3t)}. \quad (18)$$

It should be noted that analytical expression for stiffness of the linear spring presented above is restricted by the case of cold-formed structural members with flanges stiffened by single or double edge folds only and cross-section

symmetrical relatively to the main axes of inertia which is perpendicular to the web plane.

Then relative slenderness of the stiffener $\bar{\lambda}_d$ corresponded to the flexural buckling of the stiffener is calculated according to [25] as follow:

$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{\frac{f_{yb} A_s}{2 \sqrt{KEI_s}}} \quad (19)$$

The reduction factor χ_d for the flexural buckling of the stiffener (or reduction factor for the distortional buckling cross-section resistance) is determined iteratively depending on relative slenderness $\bar{\lambda}_d$ using dependency (5.12) proposed by [25]:

$$\chi_d = \Xi(\bar{\lambda}_d) \quad (20)$$

The maximization criterion of the minimum design buckling resistance of the structural member subjected to axial compression can be considered as the purpose function (2) of the optimization problem and can be written as follow:

$$N_{bRd, \min} = \min \{N_{byRd}, N_{bzRd}, N_{bT, Rd}, N_{bTF, Rd}\} \rightarrow \max ; \quad (21)$$

where $N_{bRd, \min}$ – minimum design buckling resistance; $N_{by, Rd}$, $N_{bz, Rd}$ are the design buckling resistance for flexural buckling of the cold-formed structural member relative to the main axis of inertia $y-y$ and $z-z$ determined according to [25, 27]; $N_{bT, Rd}$, $N_{bTF, Rd}$ are the design buckling resistance corresponded to the torsional and flexural-torsional buckling of the structural member calculated according to [25, 27].

Then the purpose function can be rewritten as follow:

$$N_{bRd, \min} = \frac{A_{eff} f_{yb}}{\gamma_{M1}} \times \min \{ \chi_y, \chi_z, \chi_T, \chi_{TF} \} \rightarrow \max ; \quad (22)$$

where $\chi_y, \chi_z, \chi_T, \chi_{TF}$ – buckling factors allowing for the flexural buckling of the CFS structural member relative to the main axis of inertia $y-y$ and $z-z$, as well as for the torsional and flexural-torsional buckling.

The buckling factors $\chi_y, \chi_z, \chi_T, \chi_{TF}$ are determined from the relevant buckling curve b according to [25, 27] as:

$$\chi = \frac{1}{0.466 + 0.17\bar{\lambda} + 0.5\bar{\lambda}^2 + \sqrt{(0.466 - 0.83\bar{\lambda} + 0.5\bar{\lambda}^2)(0.466 + 1.17\bar{\lambda} + 0.5\bar{\lambda}^2)}}; \quad (23)$$

with substitution instead of $\bar{\lambda}$ the relevant non-dimensional slendernesses $\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z, \bar{\lambda}_T, \bar{\lambda}_{TF}$ corresponded to the considered buckling modes and calculated taking into account geometrical properties of the effective cross-section of the structural member subjected to the axial compression according to [25, 27] as presented below:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_{yb}}{N_{cr}}}; \quad (24)$$

where N_{cr} – elastic critical force for the relevant buckling mode calculated depending on the design lengths and taking into account gross cross-section geometrical properties of the structural member and design lengths according to [27].

The non-dimensional slendernesses $\bar{\lambda}_y$, $\bar{\lambda}_z$, $\bar{\lambda}_T$, $\bar{\lambda}_{TF}$ are determined with substitution in (24) instead of N_{cr} the corresponded elastic critical force $N_{cr,y}$, $N_{cr,z}$, $N_{cr,T}$ or $N_{cr,TF}$, here $N_{cr,y}$ and $N_{cr,z}$ are the elastic critical forces for the flexural buckling mode relative to the main axes of inertia $y-y$ and $z-z$ respectively; $N_{cr,T}$, $N_{cr,TF}$ are the elastic critical forces for the torsional and torsional-flexural buckling mode respectively.

System of constraints (3) for the formulated optimization problem consists of a constraint on the profile perimeter or on a strip width which can be written as presented below:

$$\frac{h+2b+2c}{P_{max}} - 1 \leq 0; \quad (25)$$

where P_{max} – maximum value of the cross-section perimeter for CFS lipped channel.

The constraints reflected design code requirements [25] for the ultimate slenderness of the cross-section elements of the CFS channel with flanges stiffened by single edge folds are also included in the system of constraints (3) and presented below:

$$\frac{h}{500t} - 1 \leq 0; \quad (26)$$

$$\frac{b}{60t} - 1 \leq 0; \quad (27)$$

$$\frac{c}{50t} - 1 \leq 0; \quad (28)$$

$$0.2 - \frac{c}{b} \leq 0; \quad (29)$$

$$\frac{c}{b} - 0.6 \leq 0. \quad (30)$$

Additionally, a constraint on the minimum gap between single edge folds ends allowing for providing an access to the internal surface of the CFS lipped channel (for example, in order to organize a bolted connection on the profile flanges [28, 29]) is included to the system of constraints (3) as well and written as below:

$$\frac{h-2c}{d_{min}} - 1 \leq 0; \quad (31)$$

where d_{min} is the minimum gap between single edge folds ends.

Thus, the optimization problem of cross-sectional sizes for CFS lipped channel structural member subjected to axial compression is formulated as follow: to find optimum cross-sectional sizes of CFS lipped channel (web height h , flange width b and single edge fold length c) providing the maximum value of the determined objective function (21) in the feasible region defined by the system of constraints (25) –(31), when the profile perimeter (strip width), profile thickness, design lengths of the structural member as well as material properties are constant and specified in advance.

Optimization results. The following CFS lipped channels from the whole profile assortment range manufactured by the company «Blachy Pruszyński» [30] have been chosen to further optimization: C100×48×18 and C100×60×19. Other lipped channels have the same flange widths (48 mm and 60 mm) and have deeper web height simultaneously indicating their more rational usage as beam-column or beam structural members. The strip widths for the chosen CFS lipped channels are 23.2 cm and 25.8 cm respectively.

The following design flexural buckling length has been considered as initial data for optimization: 1.5 m, 2.0 m and 2.5 m. The use of single profiles for long-length CFS structural member with the design length greater than 2.5 m as well as short-length CFS structural members with the design length smaller than 1.5 m is not rational.

Taking into account small dimensionality the formulated parametric optimization problem has been solved by exhaustive search method using the software written in Python. As optimization results the CFS lipped channels with optimum cross-sectional dimensions have been obtained depending on the profile thickness and design lengths of the structural member. The obtained CFS lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes have higher design buckling resistance under the axial compression comparing with the CFS lipped channels with the same stripe width proposed by the manufacturer [30]. The increasing of the load-carrying capacity up to and including 12.14% (for the strip width 23.2 cm) and 19.01% (for the strip width 25.8 cm) has been achieved (Tab. 1 and Tab. 2).

Table 1
CFS lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes
(strip width is $P_{max} = 23.2$ cm)

Buckling length, m	t , [cm]	Optimum cross-sectional sizes of the lipped channel, [cm]	$N_{brd, min}$, [kN]	Buckling mode	Web local buckling	Flange local buckling	Distorsional buckling	Load-carrying capacity increasing, %
1.5	0.100	8.8×4.5×2.7	31.696	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	12.14
	0.125	8.8×4.5×2.7	41.871	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	10.81
	0.150	8.8×4.5×2.7	51.664	tors.-flex.	Yes	No	Yes	9.65
	0.175	9.8×4.2×2.5	63.914	tors.-flex.	Yes	No	No	12.66
	0.200	9.8×4.2×2.5	73.285	tors.-flex.	Yes	No	No	10.92
	0.225	9.8×4.2×2.5	82.890	tors.-flex.	Yes	No	No	9.40
	0.250	9.6×4.3×2.5	92.140	tors.-flex.	Yes	No	No	5.55
	0.275	9.6×4.3×2.5	102.099	flex. minor axis	Yes	No	No	5.88

Buckling length, m	t , [cm]	Optimum cross-sectional sizes of the lipped channel, [cm]	$N_{brd, min}$, [kN]	Buckling mode	Web local buckling	Flange local buckling	Distorsional buckling	Load-carrying capacity increasing, %
2.0	0.300	9.2×4.4×2.6	111.737	tors.-flex.	No	No	No	3.37
	0.100	9.8×4.2×2.5	21.941	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	11.04
	0.125	9.8×4.2×2.5	28.539	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	10.32
	0.150	9.8×4.2×2.5	35.164	tors.-flex.	Yes	No	Yes	9.50
	0.175	9.8×4.2×2.5	43.189	tors.-flex.	Yes	No	No	11.35
	0.200	9.6×4.3×2.5	49.898	tors.-flex.	Yes	No	No	9.38
	0.225	9.2×4.4×2.6	56.837	tors.-flex.	Yes	No	No	7.30
	0.250	9.2×4.4×2.6	64.433	flex. minor axis	Yes	No	No	5.03
2.5	0.275	9.0×4.5×2.6	71.707	tors.-flex.	No	No	No	3.04
	0.300	9.0×4.6×2.5	78.879	flex. minor axis	No	No	No	1.26
	0.100	9.8×4.2×2.5	15.699	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	10.72
	0.125	9.8×4.2×2.5	20.445	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	10.11
	0.150	9.8×4.2×2.5	25.446	tors.-flex.	Yes	No	Yes	9.39
	0.175	9.6×4.3×2.5	31.099	tors.-flex.	Yes	No	No	9.53
	0.200	9.2×4.4×2.6	36.385	tors.-flex.	Yes	No	No	7.22
	0.225	9.2×4.5×2.5	41.836	flex. minor axis	Yes	No	No	4.39
2.0	0.250	9.4×4.7×2.2	47.263	tors.-flex.	Yes	No	No	1.18
	0.275	9.8×5.0×1.7	53.058	tors.-flex.	Yes	No	No	5.36
	0.300	9.2×5.0×2.0	59.257	flex. minor axis	No	No	No	9.68

Table 2

CFS lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes
(strip width is $P_{max} = 25.8$ cm)

Buckling length, m	t , [cm]	Optimum cross-sectional sizes of the lipped channel, [cm]	$N_{brd, min}$, [kN]	Buckling mode	Web local buckling	Flange local buckling	Distorsional buckling	Load-carrying capacity increasing, %
1.5	0.100	9.8×5.0×3.0	37.761	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	18.80
	0.125	9.8×5.0×3.0	50.890	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	17.31
	0.150	9.8×5.0×3.0	64.073	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	16.32
	0.175	10.8×4.7×2.8	80.942	tors.-flex.	Yes	No	No	19.66
	0.200	10.8×4.7×2.8	92.314	tors.-flex.	Yes	No	No	17.72
	0.225	10.8×4.7×2.8	103.775	tors.-flex.	Yes	No	No	16.20
	0.250	10.8×4.7×2.8	115.367	tors.-flex.	Yes	No	No	14.88
	0.275	10.8×4.7×2.8	127.125	tors.-flex.	Yes	No	No	13.71
2.0	0.300	10.8×4.7×2.8	139.079	tors.-flex.	Yes	No	No	12.83
	0.100	9.8×5.0×3.0	27.611	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	18.71
	0.125	10.8×4.7×2.8	36.181	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	17.97
	0.150	10.8×4.7×2.8	44.738	tors.-flex.	Yes	No	Yes	17.22
	0.175	11.4×4.5×2.7	55.376	flex. minor axis	Yes	No	No	19.60
	0.200	10.8×4.7×2.8	63.852	tors.-flex.	Yes	No	No	18.44
	0.225	10.8×4.7×2.8	72.675	tors.-flex.	Yes	No	No	17.50
	0.250	10.6×4.8×2.8	81.223	tors.-flex.	Yes	No	No	15.96
2.0	0.275	10.6×4.8×2.8	90.040	flex. minor axis	Yes	No	No	14.45
	0.300	10.2×4.9×2.9	99.673	tors.-flex.	Yes	No	No	13.51

Buckling length, m	t , [cm]	Optimum cross-sectional sizes of the lipped channel, [cm]	$N_{bRd, min}$, [kN]	Buckling mode	Web local buckling	Flange local buckling	Distorsional buckling	Load-carrying capacity increasing, %
2.5	0.100	10.8×4.7×2.8	20.192	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	19.01
	0.125	10.8×4.7×2.8	26.228	tors.-flex.	Yes	Yes	Yes	18.53
	0.150	10.8×4.7×2.8	32.448	tors.-flex.	Yes	No	Yes	17.96
	0.175	10.8×4.7×2.8	39.897	tors.-flex.	Yes	No	No	19.40
	0.200	10.8×4.7×2.8	46.532	flex. minor axis	Yes	No	No	18.38
	0.225	10.6×4.8×2.8	53.195	flex. minor axis	Yes	No	No	16.85
	0.250	10.2×4.9×2.9	60.157	tors.-flex.	Yes	No	No	15.22
	0.275	10.0×5.0×2.9	67.017	tors.-flex.	Yes	No	No	12.97
	0.300	10.0×5.1×2.8	74.037	flex. minor axis	Yes	No	No	10.62

Table 1 and Table 2 present the optimum cross-sectional sizes for CFS lipped channel structural members depending on the profile thickness as well as on the different design lengths corresponded to the flexural buckling modes. As you can see from the Table 1 and Table 2 the torsional-flexural buckling resistance of CFS lipped channel structural members has been determinative for the majority of the optimum decisions. Web local buckling phenomenon has been occurred in all obtained CFS lipped channel cross-sections with optimum sizes. Flange local buckling phenomenon as well as distortional buckling phenomenon has been occurred in obtained optimum CFS lipped channel cross-sections with small profile thicknesses only (up to and including 0.15 mm – for flange local buckling phenomenon and 0.175 mm – distortional buckling phenomenon).

In order to obtain optimum solutions for cross-sectional dimensions of the CFS lipped channel structural members which are independent from the design flexural lengths and profile thickness, searching for a compromise solution has been performed by exhaustive search method with the following criterion:

$$\sum_{l_{ef}} \left(\sum_t 1 - \frac{\mathfrak{N}_{bRd, min}(t, l_{ef})}{N_{bRd, min}} \right) \rightarrow \min ; \quad (32)$$

where $N_{bRd, min}$ – minimum design buckling resistance of the lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes according to the Tables 1 and 2; $\mathfrak{N}_{bRd, min}(t, l_{ef})$ – minimum design buckling resistance of the lipped channel structural members with “compromise” cross-sectional dimensions calculated depending on the profile thickness and flexural design length.

As optimization results there are two “compromise” solutions have been obtained: C88×45×27 (for the strip width 23.2 cm corresponded to the initial profile C100×48×18) and C98×50×30 (for the strip width 25.8 cm corresponded to the initial profile C100×60×19). The obtained CFS lipped channel structural members with „compromise” cross-sectional sizes have higher design buckling resistance under the axial compression comparing with the CFS lipped channels with the same stripe width proposed by the

manufacturer [30]. The increasing of the load-carrying capacity has been achieved in range 9.0...18.9% (for the strip width 25.8 cm) and up to and including 12.14% (for the strip width 23.2 cm) (Tab. 3 and Tab. 4).

Table 3

CFS lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes (strip width is $P_{max} = 23.2$ cm corresponded to the initial profile C100×48×18)

Buckling length, m	t , [cm]	Optimum cross-sectional sizes of the lipped channel, [cm]	$N_{bRd, min}$, [kN]	Compromise solution, [cm]	$N_{bRd, min}$, [kN]	Load-carrying capacity decreasing relating to the optimum solution, %	Load-carrying capacity increasing relating to the initial solution, %
1.5	0.100	8.8×4.5×2.7	31.696	8.8×4.5×2.7	31.696	–	12.14
	0.125	8.8×4.5×2.7	41.871		41.871	–	10.81
	0.150	8.8×4.5×2.7	51.664		51.664	–	9.65
	0.175	9.8×4.2×2.5	63.914		63.053	1.35	11.47
	0.200	9.8×4.2×2.5	73.285		72.135	1.57	9.50
	0.225	9.8×4.2×2.5	82.890		81.384	1.82	7.72
	0.250	9.6×4.3×2.5	92.140		90.836	1.41	4.20
	0.275	9.6×4.3×2.5	102.099		100.524	1.54	4.41
0.300	9.2×4.4×2.6	111.737	110.471	1.13	2.26		
2.0	0.100	9.8×4.2×2.5	21.941	8.8×4.5×2.7	21.856	0.39	10.70
	0.125	9.8×4.2×2.5	28.539		28.326	0.74	9.65
	0.150	9.8×4.2×2.5	35.164		34.834	0.94	8.65
	0.175	9.8×4.2×2.5	43.189		42.180	2.34	9.23
	0.200	9.6×4.3×2.5	49.898		48.941	1.92	7.61
	0.225	9.2×4.4×2.6	56.837		56.060	1.37	6.02
	0.250	9.2×4.4×2.6	64.433		63.575	1.33	3.75
	0.275	9.0×4.5×2.6	71.707		71.513	0.27	2.78
0.300	9.0×4.6×2.5	78.879	77.413	1.86	–0.62		
2.5	0.100	9.8×4.2×2.5	15.699	8.8×4.5×2.7	15.522	1.13	9.71
	0.125	9.8×4.2×2.5	20.445		20.111	1.63	8.62
	0.150	9.8×4.2×2.5	25.446		24.917	2.08	7.47
	0.175	9.6×4.3×2.5	31.099		30.361	2.37	7.34
	0.200	9.2×4.4×2.6	36.385		35.771	1.69	5.62
	0.225	9.2×4.5×2.5	41.836		41.616	0.52	3.88
	0.250	9.4×4.7×2.2	47.263		46.259	2.12	–0.96
	0.275	9.8×5.0×1.7	53.058		49.805	6.13	–0.82
0.300	9.2×5.0×2.0	59.257	53.163	10.28	–0.67		

Table 4

CFS lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes (strip width is $P_{max} = 25.8$ cm corresponded to the initial profile C100×60×19)

Buckling length, m	t , [cm]	Optimum cross-sectional sizes of the lipped channel, [cm]	$N_{bRd,min}$ [kN]	Compromise solution	$N_{bRd,min}$ [kN]	Load-carrying capacity decreasing relating to the optimum solution, %	Load-carrying capacity increasing relating to the initial solution, %
1.5	0.100	9.8×5.0×3.0	37.761	9.8×5.0×3.0	37.761	–	18.80
	0.125	9.8×5.0×3.0	50.890		50.890	–	17.31
	0.150	9.8×5.0×3.0	64.073		64.073	–	16.32
	0.175	10.8×4.7×2.8	80.942		80.182	0.94	18.90
	0.200	10.8×4.7×2.8	92.314		91.342	1.05	16.85
	0.225	10.8×4.7×2.8	103.775		102.548	1.18	15.20
	0.250	10.8×4.7×2.8	115.367		113.834	1.33	13.74
	0.275	10.8×4.7×2.8	127.125		125.231	1.49	12.40
	0.300	10.8×4.7×2.8	139.079	136.768	1.66	11.36	
2.0	0.100	9.8×5.0×3.0	27.611	9.8×5.0×3.0	27.611	–	18.71
	0.125	10.8×4.7×2.8	36.181		36.085	0.26	17.76
	0.150	10.8×4.7×2.8	44.738		44.646	0.20	17.05
	0.175	11.4×4.5×2.7	55.376		54.463	1.65	18.25
	0.200	10.8×4.7×2.8	63.852		62.643	1.89	16.86
	0.225	10.8×4.7×2.8	72.675		71.084	2.19	15.65
	0.250	10.6×4.8×2.8	81.223		79.830	1.72	14.49
	0.275	10.6×4.8×2.8	90.040		88.914	1.25	13.36
	0.300	10.2×4.9×2.9	99.673	98.367	1.31	12.36	
2.5	0.100	10.8×4.7×2.8	20.192	9.8×5.0×3.0	20.065	0.63	18.50
	0.125	10.8×4.7×2.8	26.228		25.962	1.01	17.70
	0.150	10.8×4.7×2.8	32.448		32.066	1.18	16.99
	0.175	10.8×4.7×2.8	39.897		38.968	2.33	17.48
	0.200	10.8×4.7×2.8	46.532		45.341	2.56	16.21
	0.225	10.6×4.8×2.8	53.195		52.088	2.08	15.08
	0.250	10.2×4.9×2.9	60.157		59.246	1.51	13.92
	0.275	10.0×5.0×2.9	67.017		66.846	0.26	12.75
	0.300	10.0×5.1×2.8	74.037	72.718	1.78	9.00	

Discussion of results. The optimum length of the single edge fold in all optimum CFS lipped channel cross-sections was greater comparing with the single edge fold length of CFS lipped channels proposed by the manufacturer. The average optimum ratio of the single edge fold length to the flange width c/b has been obtained as 0.58. The average optimum ratio of the flange width to the web height b/h has been received equal to 0.46. It should be noted, that the optimum ratio between the second moments of inertia relatively to the minor and major axis of inertia respectively has been received for all optimum solutions in range 0.2...0.29 due to the type of the cross-section and post-buckling behavior of the lipped channel web. The radiuses of inertia with respect to the main axes of inertia have been obtained for all CFS lipped

channel with optimum cross-sectional dimensions as follow:
 $i_y = (0.38...0.39)h$, $i_z = (0.37...0.41)b$.

Conclusion. Searching for optimum cross-sectional sizes of CFS lipped channel structural members taking into account post-buckling behavior and structural requirements has been realized. The obtained CFS lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes have higher design buckling resistance under the axial compression comparing with the CFS lipped channels with the same stripe width proposed by the manufacturer.

The torsional-flexural buckling resistance of CFS lipped channel structural members has been determinative for the majority of the optimum decisions. Web local buckling phenomenon has been occurred in all obtained CFS lipped channel cross-sections with optimum sizes. The optimum length of the single edge fold in all optimum CFS lipped channel cross-sections was greater comparing with the single edge fold length of CFS lipped channels proposed by the manufacturer.

Presented results of the performed optimization calculation allow developing guides for designers relating to the optimum material distribution in the cross-sections of CFS structural members as well as are base to develop effective national ranges of assortments of cold-formed profiles.

REFERENCES

1. *Bilyk, S. I., Yurchenko, V. V.* Size optimization of single edge folds for cold-formed structural members // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – 2020. – Iss. 105. – Pp. 73-86. doi: <http://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.73-86>.
2. *Yurchenko, V.* Algorithm for shear flows in arbitrary cross-sections of thin-walled bars // Magazine of Civil Engineering. – 2019. – 192(8). – Pp. 3-26. DOI: <http://doi.org/10.18720/MCE.92.1>
3. *Mojtabaei, S. M., Becque, J., Hajirasouliha, I.* Structural size optimization of single and built-up cold-formed steel beam-column members // Journal of Structural Engineering. – 2021. – 147 (4). –No. 04021030. doi: [http://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0002987](http://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0002987).
4. *Leng, J.* Optimization Techniques for Structural Design of Cold-Formed Steel Structures // In Recent Trends in Cold-Formed Steel Construction.– Woodhead Publishing, Sawston, UK, 2016. – Pp. 129–151.
5. *Liang, H., Roy, K., Fang, Z., Lim, J. B. P.* A Critical Review on Optimization of Cold-Formed Steel Members for Better Structural and Thermal Performances // Buildings. – 2022.– 12, 34. doi: <http://doi.org/10.3390/buildings12010034>.
6. *Becque, J.* Optimization of cold-formed steel products: Achievements, challenges and opportunities // CE/PAPERS. – 2019.–3. – Pp. 211–218. doi: <http://doi.org/10.1002/cepa.1048>.
7. *Ammash, H. K.* Shape optimization of innovation cold-formed steel columns under uniaxial compressive loading // Jordan Journal of Civil Engineering. – 2017. – 11. – 3.
8. *Leng, J., Guest, J. K., Schafer, B. W.* Shape optimization of cold-formed steel columns // Thin-Walled Structures. – 2011. – 49. –Pp. 1492–1503. doi: <http://doi.org/10.1016/j.tws.2011.07.009>.
9. *Ye, J., Mojtabaei, S. M., Hajirasouliha, I.* Local-flexural interactive buckling of standard and optimised cold-formed steel columns // Journal of Constructional Steel Research. – 2018. – 144. – Pp. 106–118. doi: <http://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.01.012>.
10. *Leng, J., Li, Z., Guest, J. K., Schafer, B. W.* Shape optimization of cold-formed steel columns with fabrication and geometric enduse constraints // Thin-Walled Structures. – 2014. – 85. – Pp. 271–290. doi: <http://doi.org/10.1016/j.tws.2014.08.014>.

11. Wang, B., Gilbert, B. P., Guan, H., Teh, L. H. Shape optimisation of manufacturable and usable cold-formed steel singly-symmetric and open columns // *Thin-Walled Structures*. – 2016. – 109. – Pp. 271–284. doi: <http://doi.org/10.1016/j.tws.2016.10.004>
12. Ye, J., Hajirasouliha, I., Becque, J., Pilakoutas, K. Development of more efficient cold-formed steel channel sections in bending // *Thin-Walled Structures*. – 2016. – 101. – Pp. 1–13. doi: <http://doi.org/10.1016/j.tws.2015.12.021>.
13. Gatheeshgar, P., Poologanathan, K., Gunalan, S., Shyha, I., Tsavdaridis, K. D., Corradi, M. Optimal design of cold-formed steel lipped channel beams: Combined bending, shear, and web crippling // *Structures*. – 2020. – 28. – Pp. 825–836. doi: <http://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.09.027>.
14. Lee, J., Kim, S. M., Park, H. S., Woo, B. H. Optimum design of cold-formed steel channel beams using micro Genetic Algorithm // *Engineering Structures*. – 2005. – 27. – Pp. 17–24. doi: <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2004.08.008>.
15. Mojtabaei, S. M., Ye, J., Hajirasouliha, I. Development of optimum cold-formed steel beams for serviceability and ultimate limit states using Big Bang-Big Crunch optimization // *Engineering Structures*. – 2019. – 195. – Pp. 172–181. doi: <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.05.089>.
16. Gatheeshgar, P., Poologanathan, K., Gunalan, S., Tsavdaridis, K. D., Nagaratnam, B., Iacovidou, E. Optimised cold-formed steel beams in modular building applications // *Journal of Building Engineering*. – 2020. – 32. – No. 101607. doi: <http://doi.org/10.1016/j.jobbe.2020.101607>.
17. Ma, W., Becque, J., Hajirasouliha, I., Ye, J. Cross-sectional optimization of cold-formed steel channels to Eurocode 3 // *Engineering Structures*. – 2015. – 101. – Pp. 641–651. doi: <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.07.051>.
18. Parastesh, H., Hajirasouliha, I., Taji, H., Bagheri Sabbagh, A. Shape optimization of cold-formed steel beam-columns with practical and manufacturing constraints // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2019. – 155. – Pp. 249–259. doi: <http://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.12.031>.
19. Wang, B., Bosco, G. L., Gilbert, B. P., Guan, H., Teh, L. H. Unconstrained shape optimisation of singly-symmetric and open cold-formed steel beams and beam-columns // *Thin-Walled Structures*. – 2016. – 104. – Pp. 54–61. doi: <http://doi.org/10.1016/j.tws.2016.03.007>.
20. Parastesh, H., M. Mojtabaei, S., Taji, H., Hajirasouliha, I., B. Sabbagh, A. Constrained optimization of anti-symmetric cold-formed steel beam-column sections // *Engineering Structures*. – 2021. – 228. – No. 111452. doi: <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111452>.
21. Peleshko, I. D., Yurchenko, V. V. Parametric Optimization of Metallic Rod Constructions with using the Modified Method of Gradient Projection // *International Applied Mechanics*. – 2021. – Vol. 57. – No. 4. – Pp. 78–95. doi: <http://doi.org/10.1007/s10778-021-01096-0>.
22. Yurchenko, V., Peleshko, I. Methodology for solving parametric optimization problems of steel structures // *Magazine of Civil Engineering*. – 2021. – 107(7). – Article No. 10705. doi: <http://doi.org/10.34910/MCE.107.5>
23. Moharrami, M., Louhghalam, A., Tootkaboni, M. Optimal folding of cold formed steel cross sections under compression // *Thin-Walled Structures*. – 2014. – 76. – Pp. 145–156.
24. Permyakov, V. O., Yurchenko, V. V., Peleshko, I. D. An optimum structural computer-aided design using hybrid genetic algorithm // *Proceeding of the International Conference Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures*. – Taylor & Francis Group, London, 2006. – Pp. 819–826.
25. EN 1993-1-3:2006: EuroCode 3: Design of steel structures - Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting.
26. EN 1993-1-5:2006: EuroCode 3: Design of steel structures - Part 1-5: General rules – Plated structural elements.
27. EN 1993-1-1:2005: EuroCode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings.
28. Perelmuter, A., Kriksunov, E., Gavrilenko, I., Yurchenko, V. Designing bolted end-plate connections in compliance with Eurocode and Ukrainian codes: consistency and contradictions // *Selected papers of the 10th International Conference “Modern Building Materials, Structures and Techniques”*. – 2010. – Vol. II. – Pp. 733–743.
29. Karpilovsky, V. S., Kriksunov, E. Z., Perelmuter, A. V., Yurchenko, V. V. Analysis and design

of steel structural joints and connection: software implementation // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2021. – Vol. 17. – Is. 2. – Pp. 58–66. doi: <http://doi.org/10.22337/2587-9618-2021-17-2-58-66>.

30. Assortment ranges of the cold-formed profiles for light gauge steel structures of the Ukrainian manufacturers. UCSC-014-16, 2016. 32 p., (ukr).

Стаття надійшла 26.09.2022

Юрченко В.В., Пелешко І.Д.

ПОШУК КОМПРОМІСНОГО РОЗВ'ЯЗКУ В ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗМІРІВ ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ХОЛОДНОГНУТИХ ПРОФІЛІВ

У статті розглядається задача параметричної оптимізації розмірів поперечних перерізів для стержневих елементів конструкцій із С-подібних холодногнутих профілів, які підлягають дії поздовжнього стиску. Задача оптимізації сформульована як задача пошуку оптимальних розмірів перерізів стержневих елементів конструкцій з врахуванням їх закритичної роботи (втрати місцевої стійкості стінки та полиць та/або втрати стійкості форми перерізу), а також конструктивних вимог за умов, що периметр профілю (ширина штрипси), товщина профілю, розрахункові довжини стержневого елемента конструкції та механічні характеристики сталі приймалися постійними та наперед заданими. Як критерій оптимальності розглядалася максимізація несучої здатності елемента конструкції на втрату загальної стійкості. Сформульована задача оптимізації розв'язана за допомогою методу вичерпного пошуку з використанням програмного забезпечення, розробленого мовою Python. Як результат були отримані холодногнуті С-подібні профілі з оптимальними розмірами поперечного перерізу залежно від товщини профілю та розрахункових довжин стержневого елемента конструкції. З метою отримання оптимальних розмірів поперечних перерізів С-подібних холодногнутих профілів, що не залежатимуть від розрахункових довжин і товщини профіля, здійснено пошук компромісного розв'язку. Отримані холодногнуті С-подібні профілі з оптимальними розмірами поперечних перерізів характеризуються високою несучою здатністю на втрату загальної стійкості при осьовому стиснанні при тій самій витраті сталі (ширини штрипси) порівняно з С-подібними холодногнутими профілями, що пропонуються виробником профілів. Для усіх оптимальних розв'язків характерним є явище втрати місцевої стійкості стінки профіля.

Ключові слова: холодногнута сталь, несуча здатність щодо втрати стійкості, згинально-крутильне випучування, параметрична оптимізація, метод вичерпного пошуку, компромісний розв'язок.

Yurchenko V.V., Peleshko I.D.

SEARCHING FOR A COMPROMISE SOLUTION IN CROSS-SECTION SIZE OPTIMIZATION PROBLEMS OF COLD-FORMED STEEL STRUCTURAL MEMBERS

A parametric optimization problem of cross-sectional sizes for cold-formed steel lipped channel structural members subjected to axial compression has been considered by the paper. An optimization problem is formulated as to define optimum cross-sectional sizes of cold-formed structural member taking into account post-buckling behavior (web and flange local and distortional buckling) of the member as well as structural requirements when the profile perimeter (strip width), profile thickness, design lengths of the structural member as well as material properties are constant and specified in advance. Maximization of the load-carrying capacity of the cold-formed structural member has been assumed as purpose function. The formulated parametric optimization problem has been solved by exhaustive search method using the software written in Python. As optimization results the cold-formed steel lipped channels with optimum cross-sectional dimensions have been obtained depending on the profile thickness and design lengths of the structural member. In order to obtain optimum solutions for cross-sectional dimensions of the CFS lipped channel structural members which are independent from the design flexural lengths and profile thickness, searching for a compromise solution has been performed by exhaustive search method. The obtained cold-formed steel lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes have higher design buckling resistance under the axial compression at the same material consumption (stripe width) comparing with the cold-formed steel lipped channels

proposed by the manufacturer. Web local buckling phenomenon has been occurred in all obtained CFS lipped channel cross-sections with optimum sizes.

Keywords: cold-formed steel, buckling resistance, torsional-flexural buckling, parametric optimization, exhaustive search method, compromise solution.

Юрченко В.В., Пелешко І.Д.

ПОИСК КОМПРОМИССНОГО РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕРОВ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ХОЛОДНОГНУТЫХ ПРОФИЛЕЙ

В статье рассматривается задача параметрической оптимизации размеров поперечных сечений для стержневых элементов конструкций из С-образных холодногнутых профилей, подлежащих действию продольного сжатия. Задача оптимизации сформулирована как задача поиска оптимальных размеров сечений стержневых элементов конструкций с учетом их критической работы (потери местной устойчивости стенки и полошки/или потери устойчивости формы сечения), а также конструктивных требований при условии, что периметр профиля (ширина штрипсы), толщина профиля, расчетные длины стержневого элемента конструкции механические характеристики стали принимались постоянными наперед заданными. В качестве критерия оптимальности рассматривалась максимизация несущей способности элемента конструкции на потерю общей устойчивости. Сформулированная задача оптимизации решена при помощи метода исчерпывающего поиска с использованием программного обеспечения, разработанного на языке Python. В качестве результатов были получены холодногнутые С-образные профили оптимальными размерами поперечных сечений в зависимости от толщины профиля и расчетных длин стержневого элемента конструкции. С целью получения оптимальных размеров поперечных сечений С-образных холодногнутых профилей, не зависящих от расчетных длин и толщины профиля, реализован поиск компромиссного решения. Полученные холодногнутые С-образные профили оптимальными размерами поперечных сечений характеризуются большей несущей способностью на потерю общей устойчивости при продольном сжатии при том же расходе стали (ширине штрипсы) по сравнению с С-образными холодногнутыми профилями, предлагаемыми изготовителем профилей. Для всех оптимальных решений характерно явление потери местной устойчивости стенки профиля.

Ключевые слова: холодногнутая сталь, несущая способность относительно потери устойчивости, изгибно-крутильное выпучивание, параметрическая оптимизация, метод исчерпывающего поиска, компромиссное решение

УДК 624.04.012.4.044, 519.853

Юрченко В.В., Пелешко І.Д. Пошук компромісного розв'язку в задачах оптимізації розмірів поперечних перерізів елементів конструкцій з холодногнутих профілів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 72-92.

У статті розглядається задача пошуку оптимальних розмірів перерізів стержневих елементів конструкцій з врахуванням їх критичної роботи (втрати місцеві стійкості стінки та полиць та/або втрати стійкості форми перерізу), а також конструктивних вимог за умов, що периметр профіля (ширина штрипси), товщина профіля, розрахункові довжини стержневого елемента конструкції та механічні характеристики сталі приймалися постійними та наперед заданими. Як критерій оптимальності розглядалася максимізація несучої здатності елемента конструкції на втрату загальної стійкості. Як результат були отримані холодногнуті С-подібні профілі з оптимальними розмірами поперечного перерізу залежно від товщини профіля та розрахункових довжин стержневого елемента конструкції. З метою отримання оптимальних розмірів поперечних перерізів С-подібних холодногнутих профілів, що не залежатимуть від розрахункових довжин і товщини профіля, здійснено пошук компромісного розв'язку. Отримані холодногнуті С-подібні профілі з оптимальними розмірами поперечних перерізів характеризуються вищою несучою здатністю на втрату загальної стійкості при осьовому стисканні при тій самій витраті сталі порівняно з С-подібними холодногнутими профілями, що пропонуються виробником профілів.

Іл. 2. Табл. 4. Бібліог. 30 назв.

УДК 624.04.012.4.044, 519.853

Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Searching for a compromise solution in cross-section size optimization problems of cold-formed steel structural members // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 72-92.

The paper considers a searching problem for optimum cross-sectional sizes of cold-formed structural member taking into account post-buckling behavior (web and flange local and distortional buckling) of the member as well as structural requirements when the profile perimeter (strip width), profile thickness, design lengths of the structural member as well as material properties are constant and specified in advance. Maximization of the load-carrying capacity of the cold-formed structural member has been assumed as purpose function. As optimization results the cold-formed steel lipped channels with optimum cross-sectional dimensions have been obtained depending on the profile thickness and design lengths of the structural member. In order to obtain optimum solutions for cross-sectional dimensions of the cold-formed lipped channel structural members which are independent from the design flexural lengths and profile thickness, searching for a compromise solution has been performed by exhaustive search method. The obtained cold-formed steel lipped channel structural members with optimum cross-sectional sizes have higher design buckling resistance under the axial compression at the same material consumption (stripe width) comparing with the cold-formed steel lipped channels proposed by the manufacturer.

Figs. 2. Tabs. 4. Refs. 30.

УДК624.04.012.4.044, 519.853

Юрченко В. В., Пелешко И. Д. Поиск компромиссного решения в задачах оптимизации размеров поперечных сечений элементов конструкций из холодногнутой профилей// Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.- тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 109. – С. 72-92.

В статье рассматривается задача поиска оптимальных размеров сечений стержневых элементов конструкций с учетом их критической работы (потери местной устойчивости стенки и полоки/илипотери устойчивости формы сечения), а также конструктивных требований при условии, что периметр профиля (ширина штрипсы), толщина профиля, расчетные длины стержневого элемента конструкции и механические характеристики стали принимались постоянными наперед заданными. В качестве критерия оптимальности рассматривалась максимизация несущей способности элемента конструкции на потерю общей устойчивости. В качестве результатов были получены холодногнутые С-образные профили оптимальными размерами поперечных сечений в зависимости от толщины профиля и расчетных длин стержневого элемента конструкции. С целью получения оптимальных размеров поперечных сечений С-образных холодногнутых профилей, не зависящих от расчетных длин и толщины профиля, реализован поиск компромиссного решения. Полученные холодногнутые С-образные профили оптимальными размерами поперечных сечений характеризуются большей несущей способностью на потерю общей устойчивости при продольном сжатии при том же расходе стали (ширине штрипсы) по сравнению с С-образными холодногнутыми профилями, предлагаемыми изготовителем профилей.

Ил. 2. Табл. 4. Библиог. 30 назв.

Автор:(вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій ЮРЧЕНКО Віталіна Віталіївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел.: +38(044)249-71-91

Моб. тел.: +38(063)89-26-491

E-mail: vitalina@scadsoft.com

SCOPUS ID: 25637856200

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4513-809X>

Автор:(вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельного виробництва ПЕЛЕШКО Іван Дмитрович.

Адреса робоча: 79013 Україна, м. Львів, вул. Ст. Бандери 12, Національний університет «Львівська політехніка»

Роб. тел.: +38 (032) 258-25-41

Моб. тел.: +38(098)41-57-517

E-mail: ipeleshko@polynet.lviv.ua

SCOPUS ID: 25637832500

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7028-9653>

УДК 624.042.1

СКЛАДАННЯ РОЗРАХУНКОВИХ ПОЄДНАНЬ ВПЛИВІВ У ВІДПОВІДНОСТІ ДО EN 1990

А.В. Перельмутер^{1,2},
д-р техн. наук

¹*HBO SCAD Soft, 03037, Київ, вул. Освіти, 3а*

²*Київський національний університет будівництва і архітектури,
03680, Київ, Повітрофлотський просп.. 31*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.93-108

Анотація. Наведено огляд підходів європейських норм EN 1990 до складання розрахункових поєднань впливів на будівельні конструкції. Узагальнено інформацію про методiku вибору розрахункового поєднання впливів різних груп граничних станів з урахуванням різних типів репрезентативних значень змінних впливів. Вказуються розбіжності з методами нормативних документів, що діють на території України (ДБН), з розрахунку будівельних конструкцій. Розглядається проблема можливого зростання розрахункових навантажень під час переходу на методiku EN 1990 та оцінюється величина цього зростання. Запропоновано компромісний підхід, що поєднує принципові положення EN 1990 з накопиченим вітчизняним досвідом та дозволяє помітно зменшити зростання розрахункових навантажень

Ключові слова: навантаження і впливи, коефіцієнти надійності, розрахункове сполучення, граничні стани.

Постановка проблеми і мета статті

Україна вступила у період корінної модернізації національної системи нормування, в рамках якої планується переробка деяких чинних нормативних документів. Однією з цілей цієї модернізації є врахування вимог Регламенту (ЄС) № 305/2011 Європейського парламенту та Ради від 9 березня 2011 року, що встановлює гармонізовані умови для розміщення на ринку будівельних виробів, що ясно окреслило тенденцію орієнтації на узгодження з європейськими нормами.

Щодо проблем надійності ініціувальним є новий ДБН В.1.2-6 [1]. Він спільно з запланованою новою редакцією основного регламентуючого документа з проблем надійності та безпеки ДБН В.1.2-14 [2] повинен, по суті, розглядатися як аналог EN 1990 [3]. При цьому потрібно внести корективи у ДБН В.1.2-2 [4], оскільки EN 1990 торкається проблем визначення навантажень та побудови їхніх розрахункових сполучень.

Конструкції в основному піддаються впливу більш ніж одного навантаження, крім того, необхідно враховувати, що дані навантаження є різними: за своїм походженням (*прямі та непрямі*); властивостям (характеру) (*статичні чи динамічні*); місцю програми, їх зміну у просторі (*фіксовані чи вільні*); часу та інтенсивності впливу; багатьом іншим параметрам. Отже, проблема складання необхідних розрахункових

поєднань різних впливів є ключовою під час здійснення розрахунку будівельних конструкцій.

У порядку підготовки нової редакції ДБН В.1.2-2 розглядаються деякі проблеми узгодженості згаданих вище нормативних документів і аналізуються деякі з виникаючих при цьому проблем.

1. Репрезентативні значення змінних впливів

Залежно від змін у часі навантаження і впливи класифікуються таким чином:

- постійні дії (G), наприклад, власна вага конструкцій, вага та тиск ґрунтів, стаціонарного обладнання, та непрямі дії, що викликані, наприклад, нерівномірним осіданням ґрунтів;

- змінні (тимчасові) дії (Q), наприклад, тимчасові прикладені навантаження на перекриття будівель, балки та дахи, змінні дії вітру або снігового навантаження;

- випадкові (епізодичні) дії (A), наприклад, вибухи, або удари транспортних засобів, нерівномірні деформації основи фундаментів, обумовлені зміною структури ґрунту (при замочуванні просідаючих ґрунтів) або осіданням у районах гірничих виробок і в карстових районах.

Відповідно до [3] у розрахунках при проектуванні конструкцій будь-яка дія має бути описана за допомогою моделі (фізичної або математичної), при цьому в більшості випадків величина впливу виражається одним скалярним числовим значенням, яке при цьому може набувати різних репрезентативних значень.

Найважливішим репрезентативним значенням впливу F є характеристичне значення F_k . Для визначення характеристичного значення змінного впливу використовуються два окремі незалежні показники:

- проміжок часу (базовий період), під час якого досягається екстремум (наприклад, річний максимум чи мінімум);

- задана ймовірність, за якої екстремальні значення не вищі (у разі максимуму) або не нижче (у разі мінімуму) характеристичного значення.

Для змінних впливів крім характеристичних значень EN 1990 містить ряд репрезентативних значень. Так, для змінних впливів зазвичай використовуються три види репрезентативних значень:

- комбінаційне $\psi_0 Q_k$;
- часто повторюване $\psi_1 Q_k$;
- квазіпостійне $\psi_2 Q_k$.

Використання вказаних репрезентативних значень в розрахунках за граничними станами пояснює таблиця 1.

Дія кожного з репрезентативних значень займає деяку долю загального часу експлуатації конструкції (рис. 1), наприклад, для часто повторюваного звантаження EN 1990 рекомендує щоб ця доля складала біля 1%.

Деякі з значень коефіцієнтів ψ_0 , ψ_1 та ψ_2 , рекомендованих для будівель додатком А до EN 1990, надаються для прикладу у табл. 2.

Таблиця 1

Змінні впливи за EN 1990	Перевірка граничних станів	Розрахункова ситуація	Приклади
Комбінаційні $\Psi_0 Q_k$	за несучою здатністю	стабільна	умови нормальної експлуатації
	за несучою здатністю	перехідна	умови будівництва чи реконструкції
	за експлуатаційною придатністю	стабільна при розгляді незворотних граничних станів	граничне значення розкриття тріщин
Часто повторювані $\Psi_1 Q_k$	за несучою здатністю	аварійна	вплив пожежу, вибуху, наїзду транспортних засобів тощо
	за експлуатаційною придатністю	стабільна при розгляді зворотних граничних станів	виникнення неприпустимих переміщень конструкції, неприпустима вібрація
Квазіпостійні $\Psi_2 Q_k$	за несучою здатністю	аварійна	стан після аварійного впливу
	за несучою здатністю	сейсмічна	землетрус
	за експлуатаційною придатністю	розрахунок на тривалі впливи	дія повзучості та усадки на залізобетоні конструкції

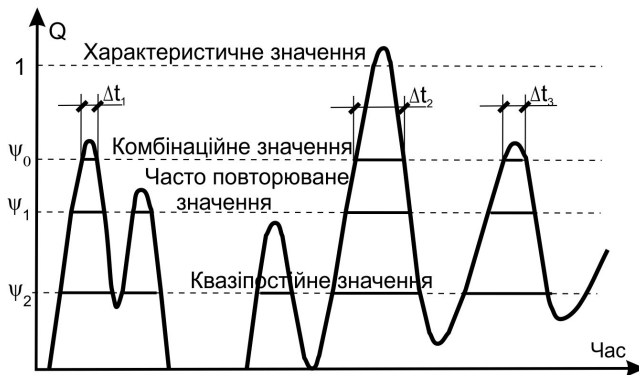


Рис. 1

Таблиця 2

Впливи	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Категорія А: житлові приміщення	0,7	0,5	0,4
Категорія В: офісні приміщення	0,7	0,5	0,4
Категорія С: приміщення зі значним скупченням людей	0,7	0,7	0,6
Категорія D: торговельні приміщення	0,7	0,7	0,6
Категорія Е: складські приміщення	1,0	0,9	0,8
Категорія Н: покрівлі	0,7	0,0	0,0
Снігові навантаження	0,6	0,5	0,3
Ожеледні навантаження	0,6	0,5	0,3
Вітрові навантаження	0,6	0,5	0,0
Температурні дії (без пожежі)	1,0	0,0	0,0
Кранові навантаження	1,0	0,9	*

Слід зазначити, що формулювання впливів у цій таблиці не повністю співпадає з переліком навантажень наведеним у ДБН В.1.2-2. Тому потрібно дати деякі пояснення, наприклад, такого змісту: «До категорії В належать: службові приміщення адміністративного, інженерно-технічного, наукового персоналу; офіси, класні приміщення закладів освіти; побутові приміщення (гардеробні, душові, умивальні тощо) промислових та громадських будівель та споруд; кабінети та лабораторії закладів охорони здоров'я, освіти, науки; кухні громадських будівель; приміщення установ побутового обслуговування населення (перукарні, ательє тощо); технічні поверхи житлових та громадських будівель; підвальні приміщення; читальні зали».

Вітчизняні норми ДБН В.1.2-2 крім характеристичного значення F_k оперують чотирма видами розрахункових значень: граничне (F_d), експлуатаційне, циклічне, квазіпостійне. Якщо робити порівняння з EN 1990, то можна вказати на наступні обставини:

- Граничне розрахункове значення $F_d = \gamma_f F_k$ майже співпадає з розрахунковим значенням $F_d = \gamma_F F_k$ із EN 1990 лише з тою різницею що чисельно коефіцієнт γ_F є добутком коефіцієнта надійності за навантаженням γ_f та коефіцієнта надійності моделі впливу γ_{sd} . Тут слід зауважити, що коефіцієнт γ_{sd} не має наукового обґрунтування та є результатом «інженерного судження».

- Експлуатаційне розрахункове F_e значення змістовно відповідає часто повторюваному $\psi_1 Q_k$, але, на відміну від EN 1990, визначається іншим шляхом. А саме, ДБН В.1.2-2 визначає, що коли вихід за граничний стан другої групи може бути допущений протягом певної частки η ($0 < \eta < 1$) встановленого терміну служби конструкції T_{ef} , то перевірка виконується з використанням експлуатаційного значення, що відповідає цій частці встановленого терміну служби (ηT_{ef}). А перехід до експлуатаційних значень виконується множенням на коефіцієнт надійності за

навантаженням γ_{fe} , який функціонально залежить від η . Значення η приймається за нормами проектування конструкцій залежно від їхнього призначення, відповідальності та наслідків виходу за граничний стан. Для об'єктів масового будівництва допускається приймати $\eta=0,02$ і тоді за ДБН В.1.2-2 $\gamma_{fe}=0,88$ для снігового навантаження і $\gamma_{fe}=0,42$ для вітрового навантаження (EN 1990 рекомендує $\psi_1=0,5$ для обох випадків).

- Циклічне розрахункове значення повинно використовуватися для розрахунків конструкцій на витривалість і визначається як гармонічний процес, еквівалентний за результуючою дією на конструкцію реальному випадковому процесу змінного навантаження. У EN 1990 розрахунок на витривалість реалізують іншим шляхом.

- Квазіпостійне розрахункове значення змістовно відповідає рекомендованому у EN 1990 $\psi_2 Q_k$, але визначається у ДБН В.1.2-2 не через коефіцієнт ψ_2 , а через пряму вказівку цього значення.

2. Передумови складання розрахункових поєднань ефектів впливів

Вирішенню проблеми про ймовірність збігу різних навантажень і про статистичні властивості ефекту їх сумарної дії присвячено багато робіт [5-11 та інші], всі вони потребують тонкого та детального аналізу властивостей тих випадкових процесів, якими описується поведінка кожного з навантажень. Тому для практичної роботи інженерною спільнотою найчастіше використовується підхід Туркстри [12, 13], де було запропоновано досить прості правила комбінування випадкових навантажень, що змінюються у часі. В основу міркувань була покладена FBC модель Феррі Борджеса-Кастанети [14], в якій історія зміни навантаження $Q(t)$ представлена послідовністю прямокутних імпульсів із постійною тривалістю τ і випадковими величинами ординат Q_i ($i=1, \dots, r$) Ці ординати вибираються так, щоб охоплювати фактичний хід процесу навантаження (рис. 2). Якщо інтервал часу τ вибраний таким, що на його протязі кореляційна функція згасає, можна вважати послідовність випадкових величин статистично незалежною.

Якщо розглядати випадок об'єднання двох впливів $Q_1(t)$ і $Q_2(t)$ і припустити, що Q_1 домінує, то логічно припустити, що розрахунковою ситуацією буде така, в якій Q_1 приймає максимальне на інтервалі спостережень $t_r = \tau_1 r_1$ (див. рис. 1) значення $Q_{1\max}$. Для моделі FBC це значення має функцію розподілу ймовірності $F_{Q_1}(Q)$ і є діючим на інтервалі часу τ_1 . Для Q_2 значення $Q_{2\text{comb}}$, що вводиться в комбінацію, дорівнює очікуваному в інтервалі τ_1 комбінаційному значенню $F_{Q_{2\text{comb}}}$, що має задану ймовірність. Воно обчислюється виходячи з функції розподілу:

$$F_{Q_{2\text{comb}}} = [F_{Q_2}(Q)]^{\tau_2/\tau_1}.$$

Наближені ефекти могли бути обчислені як максимум наступних двох комбінацій (правило Туркстра):

$S\{Q_{1\max}, Q_{2\text{comb}}\}$, якщо Q_1 розглядають як домінуючу дію;

$S\{Q_{2\max}, Q_{1\text{comb}}\}$, якщо Q_2 розглядають як домінуючу дію.
 Це записується як формула:
 $S_{\max} = \max\{S(Q_{1\max}, Q_{2\text{comb}}); S(Q_{1\text{comb}}, Q_{2\max})\}$.

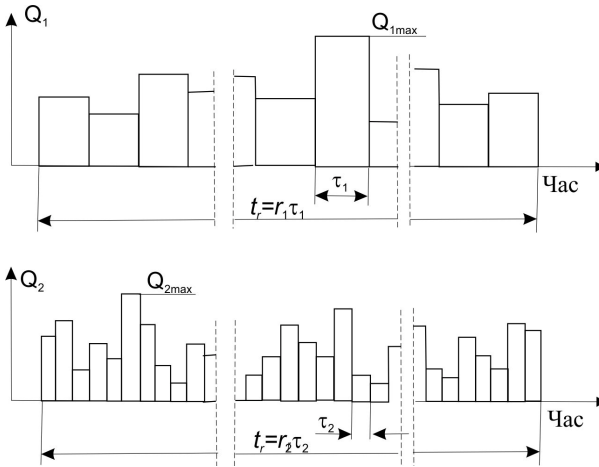


Рис. 2

Правило Туркстри підтверджується досвідом і спостереженням, оскільки відмови переважно виникають у тих випадках, коли одне з навантажень досягає екстремального значення, і дуже рідко, коли реалізується комбінація екстремумів декількох різних навантажень, що змінюються в часі.

Рекомендація використовувати правило Туркстри була включена до міжнародного стандарту ISO 2394:1998 [15] та Єврокод-0 [3], де воно поширене на випадок поєднання одного провідного навантаження з усіма іншими тимчасовими навантаженнями.

За рекомендацією [3] екстремальне значення одного навантаження (умовно має перший номер) є зафіксованим у нормах розрахунковим значенням, а величини інших навантажень у вигляді розрахункових значень, помножених на коефіцієнт поєднань ψ_i . Істотно, що в цьому правилі коефіцієнт ψ_i залежить тільки від навантаження, але при цьому доводиться розглядати і враховувати одну за одну всі змінні навантаження у якості «базисного навантаження», зменшуючи всі інші навантаження за допомогою коефіцієнтів поєднань.

Все сказане вище стосувалося проблеми вибору розрахункових поєднань навантаження для першої групи граничних станів, які безпосередньо пов'язані з проблемами безпеки. Стосовно другої групи граничних станів (за експлуатаційною придатністю) тривалий час дослідження майже не проводилися. У вітчизняній традиції передбачається, що правила вибору мають залишатися незмінними,

тільки замість розрахункових значень навантаження використовувалися нормативні (характеристичні) значення.

Проте це зовсім не так. Справа в тому, що критерій експлуатаційної придатності:

- не завжди чітко визначено і часто залежить від вимог, що мають суб'єктивний характер (хиткість перекриттів, відчуття дискомфорту при великих прогинах тощо);

- можуть не вкладатися в концепцію викиду навантаження за певний критичний рівень (наприклад, якщо йдеться про неприйнятні частоти вібрацій, де визначальним є тривалість дії).

Крім того, на відміну від першої групи граничних станів, тут може існувати ситуація оборотного граничного стану, коли ефекти навантаження, що призводять до порушення контрольованих умов, зникають після видалення відповідного навантаження.

З урахуванням сказаного в Єврокодi введено такі типи комбінацій для граничного стану експлуатаційної придатності:

- характеристичні, що застосовуються для незворотних граничних станів;

- часто повторюванні, за допомогою яких перевіряються оборотні граничні стани;

- квазіпостійні, що застосовуються для обліку тривалих реологічних процесів, таких як повзучість.

І для цих граничних станів дано правила складання розрахункових комбінацій, відмінні від правил для граничного стану за несучою здатністю. Крім того, спеціальні правила складання розрахункової комбінації Єврокод дає для аварійних, сейсмічних та пожежних комбінацій.

3. Загальні вимоги складання розрахункових поєднань впливів

У рамках перевірок граничних станів несучої здатності для постійних або перехідних розрахункових ситуацій (основні поєднання) необхідно окремо розглянути такі групи граничних станів несучої здатності:

1) EQU: втрата статичної рівноваги конструкції або будь-якої її частини, що розглядається як жорстке тіло, для якої незначні зміни значення або просторового розподілу постійних впливів від одного джерела є значними та міцність матеріалів конструкції чи основи у загальному випадку не впливають на граничний стан;

2) STR: внутрішнє руйнування або надмірні деформації конструкції або елементів конструкції, включаючи фундаменти, палі, підпірні стінки і т.д., для яких міцність матеріалів має визначальне значення;

3) GEO: руйнування або надмірні деформації основи, для яких міцність основи або скельної породи має визначальне значення для забезпечення несучої здатності конструкції;

4) FAT: руйнування внаслідок втоми конструкції або конструктивних елементів;

5) UPL: втрата рівноваги конструкції або ґрунту внаслідок підняття під тиском води (плавучості) або здимання (випору) ґрунту;

б) НУД: гідравлічний підйом, внутрішня ерозія або вимивання ґрунту, спричинених гідравлічним градієнтом.

Також при перевірках граничних станів несучої здатності в окрему групу виділяють розрахункові ситуації, що виникають при особливих та сейсмічних впливах

Найбільшу увагу привертає варіант STR, що використовується у стабільних і перехідних розрахункових ситуаціях і для котрого у EN 1990 надається формула комбінування

$$1,35 \sum G_{k,j,\text{sup}} \oplus \sum G_{k,j,\text{inf}} \oplus 1,5 Q_{k,1} \oplus 1,5 \sum_{\langle i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i},$$

де знак \oplus означає «включити, якщо це можливо та вигідно».

У рамках цього правила поєднань впливів прийнято, що кілька змінних впливів діють одночасно, при цьому виділяють домінуючий змінний вплив Q_1 з характеристичним значенням $Q_{k,1}$ та інші змінні дії які повинні бути прийняті до уваги як супутні змінні впливи зі своїми комбінаційними значеннями $\psi_0 Q_k$.

Домінуючий змінний вплив Q_1 означає, що для аналізованого ефекту впливу (наприклад, згинального моменту в поперечному перерізі елемента) змінний вплив Q_1 створює найбільш несприятливе значення ефекту і, таким чином, береться до уваги зі своїм характеристичним значенням $Q_{k,1}$. Якщо домінуюча дія не очевидна, то необхідно кожен змінну дію по черзі розглянути як домінуючу.

У випадковій розрахунковій ситуації використовується таке правило складання розрахункових комбінацій

$$\sum G_{k,j,\text{sup}} \oplus \sum G_{k,j,\text{inf}} \oplus A_d \oplus (\psi_{1,1} \text{ або } \psi_{2,1}) Q_{k,1} \oplus \sum_{\langle i>1} \psi_{2,i} Q_{k,i}.$$

Вибір між $\psi_{1,1} Q_1$ і $\psi_{2,1} Q_1$ слід співвідносити з відповідною випадковою розрахунковою ситуацією тими навантаженнями, що там присутні. Так, комбінація дій для випадкових розрахункових ситуацій повинна або включати власне особливу дію A (пожежа або ударна дія, нерівномірна деформація основи) і тоді використовують $\psi_{2,1} Q_1$ або мати відношення до ситуації після закінчення особливої події ($A=0$) і тоді використовують $\psi_{1,1} Q_1$.

Можуть виникнути інші міркування щодо навантажень, для котрих слід вживати $\psi_{1,k} Q_k$. Наприклад, вважається, що до аварійного сполучення, крім основних впливів, може входити лише одне аварійне навантаження. Підґрунтям цієї тези є короткочасність реалізації аварійного навантаження, що веде до практичної неможливості одночасної появи більш одного такого навантаження.

Але наслідки аварійного навантаження можуть зберігатися довгий час, тому сполучення таких наслідків з іншим аварійним навантаженням може бути цілком реальним. Цими наслідками можуть бути як зміна розрахункових параметрів конструкції (наприклад, геометричних вимірів перерізу від пошкодження), так і наявність залишкових напружень і переміщень (наприклад, від нерівномірних деформацій основи

фундаментів, обумовлених зміною структури ґрунту при замочуванні просідаючих ґрунтів).

Для таких сполучень умови перевірки повинні мати вигляд

$$\sum_j \gamma_{G,j} G_j \oplus P_{A,for} \oplus A_d \oplus \psi_1 Q_1 \otimes \sum_{i>1} \psi_i Q_i,$$

де $P_{A,for}$ — постійно діючі зусилля, що є наслідками від попереднього аварійного навантаження (аналог попереднього напруження).

Для сейсмічних розрахунків правило складання розрахункових комбінацій має такий вигляд

$$\sum G_{k,j,sup} \oplus \sum G_{k,j,inf} \oplus A_d \oplus \sum_{\langle i \geq 1 \rangle} \psi_{2,i} Q_{k,i}.$$

Перевірка граничних станів за експлуатаційною придатністю пов'язана з розглядом наступних розрахункових комбінацій:

1) Характеристична комбінація, що використовується при перевірках незворотних граничних станів (наприклад, ширини розкриття тріщин) і будується таким чином:

$$\sum_{\langle j \geq 1 \rangle} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} \oplus \sum_{\langle i > 1 \rangle} (\psi_{0,i} Q_{k,i}).$$

2) Часто повторювана комбінація, що використовується при перевірках оборотних граничних станів (наприклад, пружних прогинів) складається як

$$\sum_{\langle j \geq 1 \rangle} G_{k,j} \oplus \psi_{1,1} Q_{k,1} \oplus \sum_{\langle i > 1 \rangle} (\psi_{2,i} Q_{k,i}).$$

3) Квазіпостійна комбінація, що використовується для перевірки результату дії довготривалих впливів або під час перевірки зовнішнього вигляду конструкції складається за правилом.

$$\sum_{\langle j \geq 1 \rangle} G_{k,j} \oplus \sum_{\langle i \geq 1 \rangle} (\psi_{2,i} Q_{k,i}).$$

4. Питання ефективності пропонуємих змін

Оскільки коефіцієнти для змінних дій за EN 1990 дорівнюють 1,50, і значно переважають аналогічні коефіцієнти надійності за навантаженням за діючими нормами, що часто не відповідає їх фізичному змісту, то виникає побоювання про зростання вартості будівництва при використанні Єврокода. Наведений далі приклади розрахунку повинні вказати: чи ці побоювання мають сенс.

У якості прикладу розглядається плита перекриття розміром 18×24 м, яка спирається на колони розташовані по сітці 6×6 м (рис. 3).

Характеристичне значення корисного навантаження 1,5 кН/м² (житлові будівлі). З врахуванням коефіцієнту зниження

$$\psi_{A1} = 0,4 + \frac{0,6}{\sqrt{A/A_0}} = 0,4 + \frac{0,6}{\sqrt{36/10}} = 0,716.$$

Маємо характеристичне навантаження 0,874 кН/м² і розрахункове навантаження 1,017 кН/м² ($\gamma_f=1,3$).

У розрахунках приймалися до уваги постійно діюча власна вага и 12 незалежно діючих змінних навантажень, котрі можуть бути прикладеним до кожної з ділянок 6×6 м, розташованих між колонами.

Для порівняння результатів розрахунку використаємо значення головного згинаючого моменту

$$M_0 = \frac{M_x + M_y}{2} + \sqrt{(M_x - M_y)^2 + 4M_{xy}^2}.$$

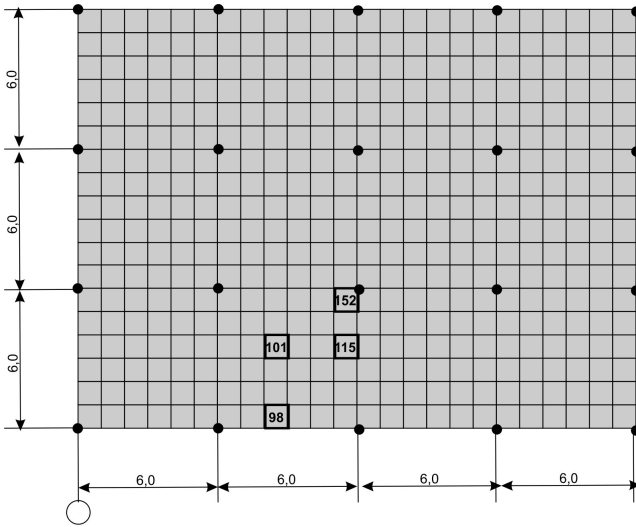


Рис. 3

Порівняння виконувалося для чотирьох скінчених елементів, позначених своїми номерами на рис. 1, для котрих розглядалися значення M_0 , підраховане для центру скінченого елемента. Результати наведені у таблиці 3.

Таблиця 3

Елемент	Значення M_0 , кНм		$M_{0,EN}/M_{0,ДБН}$
	ДБН	EN 1990	
98	25,82	31,32	1,21
101	22,92	28,07	1,22
115	8,74	10,97	1,26
152	-31,16	-38,28	1,23

Якщо розглядати тільки випадок одночасної дії всіх змінних навантажень, то згинальні моменти зменшуються практично однаковим чином і в ДБН і в EN 1990 (табл. 4), тобто кількість змінних навантажень практично не вплинула на результат порівняння.

Отже, бачимо, що розрахунок за правилами EN 1990 дає помітне збільшення згинаючих моментів, і цей факт може утруднити перехід до правил Єврокоду.

Таблиця 4

Елемент	Значення M_0 , кНм		$M_{0,EN}/M_{0,ДБН}$
	ДБН	EN 1990	
98	20,75	25,24	1,22
101	18,67	22,69	1,22
115	6,52	7,84	1,20
152	-26,45	-32,25	1,22

Далі надається деяка компромісна пропозиція, яка враховує особливості EN 1990 і одночасно наближає результат до вітчизняної традиції. Ідея цієї пропозиції ґрунтується на тому, що коефіцієнти, які використовує EN 1990, являють собою добуток коефіцієнта надійності по навантаженню γ_f та коефіцієнта надійності моделі впливу γ_{sd} . У посібнику [16] наводиться свідомості про їхні значення, що прийняті у EN 1990:

- для постійних несприятливих навантажень $\gamma_f=1,125$, $\gamma_{sd}=1,20$;
- для постійних сприятливих навантажень $\gamma_f=0,875$, $\gamma_{sd}=1,20$;
- для тимчасових несприятливих навантажень $\gamma_f=1,35$, $\gamma_{sd}=1,10$.

При цьому зазначається, що коефіцієнт γ_{sd} не має наукового обґрунтування і є результатом «інженерного судження».

Вітчизняна традиція, зафіксована у ДБН В.1.2.2, оперує з іншими значеннями коефіцієнта надійності по навантаженню γ_f . Вони більш диференційовані і мають менші значення, ніж значення γ_f в EN 1990, а їх використання підтверджено успішним досвідом проектування та будівництва. Тому доцільно формулу комбінування подати у формі, що використовує розрахункові значення навантажень, а не характеристичні (зверніть увагу на індекс d замість k)

$$1,2 \sum G_{d,j,\text{sup}} \oplus \sum G_{d,j,\text{inf}} \oplus 1,1 Q_{d,1} \oplus 1,1 \sum_{(i>1)} \Psi_{0,i} Q_{d,i}.$$

Беручи до уваги, що кількість змінних навантажень мало впливає на результати порівняння, аналізувати цю пропозицію будемо для випадку, коли на конструкцію діє одне постійне навантаження G і одне змінне навантаження Q і будемо вважати, що $Q=\eta G$. Тоді відношення результату, який можна одержати при переході від ДБН В.1.2.2 до EN 1990 характеризується коефіцієнтом

$$k_{EN} = \frac{1,35 + 1,5\eta}{\gamma_{f,G} + \gamma_{f,Q}\eta},$$

а при використанні нашої пропозиції як

$$k_{\text{проп}} = \frac{1,2\gamma_{f,G} + 1,1\gamma_{f,Q}\eta}{\gamma_{f,G} + \gamma_{f,Q}\eta}.$$

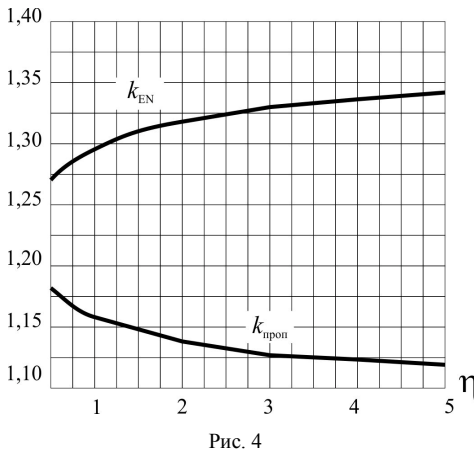


Рис. 4

Для характерного випадку, коли $\gamma_{f,G}=1,1$ та $\gamma_{f,Q}=1,3$ графіки вказаних коефіцієнтів надані на рис. 4.

Тут можна побачити, що для більшості реальних конструкцій, для котрих значення показника η перевищує 2,5, можливе зростання розрахункових зусиль дорівнює приблизно 10%. Тут слід взяти до уваги що зростання розрахункових зусиль викликає помітно менше зростання витрати будівельних матеріалів, Так

для розглянутого приклада теоретична кількість арматури, що була підібрана автоматично у програмі СКАД, складала при розрахунках по ДБН 3,012 Т, а при розрахунках з використанням запропонованої методики 3,057 Т.

Було виконано порівняльні розрахунки сталевого каркасу, схема котрого надана на рис. 5. Розглядався випадок, коли на конструкцію діяли 16 навантажень, серед них: постійні навантаження від власної ваги каркасу, покрівлі та перекриттів, стінових панелей; 5 вітрових навантажень ($\pm X$, $\pm Y$ і 45°); 2 варіанта снігових навантажень, корисні навантаження на перекриттях.

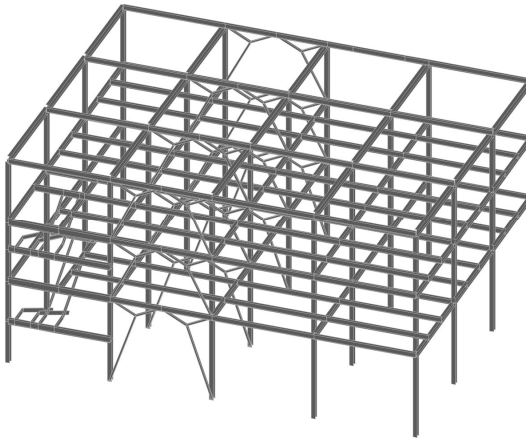


Рис. 5

Знайдено, що загальна теоретична (без урахування уніфікації перерізів) витрата сталі дорівнює 133,22 т при використанні ДБН и

140,80 т коли розрахунок виконувався з використанням запропонованої методики. Різниця становить 5,7%, що можна вважати допустимим.

Заключні нотатки

Порівняльний аналіз методів складання розрахункових комбінацій навантажень, рекомендованих у ДБН В.1.2.2 і EN 1990, може допомогти при розробці нової редакції вітчизняних норм. Найбільш важливими питаннями при цьому є вибір чисельних значень коефіцієнтів надійності γ_f і коефіцієнтів поєднань ψ_i . Помітні розбіжності між ДБН В.1.2.2 і EN 1990 вимагають враховувати як вітчизняний, так і європейський досвід і шукати компромісного рішення. Такий компроміс пропонується для складання розрахункових комбінацій, коли розрахункові (а не характеристичні) значення навантажень, прийнятих за ДБН В.1.2.2, коректуються за рахунок коефіцієнтів моделей γ_{sd} , що пропонуються у EN 1990.

Мабуть багато проблем може бути пов'язано з прийнятим у EN 1990 і відсутнім у вітчизняній традиції підходом, який регламентує способи перевірки несучої здатності, які відрізняються для перевірок у різних розрахункових ситуаціях. Тут відсутнє якесь принципове заперечення, але треба враховувати великий психологічний тиск традиції.

Ще одна проблема визначається тими обставинами, що у багатьох нормативних документах, які посилаються на ДБН В.1.2.2, буде потрібно перевірити, як впливають зміни, що будуть вноситися у норми навантажень, на термінологію, а можливо і форму викладання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. ДБН В.1.2-6:2022. Основні вимоги до будівель і споруд. Механічний опір та стійкість. – К.: Міністерство розвитку громад та територій України, 2022. – 56 с.
2. ДБН В.1.2-14:2018. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи. – К.: Міністерство розвитку громад та територій України, 2018. – 67 с.
3. EN 1990. Basis of Structural Design. – Brussels European Committee for Standardization. – 2002. – 89 p.
4. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Норми проектування – К.: Мінбуд України, 2006 – 59 с.
5. Болотин, В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В.В. Болотин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
6. Пичугин, С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий / С.Ф. Пичугин. – Полтава: ООО «АСМИ», 2009. – 452 с.
7. Ржаницын, А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.
8. Ditlevsen, O. Structural Reliability Methods / O. Ditlevsen, H.O. Madsen. – Technical University of Denmark: Department of Mechanical Engineering: Coastal, Maritime and Structural Engineering, July 2005. – 363 p.
9. Madsen, H.O. Methods of structural safety / H.O. Madsen, S. Krenk, N.C. Lind. – New Jersey: Prentice all, 1986. – 416 p.
10. Mori, Y. Probabilistic models of combinations of stochastic loads for limit state design / Y. Mori, T. Kato, K. Murai // Structural Safety, 2003, Vol. 25. – P. 69–97.
11. Болотин, В.В. О сочетаниях случайных нагрузок, действующих на сооружение / В.В. Болотин // Строительная механика и расчет сооружений Б 1962, № 2. – С. 1–5.
12. Turkstra C.I., Madsen H.O. Load Combinations in Codified Structural Design // Proceedings of ASCE. Journal of the Structural Division, 1980. vol. 106, No. ST12. – P. 2527-2543.

13. Turkstra C.J. Theory of structural design decision // Solid Mechanics Division, Study NO. 2. — Waterloo, Ont: University of Waterloo, 1970 — 124 p.
14. Ferry Borges, J. Structural safety / J. Ferry Borges, M. Castanheta, 2 ed. — Lisbon : Laboratório Nacional De Engenharia Civil, 1971. — 326 p.
15. ISO 2394:1998. General principles of reliability for structures — Geneva: International Organization of Standardization, 1998.
16. Гульванесян Х., Калгаро Ж-А., Голицки М. Руководство для проектировщиков к Еврокоду 1990: Основы проектирования сооружений — М. МГСУ, 2011. - 258 с.

REFERENCES

1. DBN V.1.2-6:2022. Osnovni vimogi do budivel i sporud. Mekhanichniy opir ta stiykist. — K.: Ministerstvo rozvitku gromad ta teritoriy Ukrainy, 2022. — 56 s.
2. DBN V.1.2-14:2018. Sistema zabezpechennya nadiynosti ta bezpeki budivelnikh ob'ektiv. Zagalni printsipi. — K.: Ministerstvo rozvitku gromad ta teritoriy Ukraini, 2018. — 67 s.
3. EN 1990. Basis of Structural Design. — Brussels European Committee for Standardization, 2002. — 89 p.
4. DBN V.1.2-2:2006. Navantazhennya i vplivi. Normi proektuvannya — K.: Minbud Ukraini, 2006 — 59 s.
5. Bolotin. V.V. Metody teorii veroyatnostey i teorii nadezhnosti v raschetakh sooruzheniy / V.V. Bolotin. — 2-e izd.. pererab. i dop. — M. : Stroyizdat. 1982. — 351 s.
6. Pichugin. S.F. Nadezhnost stalnykh konstruksiy proizvodstvennykh zdaniy / S.F. Pichugin. — Poltava : OOO «ASMI», 2009. — 452 s.
7. Rzhantsyn. A.R. Teoriya rascheta stroitelnykh konstruksiy na nadezhnost / A.R. Rzhantsyn. — M. : Stroyizdat. 1978. — 239 s.
8. Ditlevsen. O. Structural Reliability Methods / O. Ditlevsen. H.O. Madsen. — Technical University of Denmark: Department of Mechanical Engineering: Coastal, Maritime and Structural Engineering, July 2005. — 363 p.
9. Madsen. H.O. Methods of structural safety / H.O. Madsen. S. Krenk. N.C. Lind. — New Jersey: Prentice all, 1986. — 416 p.
10. Mori. Y. Probabilistic models of combinations of stochastic loads for limit state design / Y. Mori, T. Kato, K. Murai // Structural Safety. — 2003. — Vol. 25. — P. 69–97.
11. Bolotin. V.V. O sochetaniyakh sluchaynykh nagruzok. deystvuyushchikh na sooruzheniye / V.V. Bolotin // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy, 1962, № 2. — S. 1–5.
12. Turkstra C.I., Madsen H.O. Load Combinations in Codified Structural Design // Proceedings of ASCE. Journal of the Structural Division. 1980. vol. 106. No. ST12. — P. 2527-2543.
13. Turkstra C.J. Theory of structural design decision // Solid Mechanics Division. Study NO. 2. — Waterloo, Ont: University of Waterloo, 1970 — 124 p.
14. Ferry Borges, J. Structural safety / J. Ferry Borges, M. Castanheta, 2 ed. — Lisbon : Laboratório Nacional De Engenharia Civil, 1971. — 326 p.
15. ISO 2394:1998. General principles of reliability for structures — Geneva: International Organization of Standardization, 1998.
16. Gulvanesyan Kh., Kalgaro Zh-A., Golitski M. Rukovodstvo dlya proektirovshchikov k Evrokodu 1990: Osnovy proektirovaniya sooruzheniy — M. MGSU, 2011 258 s.

Стаття надійшла 15.05.2022

Перельмутер А.В.

СКЛАДАННЯ РОЗРАХУНКОВИХ ПОЄДНАНЬ ВПЛИВІВ У ВІДПОВІДНОСТІ ДО EN 1990

Стаття звертається до одного з основних питань, котрі виникають при запланованій розробці нової редакції вітчизняних норм, яка орієнтована на більш тісне зближення з європейським нормативним документом EN 1990 у частині методів розрахунку. Ці методи якщо не приймаються цілком, то хоча б узгоджуються принципіальні позиції, по можливості зберігаючи вітчизняним традицію

Наведено огляд підходів європейських норм EN 1990 до складання розрахункових поєднань впливів на будівельні конструкції. Узагальнено інформацію про методику вибору розрахункового поєднання впливів різних груп граничних станів з урахуванням різних типів репрезентативних значень змінних впливів. Вказуються розбіжності з методами нормативних документів, що діють на території України (ДБН), з розрахунку будівельних конструкцій. Звертається увага на варіативність правил Єврокоду для побудови розрахункових сполучень відносно тих ситуацій, котрі розглядаються, така варіативність відсутня у ДБН Розглядається проблема можливого зростання розрахункових навантажень під час переходу на методику EN 1990 та оцінюється величина цього зростання.

Запропоновано компромісний підхід, що поєднує принципові положення EN 1990 з накопиченим вітчизняним досвідом та дозволяє помітно зменшити зростання розрахункових навантажень. На прикладах показано, що зростання розрахункових зусиль викликає помітно менше зростання витрати будівельних матеріалів.

Ключові слова: навантаження і впливи, коефіцієнти надійності, розрахункове сполучення, граничні стани.

Perelmuter A.V.

COMPILATION OF CALCULATED COMBINATIONS IN ACCORDANCE WITH EN 1990

The article addresses one of the main issues that arise in the planned development of a new version of domestic standards, which is aimed at closer convergence with the European normative document EN 1990 in terms of calculation methods. If these methods are not fully accepted, then at least the principled positions are agreed, if possible preserving the domestic tradition

An overview of the approaches of European standards EN 1990 to the compilation of design combinations of effects on building structures is given. The information on the method of choosing the calculated combination of influences of different groups of limit states taking into account different types of representative values of variable influences is generalized. Discrepancies with the methods of normative documents in force on the territory of Ukraine (DBN) on the calculation of building structures are indicated. Attention is drawn to the variability of Eurocode rules for the construction of settlement connections in relation to the situations under consideration, such variability is absent in the DBN.

A compromise approach is proposed, which combines the principles of EN 1990 with the accumulated domestic experience and allows to significantly reduce the growth of design loads. The examples show that the increase in design effort causes significantly less increase in the cost of building materials.

Keywords: loads and effects, reliability coefficients, calculated combination, limit states.

УДК 624.042.1

Перельмутер А.В. Складання розрахункових поєднань впливів у відповідності до EN 1990 // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 93-108.

Наведено огляд підходів європейських норм EN 1990 до складання розрахункових поєднань впливів на будівельні конструкції. Вказуються розбіжності з методами нормативних документів, що діють на території України. Розглядається проблема можливого зростання розрахункових навантажень під час переходу на методику EN 1990 та оцінюється величина цього зростання. Запропоновано компромісний підхід, що поєднує принципові положення EN 1990 з накопиченим вітчизняним досвідом. Наведено ілюстративні приклади.

Табл. 5. Іл. 5. Бібліогр. 16 назв.

UDC 624.042.1

Perelmuter A. Compilation of calculated combinations in according with EN 1990 // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 93-108.

The review of approaches of the European norms of EN 1990 is resulted to drafting of calculation combinations of influences on build constructions. Disagreements with the methods of normative documents which operate on territory of Ukraine are specified. The problem of possible growth of the calculation loadings is examined during passing to the method of EN 1990 and the value of this growth is estimated. Compromise approach which combines principle positions of EN 1990 with accumulated domestic experience is offered. Illustrative examples are resulted.

Табл. 5. Fig. 5. Ref. 16.

УДК 624.042.1

Перельмутер А.В. Составление расчетных комбинаций в соответствии с EN 1990 // Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 109. – С. 93-108.

Приведен обзор подходов европейских норм EN 1990 к составлению расчетных сочетаний влияний на строительные конструкции. Указываются разногласия с методами нормативных документов, которые действуют на территории Украины. Рассматривается проблема возможного роста расчетных нагрузок во время перехода на методику EN 1990 и оценивается величина этого роста. Предложен компромиссный подход, который совмещает принципиальные положения EN 1990 с накопленным отечественным опытом. Приведены иллюстративные примеры.

Табл. 5. Ил. 5. Библиогр. 16 назв.

Автор: доктор технічних наук, головний науковий співробітник HBO SCAD Soft
Перельмутер Анатолій Вікторович

Адреса: 03037, Україна, м. Київ, вул Освіти, 3а, Науково-виробниче об'єднання з обмеженою відповідальністю SCAD Soft

Мобільний тел.: +38 (050) 382-16-25

E-mail: AnatolyPerelmuter@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9537-2728>

УДК 539.3

АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ В СХЕМІ НАПІВНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

І.І. Солодей¹,

д-р техн. наук, професор

Ю.Г. Козуб²,

д-р техн. наук, доцент

Р.Л. Стригун¹,

канд.техн. наук

В.В. Шовківська¹,

канд. економічних наук

¹ Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

² Державний заклад "Луганський національний університет імені Тараса Шевченка"

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.109-119

Розглянуто ефективність використання напіваналітичного методу скінчених елементів (НМСЕ) для розв'язання геометрично нелінійних задач будівельної механіки для вісе- та циклічно симетричних просторових тіл під дією довільних навантажень на основі базового кільцевого скінченного елемента. Отримано оцінку параметрів раціонального застосування алгоритмів урахування геометричної нелінійності визначеного класу конструкцій.

Ключові слова: тіла обертання, статичне навантаження, геометрична нелінійність, напіваналітичний метод скінчених елементів, кільцевий скінчений елемент.

Вступ. В процесі чисельного вирішення просторових задач теорії пружності та пластичності при скінчених переміщеннях [1] вибір раціональних алгоритмів розв'язання систем нелінійних рівнянь має принципове значення. Це зумовлено необхідністю визначення координат дискретної моделі в актуальній конфігурації та зміни метричних характеристик скінчених елементів [4]. При задоволенні вимог:

$$\Delta G^{ij} = G^{ij} - \bar{g}^{ij} \ll G^{ij}, \quad (1)$$

де \bar{g}^{ij} – компоненти метричного тензора в проміжній перехідній відрахунковій конфігурації, G^{ij} – компоненти метричного тензора в актуальній конфігурації, це призводить до необхідності вирішення великого числа систем нелінійних рівнянь високого порядку.

Сучасні методики, які орієнтовані на розрахунок широкого класу конструкцій, що складаються з масивних і тонкостінних елементів, повинні поряд з високою точністю опису напружено-деформованого стану об'єктів складної форми та структури, забезпечувати високу швидкість збіжності до точного рішення при мінімальних чисельних

витратах. Завдяки введенню додаткових гіпотез, що не зменшують точність апроксимації представлення деформацій і напружень в фізичних термінах і у відповідності до моментної схеми скінченного елемента (МССЕ), [2, 5] вдається, з однієї сторони уникнути трудомісткості процедури чисельного інтегрування по площі поперечного перерізу скінченного елемента, з іншої – зберегти високу ефективність просторової дискретизації.

Запропоновані скінченні елементи (СЕ) орієнтуються на розрахунок неоднорідних масивних, тонкостінних і комбінованих конструкцій. Оскільки в даному СЕ не накладається будь-яких обмежень на діапазони зміни модуля пружності і щільності матеріалу, при корегуванні їх значень з'являється можливість моделювання тіл обертання навіть з вирізами, що порушують суцільність матеріалу.

Важливим етапом в реалізації обчислювальних систем для розв'язання просторових задач є вибір оптимальних, з точки зору швидкості збіжності рішень, алгоритмів розв'язання рівнянь рівноваги. Специфіка алгебраїчних рівнянь НМСЕ зумовлена порушенням ортогональності тригонометричних функцій у просторі оператора пружності для тіл зі змінними вздовж направляючої параметрами жорсткості та мас. Явно виділена блокова структура матриці жорсткості є підставою для використання алгоритмів, що комбінують прямі та ітераційні методи розв'язання.

1. Алгоритми розв'язання нелінійних задач будівельної механіки в схемі НМСЕ. Система нелінійних рівнянь, що описує деформування тіл обертання (циклічно симетричних тіл) при скінчених переміщеннях в актуальній конфігурації має вигляд:

$$[K]_{lm} \{U\}_m = \{Q\}_l, l = l_0, \dots, L. \quad (2)$$

Вирішення системи рівнянь (2) виконуються на основі покрокової процедури інтегрування за параметром. Кроки інтегрування обираються з умови виконання вимоги (1).

На першому кроці змінна відрахункова конфігурація співпадає з відрахунковою початковою. Рівновага положення дискретної моделі визначається в актуальній конфігурації. Після задоволення рівняння рівноваги на кроці інтегрування n актуальна конфігурація x_n^i стає змінною відрахунковою конфігурацією \bar{x}_{n+1}^i для кроку $n+1$.

Алгоритм інтегрування для всього процесу навантаження описується рівнянням:

$$[K(U^{n+1})]_{lm} \{\Delta U\}_m^{n+1} = \{Q\}_l^{n+1} - \{R\}_l^n, \quad (3)$$

де вектор вузлових амплітудних реакцій на кроці n забезпечує рівноважне положення дискретної моделі:

$$\{R\}_l^n = [K(U^n)]_{lm} \{\Delta U\}_m^n, \quad (4)$$

$\{\Delta U\}_m^n = \sum_{k=1}^n \{\Delta U\}_m^k$ – вектор повних амплітудних переміщень на кроці n .

Для визначення рівноважного положення деформованого тіла на кроці $n+1$, тобто вирішення системи рівнянь (2), як правило, використовуються два типи алгоритмів, заснованих відповідно на методи додаткових навантажень:

$$\left[K(U^{n+1}) \right]_{lm} \{\Delta U\}_m^{n+1,k+1} = \{Q\}_l^{n+1} - \{R\}_l^n - \{R_{n+1}\}_l^k \quad (5)$$

та методі змінних параметрів:

$$\left[K(U^{n+1,k}) \right]_{lm} \{\Delta U\}_m^{n+1,k+1} = \{Q\}_l^n - \{R\}_l^n - \{R_{n+1}\}_l^k. \quad (6)$$

Тут вузлові амплітудні реакції визначаються співвідношеннями:

$$\{R_{n+1}\}_l^k = \left[K(U^{n+1,k}) \right]_{lm} \{\Delta U^{n+1,k}\}_l. \quad (7)$$

У поєднанні з алгоритмом розв'язання систем лінійних рівнянь НМСЕ для повністю заповнених матриць вказані алгоритми набувають вигляду:

1. Алгоритм, заснований на методі додаткових навантажень:

$$\{\Delta U\}_l^{n+1,k+1} = \{\Delta U\}_l^{n+1,k} + \omega \left[K \right]_{ll}^{-1} \left(\{Q\}_l^{n+1} - \{R\}_l^n - \{R\}_l^{n+1,k} \right). \quad (8)$$

2. Алгоритм, заснований на методі змінних параметрів:

$$\{\Delta U\}_l^{n+1,k+1} = \{\Delta U\}_l^{n+1,k} + \omega \left[K(U^n) \right]_{ll}^{-1} \left(\{Q\}_l^{n+1} - \{R\}_l^n - \{R\}_l^{n+1,k} \right). \quad (9)$$

При цьому, вектори вузлових амплітудних реакцій визначаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \{R\}_l^{n+1,h} &= \sum_{m=m_0}^{l-1} \left[K(U^{n+1,k}) \right]_{lm} \{U\}_m^{n+1,k+1} + \sum_{m=l}^L \left[K(U_i^{n+1,k}) \right]_{lm} \{U\}_m^{n+1,k}, \\ \left\{ R \right\}_l^{n+1,k} &= \sum_{m=m_0}^{l-1} \left[K(U^n) \right]_{lm} \{U\}_m^{n+1,k+1} + \sum_{m=l}^L \left[K(U^n) \right]_{lm} \{U\}_m^{n+1,k}. \end{aligned} \quad (10)$$

2. Обґрунтування ефективності використання базового кільцевого скінченного елемента НМСЕ. Ефективність розробленого кільцевого скінченного елемента та достовірність отримуваних на його основі чисельних результатів досліджено на прикладі розв'язання низки контрольних задач, що розглядають однорідні та неоднорідні тіла обертання. За еталонні прийняті аналітичні та відомі результати інших авторів.

Виконано порівняння НМСЕ, записаного у співвідношеннях узагальненої теорії пружності та МСЕ на базі співвідношень теорії тонких оболонок. З цією метою розглянуто об'єкт, який найчастіше використовується більшістю авторів в якості тестового при дослідженні збіжності МСЕ в задачах пружної рівноваги тонких оболонок.

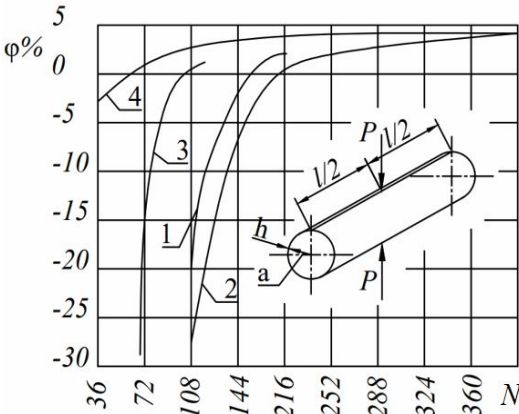


Рис. 1. Циліндрична оболонка під дією двох сил

Об'єкт представляє собою циліндричну оболонку, навантажену двома протилежно напрямленими зосередженими силами (рис. 1). Довжина оболонки $2l = 0.263$ м, товщина стінки $h = 2.38 \cdot 10^{-3}$ м, радіус середньої поверхні $a = 0.126$ м, модуль пружності матеріалу $E = 0.735 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт

Пуасона $\nu = 0.3$. За еталонне прийнято рішення, отримане в роботі [7]. Результати розрахунку показані на рис. 1 у вигляді графіків, які відображають зміну відносної похибки зміни діаметра оболонки в залежності від загального числа невідомих дискретної моделі (крива 4). Для порівняння також зображені криві, отримані іншими авторами на основі різних типів оболонкових СЕ (1 - за даними [11]; 2 - [3]; 3 - [6]).

Їх порівняння показує значну перевагу запропонованого підходу, що спирається на поєднання моментної схеми скінченного елемента (МССЕ) та НМСЕ, не зважаючи на те, що у роботі [10] є припущення про неефективність застосування НМСЕ для вирішення задач даного класу.

Розглянута пружна тонкостінна циліндрична оболонка з чотирма прямокутними отворами, яка стиснута у напрямку осі рівномірно розподіленим по торцях навантаженням (рис. 2). В окружному напрямку довжина дуги одного отвору складає 45° .

В якості еталонного прийнято розв'язок на основі оболонкових скінчених елементів за програмним комплексом [2].

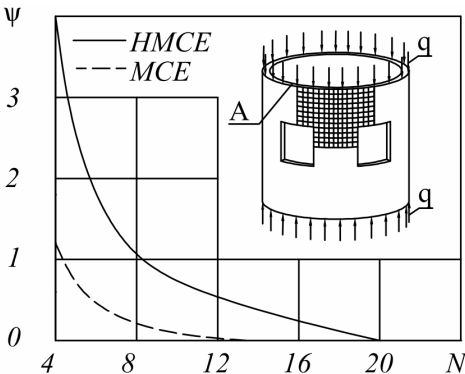


Рис. 2. Циліндрична оболонка з чотирма отворами

Результати розрахунку показані на рис. 2 у вигляді графіків, які ілюструють залежність похибки визначення максимальних (осьових в точці А) переміщень від числа вузлів сіткової області або членів ряду Фур'є вздовж окружної координати при фіксованій їх кількості по висоті

циліндра.

Дані свідчать про те, що НМСЕ у порівнянні з традиційним варіантом МСЕ, дозволяє отримати більш точні результати при однаковій кількості невідомих задач. Так, для забезпечення похибки визначення переміщень в межах 1% НМСЕ потребує 5 гармонік на протидію МСЕ із 8 СЕ.

Апробацію підходу для геометрично нелінійних задач проведено на задачі згину круглої пластини, навантаженої рівномірно розподіленим тиском і закріпленої по зовнішньому контуру (рис. 3).

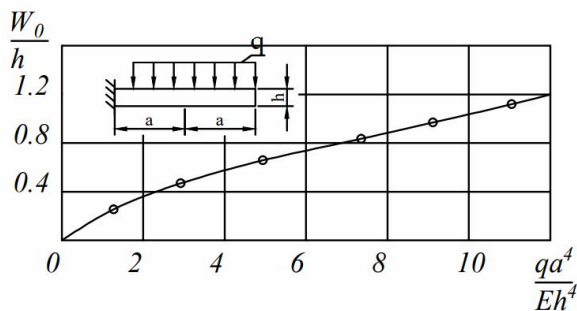


Рис. 3. Згин круглої пластини

Геометричні та механічні параметри пластини приймалися: $a = 0.2$ м, $h = 0.01$ м, $E = 10^5$ МПа, $\nu = 0.3$.

Як еталонне прийнято точне вирішення задачі, отримане в роботі [9] та зображено суцільною лінією у вигляді залежності безрозмірного прогину в центрі пластини від безрозмірного параметру напруження. Розв'язок на основі НМСЕ отримано при 8 СЕ вздовж радіуса пластини та 10 кроках за параметром навантаження за допомогою алгоритму (9) та показано на рис. 3 кружками.

3. Порівняння алгоритмів розв'язання геометрично нелінійних задач в схемі НМСЕ. Обґрунтування достовірності та аналіз збіжності чисельних рішень при розв'язанні просторових задач з великими переміщеннями проведено на прикладі задачі згину стиснутого стрижня кільцевого поперечного перерізу (рис. 4). Геометричні розміри стрижня $H = 10h$, $r_1 = h$, $r_2 = 2h$. Фізико-механічні характеристики матеріалу: $E = 2 \times 10^5$ МПа, $\nu = 0$.

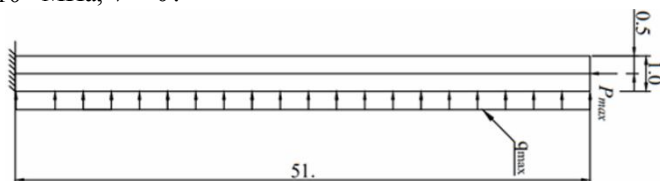


Рис. 4. Розрахункова схема стиснутого стрижня

Зовнішні навантаження змінювалися пропорційно параметру q .

Розв'язання, що враховує зміну кривизни стрижня, визначається за формулою:

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}, \text{ де } f_0 = \frac{q_1 H^4}{8EJ}, P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu H)^2}. \quad (11)$$

Стискаюча сила на торці стрижня моделювалася рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності:

$$q_2 = \frac{P}{\pi(r_2 + r_1)h}. \quad (12)$$

Рішення розглядуваної задачі отримано при апроксимації поперечного перерізу стрижня сітковою областю 3×11 та утриманні чотирьох членів ряду Фур'є вздовж окружної координати. Застосування алгоритмів (8) та (9) забезпечує отримання достовірних результатів у межах зміни зовнішніх навантажень:

$$P = qP_{cr}, q_1 = qq_1^{\max}, q_1^{\max} = 2.0. \quad (13)$$

Параметр q змінювався в межах $0 \div 0.5$ з кроком 0.1.

На рис. 5 показані графіки, що відображають горизонтальне переміщення верхнього торця стрижня у заданому інтервалі зміни навантажень, які отримані аналітично в роботі [7] і за допомогою запропонованого підходу. Спостерігається добра збіжність результатів.

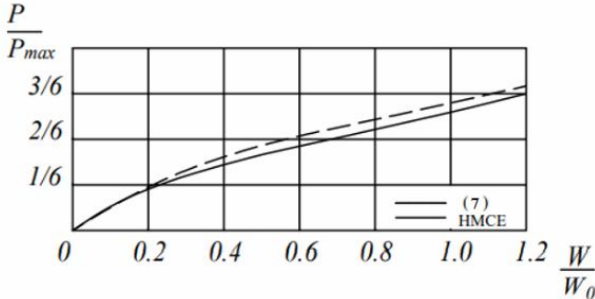


Рис. 5. Крива навантаження/прогин

Дослідження ефективності описаних алгоритмів виконано на модельній задачі про стискання незамкненого кільця рівномірним зовнішнім навантаженням інтенсивності q . Аналітичний розв'язок задачі отримано в роботі [8], який визначає закономірність зміни кільцевих σ_θ напружень по внутрішній та зовнішній граничним поверхням кільця:

$$\sigma_\theta = \frac{qR_0}{h} \left[1 \pm \frac{6\Delta R_0}{h(1 - (q/q_{кр}))} \right], \quad (14)$$

де R_0 – серединний радіус кільця, h – товщина, ΔR_0 – початковий прогин, $q_{кр}$ – критична інтенсивність зовнішнього тиску, при якій відбувається втрата стійкості:

$$q_{кр} = \frac{Eh^3}{4(1-\nu^2)R^3}. \quad (15)$$

Дослідження виконані при наступних параметрах об'єкту: $R = 10h$, $\Delta R_0 = 0.1h$, $\nu = 0$, $E = 4 \times 10^2$ МПа. Інтенсивність зовнішнього тиску змінювалась у межах $0 \div 0.7q_{кр}$.

Розрахункова схема кільця показана на рис. 6. Там же представлені графіки, що відображають зміну окружних напружень по внутрішній та зовнішній поверхнях кільця при збільшенні інтенсивності зовнішнього тиску, отримані за формулою (14) і за допомогою описаних алгоритмів. Для першого та другого алгоритмів крок інтегрування за параметром навантаження приймався $\Delta q = 0.1q_{кр}$, а для третього алгоритму $\Delta q_1 = 0.03333q_{кр}$, $\Delta q_2 = 0.01q_{кр}$.

Результати, отримані на основі алгоритмів (8) та (9), для розглянутої задачі практично співпадають. В той же час, обчислювальні витрати при використанні алгоритму, заснованого на методі додаткових навантажень з постійними амплітудними матрицями жорсткості, значно менші.

Такий стан речей обумовлений скороченням числа ітерацій, необхідних для задоволення рівнянь рівноваги на кроці інтегрування за рахунок кращої обумовленості матриці та скорочення витрат на перерозподіл коефіцієнтів амплітудних підматриць жорсткості в актуальній конфігурації та їх триангуляризації.

Висновки. На основі напіваналітичного методу скінченних елементів представлено ефективний підхід до дослідження процесів геометрично нелінійного деформування просторових тіл обертання зі складною формою та структурою поперечного перерізу.

Розроблений кільцевий скінченний елемент і побудовані на його основі розрахункові співвідношення НМСЕ для геометрично нелінійних

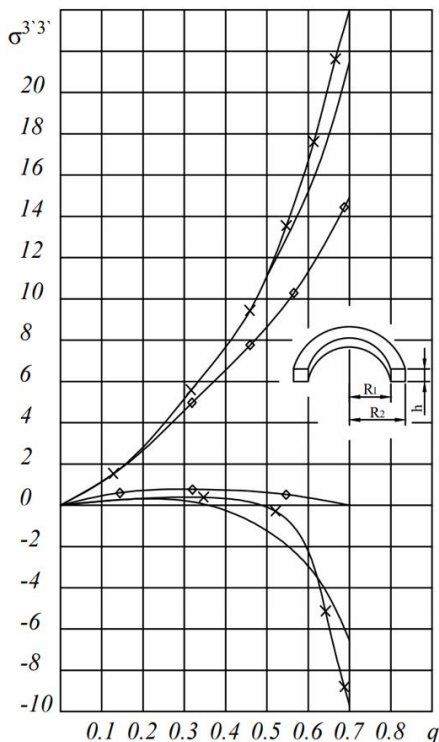


Рис. 6. Стискання незамкненого кільця

задач, показали високу швидкість збіжності результатів до точного. Апробовані алгоритми моделювання геометричної нелінійності при деформуванні масивних і тонкостінних тіл обертання характеризуються достовірністю отримуваних розв'язків і мінімальними чисельними витратами для їх пошуку.

Запропонований підхід реалізовано у вигляді пакета прикладних програм, що орієнтований на сучасні ПЕОМ. Достовірність отриманих результатів і ефективність підходу підтверджені розв'язанням широкого кола контрольних прикладів при різноманітних граничних умовах та зовнішніх навантаженнях.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Солодей І.І., Вабіщевич М.О., Стригун Р.Л.* Постановка еволюційної геометрично нелінійної задачі механіки руйнування для просторових тіл обертання та призматичних тіл // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2018. – Вип. 101. – С. 3–13.
2. *Кислюк В.Н., Сахаров А.С., Соловей Н.А.* Моментна схема методу скінченних елементів у геометрично нелінійних задачах міцності та стійкості оболонок // Проблеми міцності. – 1977. - N 7. – С. 25-33.
3. *Кентін Г., Клауф Р.В.* Скривлений дискретний елемент циліндричної оболонки // Ракетна техніка і космонавтика. – 1968. – N 6. – С. 82-87.
4. *Максим'юк Ю.В., Солодей І.І., Стригун Р.Л.* Вихідні співвідношення нелінійного динамічного формозміння вісесиметричних та плосодеформівних тіл // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2019. – Вип. 102. – С. 252-262.
5. *Солодей І.І., Вабіщевич М.О., Стригун Р.Л.* Скінченноелементні моделі просторових тіл в задачах динаміки з урахуванням великих пластичних деформацій // Управління розвитком складних систем. – 2019. – №39. – С. 87-94.
6. *Стренг Г., Фікс Дж.* Теорія методу скінченних елементів. – М.: Мир, 1977. – 341 с.
7. *Тимошенко С.П.* Пластини та оболонки. – М.-Л.: ОГЗ. Гостехіздат, 1948. – 460 с.
8. *Тимошенко С.П.* Статичні та динамічні проблеми теорії пружності. - Київ: Наук. думка, 1975. – 563 с.
9. *Тимошенко С.П., Войновский-Крігер С.* Пластини та оболонки. -М.: Наука, 1966. –456 с.
10. *Фондер Г.А., Клауф Р.В.* Явне додавання зміщення тіла як жорсткого цілого в криволінійних скінченних елементах //Ракетна техніка та космонавтика.–1973.– N3.– С. 62-72.
11. *Богнер Ф.К., Фокс Р.Л., Шміт Л.А.* Дискретний елемент циліндричної оболонки // AIAA J. -1967. – 5, N 4. – С. 745-750.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Solodei I.I., Vabishchevych M.O., Stryhun R.L.* Postanovka evolyucijnoyi geometrychno nelinijnoyi zadachi mekhaniky rujnuvannya dlya prostorovykh til obertannya ta pryzmatychnykh til (Formulation of the evolutionary geometrically nonlinear problem of fracture mechanics for spatial bodies of rotation and prismatic bodies) // Strength of materials and theory of structures. – 2018. – Issue 101. – P. 3–13.
2. *Kyslookyj V.N., Saxarov A.S., Solovej N.A.* Momentna shema metodu skinchenykh elementiv u geometrychno nelinijnykh zadachah micnosti ta stijkosti obolonok (Moment scheme of the finite element method in geometrically nonlinear problems of strength and stability of shells) // Strength of materials. – 1977. - N 7. – S. 25-33.
3. *Kentin G., Klaufl R.V.* Skryvlenyj dyskretnyj element cylindrychnoyi obolonky (Curved discrete element of a cylindrical shell) // Rocket technology and cosmonautics. - 1968. - N 6. - P. 82-87.
4. *Maksym'yuk Yu.V., Solodei I.I., Stryhun R.L.* Vyhidni spivvidnoshennya nelinijnogo dynamichnogo formozminennya visesymetrychnykh ta ploscodeformivnykh til (Initial relations of nonlinear dynamic deformation of axisymmetric and plane deformation bodies) // Strength

- of materials and theory of structures. – 2019. – Issue 102. - pp. 252-262.
5. Solodei I.I., Vabishchevych M.O., Stryhun R.L. Skinchenno elementni modeli prostorovykh til v zadachah dynamiky z uraxuvanniam velykykh plastychnykh deformacij (Finite element models of spatial bodies in dynamics problems taking into account large plastic deformations) // Management of the development of complex systems. – 2019. – No. 39. - P. 87-94.
 6. Strang, G., Fix, J. Teoriya metodu skinchennykh elementiv (Theory of the Finite Element Method). - M.: Mir, 1977. - 341 p.
 7. Tymoshenko S.P. Plastyny ta obolonky (Plates and shells). - M.-L.: OGIZ. Gostekhizdat, 1948. - 460 p.
 8. Tymoshenko S.P. Statychni ta dynamichni problemy teoriiy pruzhnosti (Static and dynamic problems of the theory of elasticity). - Kyiv: Nauk. dumka, 1975. - 563 p.
 9. Tymoshenko S.P., Voynovsky-Kriger S. Plastyny ta obolonky (Plates and shells). - M.: Nauka, 1966. –456 p.
 10. Funder G.A., Klaufl R.V. Yavne dodavannya zmishhennya tila yak zhorstkogo cilogo v kryvoliniynykh skinchennykh elementah (Explicit addition of displacement of the body as a rigid whole in curvilinear finite elements) // Rocket technology and cosmonautics.–1973.– N3.– P.62-72.
 11. Bogner F.K., Fox R.L., Schmit L.A. Diskretnyy element tsylindrychnoyi obolonky (A Cylindrical Shell Discrete Element) // AIAA J. -1967. – 5, N 4. – P. 745-750.

Стаття надійшла 18.10.2022

Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Стригун Р.Л., Шовківська В.В.

АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ В СХЕМІ НАПІВАНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Розглянуто ефективність використання напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ) для розв'язання геометрично нелінійних задач будівельної механіки для вісе- та циклічно симетричних просторових тіл під дією довільних навантажень на основі базового кільцевого скінченного елемента. Отримано оцінку параметрів раціонального застосування алгоритмів урахування геометричної нелінійності визначеного класу конструкцій.

У процесі чисельного вирішення просторових задач теорії пружності та пластичності при скінченних переміщеннях вибір раціональних алгоритмів розв'язання систем нелінійних рівнянь має принципове значення. Це зумовлено необхідністю визначення координат дискретної моделі в актуальній конфігурації та зміни метричних характеристик скінченних елементів, що, в свою чергу, веде до необхідності багатократного розв'язання систем нелінійних рівнянь високого порядку. Завдяки введенню додаткових гіпотез, що не зменшують точність апроксимації: представлення деформації і напружень в фізичних термінах і у відповідності до моментної схеми скінченного елемента (МССЕ) вдається, з однієї сторони, уникнути трудомісткої процедури чисельного інтегрування по площі поперечного перерізу скінченного елемента, з іншої – зберегти високу ефективність просторової дискретизації. Важливим етапом в реалізації обчислювальних систем для розв'язання просторових задач є вибір оптимальних, з точки зору швидкості збіжності рішень, алгоритмів розв'язання рівнянь рівноваги. Специфіка алгебраїчних рівнянь НМСЕ зумовлена порушенням ортогональності тригонометричних функцій у просторі оператора пружності для тіл зі змінними вздовж направляючої параметрами жорсткості та мас. Явно виділена блокова структура матриці жорсткості стала підставою для використання алгоритмів, що комбінують прямі та ітераційні методи розв'язання. Достовірність отриманих результатів і ефективність підходу підтверджені розв'язанням широкого кола контрольних прикладів при різноманітних граничних умовах та зовнішніх навантаженнях.

Ключові слова: тіла обертання, статичне навантаження, геометрична нелінійність, напіваналітичний метод скінченних елементів, кільцевий скінченний елемент.

Solodei I.I., Kozub Yu.G., Stryhun R.L., Shovkivska V.V.

ALGORITHMS ANALYSIS FOR SOLVING GEOMETRICALLY NONLINEAR MECHANICS PROBLEMS IN THE SCHEME OF THE SEMI-ANALYTICAL FINITE ELEMENT METHOD

The effectiveness of using the semi-analytical finite element method (SAFEM) to research geometrically nonlinear construction mechanics problems for 3D bodies of revolution under the arbitrary loads based on a basic ring finite element is considered. An estimate of the rational application parameters of algorithms for taking into account the geometric nonlinearity of a defined above structures class, which has been obtained.

In the process of numerically solving spatial problems of the theory of elasticity and plasticity with finite displacements, the choice of rational algorithms for solving systems of nonlinear equations is of fundamental importance. It is conditioned by the need of determining the coordinates of the discrete model in the actual configuration and changing the metric characteristics of the finite elements, which, in its turn, leads to the necessity for multiple solutions of systems of nonlinear equations of high order. Due to the introduction of additional hypotheses that do not reduce the accuracy of the approximation: the representation of deformations and stresses in physical terms and in accordance with the moment scheme of the finite element (MSFEM), it is possible, on the one hand, to avoid the time-consuming procedure of numerical integration over the cross-sectional area of the finite element, on the other hand- to maintain a high efficiency of spatial discretization. An important stage in the implementation of computer systems for solving spatial problems is the selection of optimal, from the point of the solution convergence speed and algorithms for solving equilibrium equations. The specificity of the algebraic equations of the SAFEM is conditioned by violation of the trigonometric function orthogonality in the space of the elasticity operator for bodies with variable stiffness and mass parameters along the guide. The clearly defined block structure of the stiffness matrix became the basis for using algorithms combining direct and iterative methods of solving. The reliability of the obtained results and the effectiveness of the approach are confirmed by the solution of a wide range of control examples under various boundary conditions and external loads.

Key words: bodies of revolution, static load, geometric nonlinearity, semi-analytical finite elements method, ring finite element.

УДК 539.3

Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Стригун Р.Л., Шовківська В.В. Аналіз алгоритмів розв'язання геометрично нелінійних задач механіки в схемі напіваналітичного методу скінченних елементів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 109-119.

Розглянуто ефективність використання напіваналітичного методу скінченних елементів для розв'язання геометрично нелінійних задач будівельної механіки для вісе- та циклічно симетричних просторових тіл під дією довільних статичних та динамічних навантажень на основі базового кільцевого скінченного елемента. Отримано оцінку параметрів раціонального застосування алгоритмів урахування геометричної нелінійності визначеного класу конструкцій.

Іл. 6. Бібліогр. 11 назв.

UDC 539.3

Solodei I.I., Kozub Yu.G., Stryhun R.L., Shovkivska V.V. Algorithms analysis for solving geometrically nonlinear mechanics problems in the scheme of the semi-analytical finite element method // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles- K.: KNUBA, 2022. – Issue109. - P. 109-119.

The effectiveness of using the semi-analytical finite element method (SAFEM) to research geometrically nonlinear construction mechanics problems for 3D bodies of revolution under the arbitrary loads based on a basicring finite element is considered. An estimate of the rational application parameters of algorithms for taking into account the geometric nonlinearity of a defined above structures class, which has been obtained.

Fig. 6. Ref. 11.

Автор: доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки СОЛОДЕЙ Іван Іванович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури. СОЛОДЕЙ Іван Іванович

Роб. тел.: +38 (044) 241-55-55

Моб. тел.: +38 (050)357-44-90

E-mail: solodei.ii@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-7638-3085>

Автор: доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедрою фізико-технічних систем та інформатики Державного закладу "Луганський національний університет" Козуб Юрій Гордійович

Адреса робоча: м. Полтава

Моб. тел.: +380506025625

Email: kosub.yg@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-3366-6031>

Автор: кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки СТРИГУН Руслан Леонідович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури. СТРИГУН Руслан Леонідович

Роб. тел.: +38 (044) 241-55-55

Моб. тел.: +38(068)7905651

Email: stryhun.rl@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1174-5310>

Автор: кандидат економічних наук, доцент кафедри економічної теорії, обліку та оподаткування ШОВКІВСЬКА Вікторія Василівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури ШОВКІВСЬКА Вікторія Василівна

Роб. тел.: +38 (044) 242-45-26

Моб. тел.: +38 (066) 460-00-01

Email: shovkivska.vv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2379-0362>

УДК 539.375

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКУ РАМНОГО ВУЗЛА У ПРОГРАМНОМУ ЗАСОБІ IDEA STATICA CONNECTION ТА ЗА НОРМАТИВНИМИ ДОКУМЕНТАМИ

С.О. Пискунов¹,
д-р техн. наук, професор

С.В. Мицюк²,
канд. техн. наук, доцент

В.П. Андрієвський²,
канд. техн. наук, доцент

Д.В. Мицюк³,
керівник групи інженерів-конструкторів

¹ *Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», просп. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056*

² *Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, Україна, 03680*

³ *ТОВ "БЮРО ПРОЕКТІВ", вул. Михайлівська, 18В, м. Київ, Україна, 01001*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.120-128

В статті проведено розрахунок рамного вузла з використанням програмного комплексу IDEA StatiCa та порівняльний аналіз цих результатів із отриманими на основі вимог нормативних документів ДБН та EN.

Ключові слова: компонентний метод скінчених елементів, IDEA StatiCa, рамний вузол, порівняльні розрахунки ДБН та EN.

Вступ. Розвиток сучасного будівництва підвищує вимоги до достовірності і точності визначення напружено-деформованого стану вузлів і деталей проєктованих об'єктів. Дуже часто в будівництві використовуються конструкції різних форм і розмірів: двотаври, фібробетонні оболонки, клеєний брус і т.д. У кожного із них є свої недоліки та переваги як з точки зору архітектурної виразності, так і з точки зору їх розрахунку. При проведенні розрахунку будівлі в цілому, всі стики та з'єднання як правило задаються спрощено. В той же час при розрахунку вузлів примикання частин конструкцій одна до одної повинно приділятися особлива увага, оскільки в залежності від роботи вузла можливе різне розподілення напружено-деформованого стану (НДС). Це є найбільш актуальним при проєктуванні вузлів металевих конструкцій. Дані розрахунки займають найбільше часу безпосередньо при конструюванні вузлів. Якщо вузли однотипні, то на допомогу приходять типові серійні схеми, різноманітні посібники та методичні вказівки [1, 2 та ін.], але у випадку нестандартних вузлів складної форми, процес розрахунку значно ускладнюється і може призвести до значних витрат часу та помилок. Таким чином на сьогодні важко уявити розрахунок

будь-якої конструкції без використання сучасних програмно-обчислювальних комплексів. Розрахункова схема вузла повинна відображати його реальну поведінку в складі конструкції. Моделі матеріалів і окремих компонентів (болтів, зварних швів) також повинні відповідати цьому. Автоматизація такого процесу неможлива без використання єдиних верифікованих моделей для окремих компонентів вузла (болтів, зварних швів, анкерів), достовірність яких підтверджувалася б експериментальними даними. Такий підхід частково відображений в зарубіжній нормативній літературі і називається компонентним методом.

Метою даного дослідження є розрахунок рамного вузла і порівняльний аналіз результатів, отриманих із застосуванням програмного засобу Idea StatiCa Connection, з результатами розрахунків по різним нормативним документам.

Розрахунок в Idea StatiCa виконується за допомогою компонентного методу скінчених елементів. Суть даного методу полягає в тому, що вузол розглядається як сукупність зв'язаних один з одним елементів-компонентів (рис. 1).

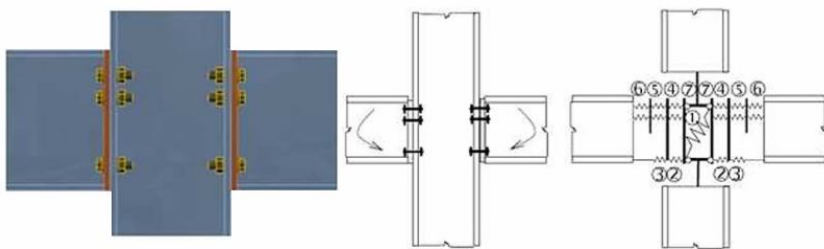


Рис. 1. Рамний вузол і його компонента модель

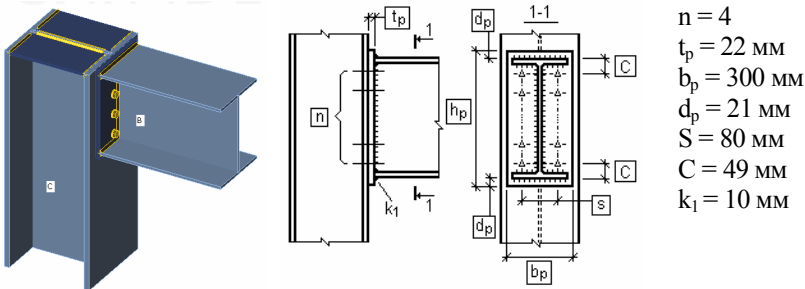
1 - Стінка колони, зсув; 2-стінка колони, стиск; 3-полка балки, стінка балки, стиск;
4 – полка балки, згин; 5-болти, розтяг; 6 – фланець, згин

Кожен компонент перевіряється окремо від інших за відповідними формулами. Кожен із вузлів потрібно створювати заново, проте якщо доповнити процес розрахунку його МСЕ, то це дозволить проводити розрахунки вузлів практично будь-якої конфігурації. Цей підхід був вперше реалізований в Чехії завдяки спільній роботі інститутів Цивільного будівництва в Празі і Технологічного університету в Брно при допомозі компанії IDEA RS. Даний метод отримав назву CBFE (Component Based Finite Element Method), що можна перевести як КМСЕ - компонентний метод скінчених елементів [3], і був реалізований в програмі Idea StatiCa, призначеної саме для розрахунку і перевірки за нормами вузлів сталевих конструкцій. Моделювання болтів та зварних швів в цій програмі описано в [4].

1. Постановка задачі. Розглядуваний об'єкт являє собою вузол сполучення ригеля з колоною і включає сіну рами з перерізом колони (рис. 2) - двугавр 40К3, балка – двугавр 40Ш1, і ребрами жорсткості, товщиною

10 мм. Навантаження - поперечна сила $Q = -60$ кН і згинальний момент $M = 150$ кНм. Болти високоміцні М20 зі сталі 40Х "селект". Товщина фланцевої пластини – 22 мм.

2. Результати розрахунку і їх аналіз. Розрахунок даного вузла в програмі IDEA StatiCa виконаний на основі нормативних документів СП 16.13330.2017 [6] та EN 1993-1-8: Eurocode 3 [7]: Design of steel structures (рис. 3). Отримані результати розрахунку зведені в таблиці 1.



$n = 4$
 $t_p = 22$ мм
 $b_p = 300$ мм
 $d_p = 21$ мм
 $S = 80$ мм
 $C = 49$ мм
 $k_1 = 10$ мм

Рис. 2

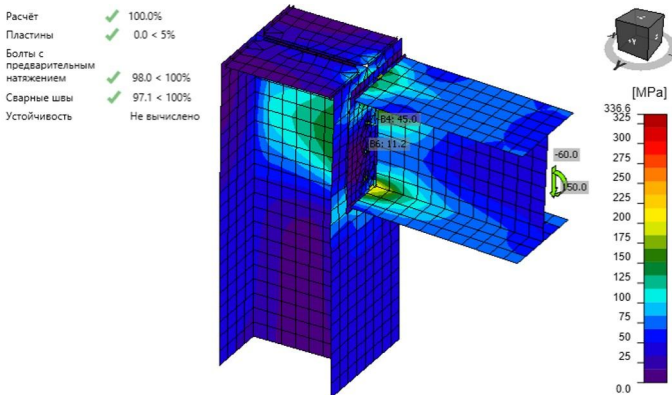


Рис. 3

Розрахунок значень зусиль у високоміцних болтах виконано згідно з розділом 16.3.3 ДБН В.2.6-198-2014 [5] високоміцних болти М20 класу міцності 10.9 і класу точності А мають такі характеристики: $R_{bh} = 0,7 \cdot R_{bun} = 0,70 \cdot 1000 = 840$ МПа, $A_{bn} = 245$ мм² Тоді за формулами пункту 16.3.3. ДБН В.2.6-198-2014 отримаємо

$$Q_{bh} = \frac{R_{bh} A_{bn} \mu_s}{\gamma_h} = \frac{700 \times 245 \times 0.35}{1.17 \times 10^{-3}} = 51.3 \text{ кН},$$

що дещо відрізняється від значення, обчисленому в IDEA StatiCa (із використанням норм СП 16.13330.2017 [6], рис. 5).

Таблиця 1

Перевірка	Коефіцієнт використання, методика нормативних документами		Коефіцієнт використання, IDEA StatiCa	
	СП 16.13330.2011	ДБН В.2.6-198:2014	СП 16.13330.2011	EN 1993-1-8: Eurocode 3:
Міцність фланця при згині з урахуванням ослаблення отворами (ригель)	0.458	0.431	0.458	0.431
Міцність зварного з'єднання ригеля з фланцем (ригель)	0.42	0.42	0.68	0.58
Міцність болтового з'єднання фланця з полицею колони (ригель)	0.733	0.718	0.98	0.98

Расчёт Пластины **Преднапряжённые болты** Сварные швы

Проверка преднапряжённых болтов для наилучшего нагружения

	Статус	Элемент	Нагрузки	Nt [kN]	Ns [kN]	Nbf [kN]	Uts [%]	Конструирование
> +	✓	B1	LE1	163,1	0,0	4,1	0,0	✓
+ +	✓	B2	LE1	163,2	0,0	4,1	0,0	✓
+ +	✓	B3	LE1	61,4	8,0	31,5	25,3	✓
+ +	✓	B4	LE1	62,8	7,8	31,1	25,1	✓
+ +	✓	B5	LE1	15,0	18,0	44,0	40,9	✓
+ +	✓	B6	LE1	15,0	18,1	44,0	41,2	✓
-	✓	B7	LE1	0,0	47,1	48,0	98,0	✓

Проверка на проскальзывание (SP16 - Cl.12.3)

$$N_{bf} = Q_{bh} \cdot \gamma_b \cdot \gamma_c = 48,0 \text{ kN} \geq N_s = 47,1 \text{ kN}$$

Где:

$Q_{bh} = 53,4 \text{ kN}$ – расчётное усилие, которое может быть воспринято каждой пл

- $Q_{bh} = \frac{R_{bh} \cdot A_{bh} \cdot \mu}{\gamma_s}$, где:
 - $R_{bh} = 0,7 \cdot R_{b,lim} = 728,0 \text{ MPa}$ – расчётное сопротивление раст
 - $R_{b,lim} = 1040,0 \text{ MPa}$ – нормативное временное сопротивление ст

+ +	✓	B8	LE1	0,0	47,1	48,0	98,1	✓
-----	---	----	-----	-----	------	------	------	---

Расчётные данные

Класс	R _b [kN]	μ
> M20 10.9 A - 1	178,4	0,35

Значення допустимих зусиль в болтах в порівнянні із ручним розрахунком по ДБН В.2.6-198-2014 [5] та із розрахунком в програмному комплексі IDEA StatiCa (із використанням норм СП 16.13330.2017 [6]) складають 51,3 кН та 53,4 кН відповідно. Різниця в відсотках складає 3,9%.

Розрахунок значень зусиль в високоміцних болтах виконано згідно з розділом 14.3.3 СП 16.13330.2017 [6] високоміцні болти М20 класу міцності 10.9 і класу точності А мають такі характеристики: $R_{bh} = 0,7 \cdot R_{bun} = 0,70 \cdot 1040 = 728$ МПа, $A_{bn} = 245$ мм². Тоді за формулами п. 16.3.3. ДБН В.2.6-198-2014 [5] отримаємо

$$Q_{bh} = \frac{R_{bh} A_{bh} \mu_s}{\gamma_h} = \frac{728 \times 245 \times 0,35}{1,17 \times 10^{-3}} = 53,36 \text{ кН},$$

що повністю відповідає значенню, обчисленому в IDEA StatiCa (із використанням норм EN [7], рис. 6).

Расчёт		Пластины		Болты с предварительным натяжением		Сварные швы				
Проверка преднапряжённых болтов для наихудшего нагружения										
	Статус	Элемент	Класс	Нагрузки	Ft [кН]	V [кН]	Bp,Rd [кН]	Fs,Rd [кН]	Utt [%]	Uts [%]
>	+	✓	B1	M20 10.9 - 1 LE1	161,6	11,6	544,8	12,6	91,6	91,7
	+	✓	B2	M20 10.9 - 1 LE1	161,6	11,6	544,8	12,6	91,6	91,7
	+	✓	B3	M20 10.9 - 1 LE1	63,3	5,7	544,8	36,2	35,9	15,6
	+	✓	B4	M20 10.9 - 1 LE1	63,4	5,7	544,8	36,1	36,0	15,8
	+	✓	B5	M20 10.9 - 1 LE1	15,0	19,7	544,8	47,7	8,5	41,2
	+	✓	B6	M20 10.9 - 1 LE1	15,0	19,6	544,8	47,7	8,5	41,0
	-	✓	B7	M20 10.9 - 1 LE1	0,0	47,1	544,8	51,3	0,0	91,8
<p>Проверка на срез (EN 1993-1-8 3.9.1)</p> $F_{s,Rd} = \frac{k_s n \mu}{\gamma_{M2}} F_{p,C} = 51,3 \text{ кН} \geq V = 47,1 \text{ кН}$ <p>где:</p> <ul style="list-style-type: none"> $k_s = 1,00$ – Приведены в таблице 3.6 $n = 1$ – Кол-во поверхностей трения $\mu = 0,35$ – Коэффициент трения 										
	+	✓	B8	M20 10.9 - 1 LE1	0,0	47,1	544,8	51,3	0,0	91,8

Расчётные данные

	Класс	Ft,Rd [кН]	μ
>	M20 10.9 - 1	176,4	0,35

Рис. 6

Таким чином значення допустимих зусиль в болтах в порівнянні із ручним розрахунком по СП 16.13330.2017 [6] та із розрахунком в програмному

комплексі IDEA StatiCa (із використанням норм СП 16.13330.2017) складають 53,36 кН та 53,4 кН відповідно - результати практично співпадають між собою.

Значення допустимих зусиль в болтах в порівнянні із ручним розрахунком по ДБН В.2.6-198-2014 [5] та із розрахунком в програмному комплексі IDEA StatiCa (із використанням норм EN 1993-1-8: Eurocode 3: Design of steel structures [7]) є однаковими і складають 51,3 кН, що свідчить про повне співпадіння.

Окрім зрізуючих і розтягуючих зусиль в результатах розрахунку наводяться коефіцієнти використання окремих компонентів відповідно до обраних нормами - болтів, зварних швів і т.д. Створення, розрахунок вузла і виведення результатів займає всього декілька хвилин. Перевірка зварних швів виконується в двох перетинах - металу шва і металу межі сплаву.

Висновок. Отримані результати розрахунку свідчать, що використання компонентного методу скінчених елементів в програмному комплексі IDEA StatiCa дозволяє отримати досить точні результати, та розраховувати нестандартні вузли складної форми при значній економії часу на їх розрахунок.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Металеві конструкції: Підручник / Під загальною редакцією. В.О. Пермякова та О.В. Шимановського. – К.: Видавництво «Сталь», 2008. – 812 с.
2. *Клименко Ф.С.*, Барабаш В.М., Стороженко Л.І. Металеві конструкції. – Львів: Видавництво «Світ», 2002. – 312 с.
3. *Насырова И.Ю.* Компонентный метод конечных элементов в BIM проектировании на примере программы Idea StatiCa / И.Ю. Насырова, Р.В. Бароев, Г.М. Бажин//Молодёжные инновации; Электронный ресурс: сборник материалов семинара молодых учёных XXII Международной научной конференции «Строительство – формирование среды жизнедеятельности» (г. Ташкент, 18–21 апреля 2019 г.) - С.464.
4. *Wald F.* Component based Finite Element Design of Seismically Qualified Joints / M Vild2, M Kuřiková1, M Kožich1 and J Kabeláč2 F Wald1, M Vild2, M Kuřiková1, M Kožich and J Kabeláč//Published under licence by IOP Publishing Ltd. Journal of Physics: Conference Series, Volume 1425, Modelling and Methods of Structural Analysis 13–15 November 2019, Moscow, Russian Federation Citation F Wald et al 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1425 012002.
5. ДБН В.2.6-198:2014 Сталеві конструкції. Норми проектування.
6. СП 16.13330.2011 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81* (с Изменением N 1).
7. EN 1993-1-8: Eurocode 3: Design of steel structures.

REFERENCES

1. *Metalevi konstruktsii: Pidruchnyk (Metal constructions: Textbook) / Under general editorship. V.O. Permyakova and O.V. Szymanovskoho. - K.: Vidavnitstvo "Stal", 2008. - 812 p.*
2. *Klymenko F.E., Barabash V.M., Storozhenko L.I. Metalevi konstruktsii (Metal structures). - Lviv: Publishing House "Svit", 2002. - 312 p*
3. *Nasyrova I.Yu. Komponentnyi metod konechnykh elementov v BIM proektyrovanii na prymerе prohrammy Idea StatiCa (Component finite element method in bim design on the example of the program Idea StatiCa) / I.Yu. Nasyrova, R.V. Baroev, G.M. Bazhin // Youth innovations; Electronic resource: collection of materials of the seminar of young scientists of the XXII International scientific conference "Construction - the formation of the living environment" (Tashkent, April 18-21, 2019) - P.464.*

4. Wald F. Component based Finite Element Design of Seismically Qualified Joints / M Vild2, M Kuřiková1, M Kořich1 and J Kabeláč2 F Wald1, M Vild2, M Kuřiková1, M Kořich and J Kabeláč//Published under licence by IOP Publishing Ltd Journal of Physics: Conference Series, Volume 1425, Modelling and Methods of Structural Analysis 13–15 November 2019, Moscow, Russian Federation Citation F Wald et al 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1425 012002
5. DBN V.2.6-198: 2014 Steel structures. Design standards.
6. SP 16.13330.2011 Stalnye konstruksii. Aktualyzyrovannaia redaktsiia SNIiP II-23-81* (s Yzmenenyem N 1). (Steel structures. Updated edition of SNIiP II-23-81* (with Amendment No. 1)).
7. EN 1993-1-8: Eurocode 3: Design of steel structures.

Стаття надійшла 05.08.2022

Пискунов С.О., Мицюк С.В., Андрієвський В.П., Мицюк Д.В.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКУ РАМНОГО ВУЗЛА У ПРОГРАМНОМУ ЗАСОБІ IDEA STATICA CONNECTION ТА ЗА МЕТОДИКАМИ НОРМАТИВНИХ ДОКУМЕНТІВ

Розвиток сучасного будівництва підвищує вимоги до достовірності і точності визначення напружено-деформованого стану (НДС) конструкцій, вузлів і деталей проєктованих об'єктів. При цьому сьогодні важко уявити розрахунок будь-якої конструкції без використання сучасних програмно-обчислювальних комплексів. Проводячи розрахунок будівлі в цілому, всі стики, примикання та з'єднання, як правило, задаються спрощено. В той же час, розрахунок вузлів примикань конструкцій одна до одної потрібно приділяти особливу увагу, оскільки, в залежності від умов роботи вузла, можливе різне розподілення НДС, що в свою чергу впливає на геометричні характеристики та роботу конструкцій. Таким чином, розрахункова схема вузла має відобразити його реальну поведінку в складі конструкції, що в свою чергу, може призвести до ускладнення створення моделі, значних витрат часу та помилок в розрахунках. Моделі матеріалів і окремих компонентів (болтів, зварних швів) також повинні максимально відповідати реальним. Цей процес є найбільш актуальним при проєктуванні вузлів металевих конструкцій. Проєктування типових вузлів виконується із використанням серійних рішень, типових методик і посібників, але у випадку нестандартних вузлів складної форми доцільним є використання відображеного в зарубіжній літературі компонентного методу скінченних елементів. Цей підхід реалізовано в програмному комплексі Idea StatiCa. Модель, що виконана в даній програмі, дає сучасному інженеру достатню кількість інформації про поведінку вузла, його напружено-деформований стан і коефіцієнти використання окремих компонентів, а також про результати спільних перевірок. Отримані результати при розрахунку рамного вузла з використанням цього комплексу було порівняно розрахунками, виконаними вручну по методикам різних нормативних документів.

Ключові слова: компонентний метод скінченних елементів, IDEA StatiCa, рамний вузол, порівняльні розрахунки ДБН та EN.

Pyskunov S.O., Mitsyuk S.V., Andriievskiy V.P., Mitsyuk D.V.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE RESULTS OF FRAME NODE CALCULATION IN IDEA STATICA CONNECTION SOFTWARE AND BY METHODS OF REGULATORY DOCUMENTS

The development of modern construction increases the requirements for the reliability and accuracy of determining the stress-strain state of structures, nodes and details of designed objects. At the same time, today it is difficult to imagine the calculation of any structure without the use of modern software. When calculating the building as a whole, all joints, abutments and connections, as a rule, are specified in a simplified manner. At the same time, the special attention should be paid to the calculation of nodes connecting structures to each other, since, depending on the operating conditions of the node, a different distribution of the stress-strain state is possible, which in turn affects the geometric characteristics and operation of the structures. Thus, the calculation scheme of the node should reflect its real behavior as part of the structure, which, in turn, can lead to the complication of model creation, significant time costs and errors in calculations. Models of materials and individual components (bolts, welds) should also match the real ones as much as possible. This process is most relevant in the design of nodes of metal structures. The design of typical nodes is carried out using serial solutions, standard methods and manuals, but in the case of non-standard nodes of a complex shape, it is advisable to use the component method of finite

elements reflected in foreign literature. This approach is implemented in the Idea StatiCa software complex. The model made in this program gives the modern engineer a sufficient amount of information about the behavior of the unit, its stress-strain state and the coefficients of use of individual components, as well as about the results of joint inspections. The results obtained during the calculation of the frame unit using this complex were compared with the calculations performed manually according to the methods of various regulatory documents.

Key words: component finite element method, IDEA StatiCa, frame assembly, comparative calculations of DBN and EN.

Пискунов С.О., Мицюк С.В., Андрієвський В.П., Мицюк Д.В.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА РАМНОГО УЗЛА В ПРОГРАММНОМ СРЕДСТВЕ IDEA STATICA CONNECTION И ПО МЕТОДИКАМ НОРМАТИВНЫХ ДОКУМЕНТОВ

Развитие современного строительства повышает требования к достоверности и точности определения напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций, узлов и деталей проектируемых объектов. При этом сегодня сложно представить расчет любой конструкции без использования современных программно-вычислительных комплексов. Проводя расчет здания в целом, все стыки, примыкания и соединения, как правило, задаются упрощенно. Вместе с тем, расчету узлов примыканий конструкций друг к другу нужно уделять особое внимание, поскольку, в зависимости от условий работы узла, возможно разное распределение НДС, что в свою очередь влияет на геометрические характеристики и работу конструкций. Таким образом, расчетная схема узла должна отражать его реальное поведение в составе конструкции, что в свою очередь может привести к усложнению создания модели, значительным затратам времени и ошибкам в расчетах. Модели материалов и отдельных компонентов (болтов, сварных швов) также должны максимально соответствовать реальным. Этот процесс наиболее актуален при проектировании узлов металлических конструкций. Проектирование типовых узлов выполняется с использованием серийных решений, типовых методик и пособий, но в случае нестандартных узлов сложной формы целесообразно использование отраженного в зарубежной литературе компонентного метода конечных элементов. Этот подход реализован в программном комплексе Idea StatiCa. Модель, выполненная в данной программе, дает современному инженеру достаточное количество информации о поведении узла, его напряженно-деформированном состоянии и коэффициентах использования отдельных компонентов, а также о результатах совместных проверок. Полученные результаты при расчете рамного узла с использованием этого комплекса были сравнительно расчетами, выполненными вручную по методикам различных нормативных документов.

Ключевые слова: компонентный метод конечных элементов, IDEA StatiCa, рамный узел, сравнительные расчеты ДБН и EN.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Мицюк С.В., Андрієвський В.П., Мицюк Д.В. **Порівняльний аналіз результатів розрахунку рамного вузла у програмному засобі IDEA STATICA CONNECTION та за методиками нормативних документів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 120-128.**

У статті проведений розрахунок рамного вузла з використанням програмного комплексу IDEA StatiCa і порівняльний аналіз результатів з отриманими за методиками різних нормативних документів.

Табл. 1. Рис. 6. Бібліогр. 7 назв.

UDC 539.3

Pyskunov S.O., Mitsyuk S.V., Andriievskiy V.P., Mitsyuk D.V. **Comparative analysis of the results of the calculation of the frame node in the IDEA STATICA CONNECTION software and according to the methods of normative documents // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 120-128.**

In the article, the calculation of the frame node using the IDEA StatiCa software complex and the comparative analysis of the results with the methods obtained by various regulatory documents is carried out.

Table 1. Fig. 6. Ref. 7.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Мицюк С.В., Андрієвський В.П., Мицюк Д.В. Сравнительный анализ результатов расчета рамного узла в программном средстве IDEA STATICA CONNECTION и методик нормативных документов // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 109. – С. 120-128.

В статье проведен расчет рамного узла с использованием программного комплекса IDEA StatiCa и сравнительный анализ результатов с полученными по методикам различных нормативных документов.

Табл. 1. Рис. 6. Библиогр. 5 назв.

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедрою динаміки і міцності машин та опору матеріалів Національного технічного університету «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» Пискунов Сергій Олегович

Адреса робоча: 03056 Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Пискунов Сергій Олегович

Роб. тел.: +38(044) 241-5555

E-mail: s_piskunov@ua.fm

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-3987-0583>

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА Мицюк Сергій Вікторович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, Мицюк Сергій Вікторович

Роб. тел.: +38(044) 241-5555

E-mail: serewka@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-6481-4036>

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА Андрієвський Віктор Петрович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, Андрієвський Віктор Петрович

Роб. тел.: +38(044) 241-55-38

E-mail: vandriievskiy@hotmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6172-8797>

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): керівник групи інженерів конструкторів Мицюк Дмитро Вікторович

Адреса робоча: 01001 Україна, м. Київ, Шевченківський район, вул. Михайлівська, будинок 18В, ТОВ "БЮРО ПРОЕКТІВ" Мицюк Дмитро Вікторович

Роб. тел.: +38(044) 235-1333

E-mail: mytsiuk.d.v@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-3583-8052>

УДК 539.3

**НЕЛІНІЙНИЙ ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ОБОЛОНКИ РЕЗЕРВУАРА
ЗІ ЗМОДЕЛЬОВАНИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ ФОРМИ****О.О. Лук'яченко,**
д-р техн. наук**О.В. Герашенко,**
канд. техн. наук**О.М. Палій,**
канд. техн. наук*Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.129-140

Виконано нелінійний динамічний аналіз недосконалої оболонки резервуару зі змінною товщиною стінки при дії поверхневого тиску. Недосконалість форми оболонки змодельовано у вигляді нижчої форми втрати статичної стійкості. Досліджено вплив амплітуди змодельованих недосконалостей на напружено-деформований стан оболонки в різних діапазонах часу дії збурення, умовно критичні значення динамічного навантаження та відповідні форми деформування оболонки.

Ключові слова: оболонка резервуара, модель недосконалості форми, метод скінченних елементів, нелінійний динамічний аналіз.

Вступ. Проблема надійності оболонкових конструкцій потребує розвитку та створення нових ефективних підходів з використанням обчислювальних комплексів, які би дозволили забезпечити безаварійну експлуатацію оболонок. Відомо, що значну роль у проблемі безаварійної експлуатації реальних оболонок відіграють початкові недосконалості [1-23].

У сучасних дослідженнях широко застосовуються програмні комплекси скінченно-елементного аналізу LIRA, SCAD, ANSYS, NASTRAN [4-6, 12, 24], обчислювальні процедури яких базуються на методах математичної фізики, будівельної механіки та механіки твердого деформованого тіла. Обчислювальні комплекси мають розвинені сервісні можливості, які дозволяють реальні або змодельовані початкові недосконалості оболонок вводити безпосередньо в геометричні параметри їх серединної поверхні та виконувати складні обчислювальні розрахунки з достатньою точністю. Але залишається невирішеним питання – яка модель геометричних недосконалостей оболонок є найнебезпечнішою при дії динамічних навантажень.

Попередні дослідження пружних оболонок зі змодельованими геометричними недосконалостями форми авторами виконані за допомогою програмного комплексу NASTRAN [13, 15, 21]. Доведено, що при статичних навантаженнях вибір найнебезпечнішої моделі недосконалості форми залежить від геометричних параметрів оболонки та виду навантаження. Вона може бути у вигляді нижчої форми втрати

стійкості, форми деформування в граничному докритичному стані або при дії експлуатаційного навантаження. Питання виявлення найнебезпечнішої моделі недосконалості форми є важливим для забезпечення безаварійної експлуатації оболонкових конструкцій різного призначення. Наприклад, проектна надійність оболонки, яка визначається за допомогою ймовірнісного підходу Болотіна, вимагає оцінити вплив амплітуди моделі початкової недосконалості оболонки на критичні значення навантаження, тобто на її стійкість [12, 15].

Огляд літератури показав, що в даний час динамічна поведінка тонких оболонок зі змодельованими недосконалостями форми досліджена недостатньо. Залишається невирішеною проблема в області побудови динамічних математичних моделей пружних оболонкових систем з недосконалостями форми. Відсутня порівняльна оцінка впливу різних моделей та амплітуд геометричних недосконалостей на динамічні характеристики і напружено-деформований стан оболонок. Недостатньо досліджена реакція і стійкість оболонкових конструкцій з недосконалостями форми від дії динамічних навантажень з використанням теорії і методів нелінійної динаміки, які реалізовано в сучасних обчислювальних комплексах.

1. Моделювання недосконалостей форми оболонки резервуара при дії поверхневого тиску. У статті розглянута циліндрична оболонка нафтоналивного резервуара зі середнім радіусом $R=19,978$ м, висотою $H=17,88$ м, товщиною стінки, яка змінюється через кожні 1,49 м по висоті $h = [15,98; 14,75; 13,83; 11,66; 10,53; 9,33; 9,06; 7,86; 7,7; 7,83; 7,63; 7,83]$ мм. Стінка оболонки виготовлена зі сталі з механічними характеристиками: $E=2,06 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu=0,3$ і $\rho=7800$ кг/м³. Накладені обмеження на радіальні і тангенціальні переміщення вузлів верхньої кромки оболонки, вузли нижньої кромки жорстко закріплені.

Скінченно-елементна модель оболонки побудована в програмному комплексі NASTRAN [24]. Стінка оболонки представлена у вигляді сукупності трикутних плоских скінченних елементів з шістьма ступенями вільності у вузлі. Модель оболонки містить 4200 вузлів та 8064 елементів (рис. 1 (а)).

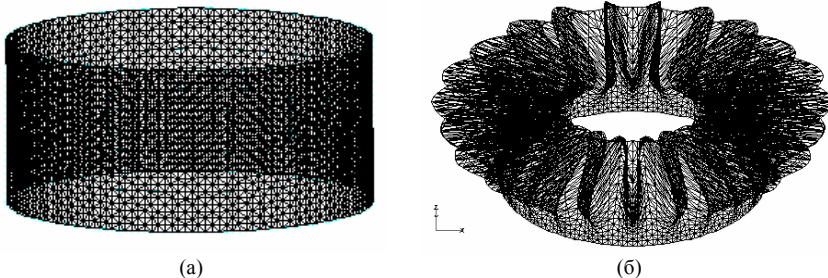


Рис. 1. Скінченно-елементна модель оболонки з ідеальною поверхнею (а) і моделювання недосконалості форми її стінки (б)

У попередніх дослідженнях власних коливань циліндричних оболонок авторами, за модель недосконалості форми, приймалася у вигляді нижчої форми їх власних коливань. Але не доведено, що вплив такої моделі недосконалості на динамічні характеристики і поведінку оболонок зі змінною товщиною є найбільш небезпечний. Тому, для порівняння, автори недосконалість стінки оболонки резервуара представили у вигляді нижчої форми втрати стійкості оболонки від статичної дії поверхневого тиску (рис. 1 (б)). Вона отримана методом Ланцоша в лінійній постановці (*Buckling*).

У коловому напрямку спостерігаються 23 півхвилі та одна півхвиля – вздовж твірної оболонки. Критичне значення поверхневого тиску складо $q_{cr}^{st} = 1257,4$ Па.

За допомогою спеціально розробленої авторами програми, яка адаптована до програмного комплексу NASTRAN [24], компоненти вектора форми втрати стійкості (рис. 1 (б)) із заданою амплітудою додавалися до відповідних координат серединної поверхні досконалої оболонки (рис. 1 (а)). Амплітуда недосконалості форми оболонки задана рівною $\delta = [0, 1; 0,4; 1; 1,5; 2] h$, де $h = 7,63$ мм – мінімальна товщина стінки.

2. Вплив змодельованих недосконалостей форми оболонки на частоти і форми власних коливань. Частоти і форми власних коливань оболонки резервуару отримано за допомогою розв'язання задачі на власні значення (*Normal Modes*) за методом Ланцоша. У табл. 1 наведено значення частот (Гц) і відповідна кількість півхвиль у радіальному напрямку за відповідними формами власних коливань оболонки без і з недосконалостями форми різної амплітуди.

Таблиця 1

Частоти власних коливань оболонки резервуара без і зі змодельованими недосконалостями форми

Номер частоти	Амплітуда недосконалості форми δ/h ($h = 7,63$ мм – мінімальна товщина стінки оболонки)					
	0	0,1	0,4	1	1,5	2
1	<u>3,115695</u>	<u>3,115136</u> 19	<u>3,112902</u> 19*	<u>3,099910</u> 19*	<u>3,080148</u> 19*	<u>3,068971</u> 19*
2	19	<u>3,115161</u> 19	<u>3,112934</u> 19*	<u>3,100034</u> 19*	<u>3,080284</u> 19*	<u>3,069259</u> 19*
3	<u>3,138359</u>	<u>3,137818</u> 20	<u>3,135654</u> 20*	<u>3,122968</u> 20*	<u>3,103423</u> 20*	<u>3,092417</u> 20*
4	20	<u>3,137869</u> 20	<u>3,135688</u> 20*	<u>3,123015</u> 20*	<u>3,103522</u> 20*	<u>3,092451</u> 20*
5	<u>3,146885</u>	<u>3,146294</u> 18	<u>3,143932</u> 18*	<u>3,130142</u> 18*	<u>3,109226</u> 18*	<u>3,097505</u> 18*

Частота власних коливань оболонки, Гц
Кількість півхвиль в радіальному напрямку,
* – Хвилі різної амплітуди.

З табл. 1 видно, що змодельовані недосконалості форми оболонки мало впливають на частоти власних коливань і зменшують їх значення максимально на 1,6%. Форми власних коливань досконалої та недосконалої оболонки мають регулярні деформації у коловому напрямку і однакову кількість півхвиль (табл. 1, рис. 2). Але в оболонці з ідеальною поверхнею та зі змодельованими недосконалостями амплітудою $\delta=0,1h$, кожна форма власних коливань має хвилі однакової амплітуди, в інших випадках, коли $\delta=[0,4; 1; 1,5; 2]h$, кожна форма має неоднакові амплітуди хвиль (рис. 2). Вздовж твірної форми власних коливань оболонки з ідеальною поверхнею і зі змодельованими недосконалостями у всіх випадках спостерігається одна півхвиля.

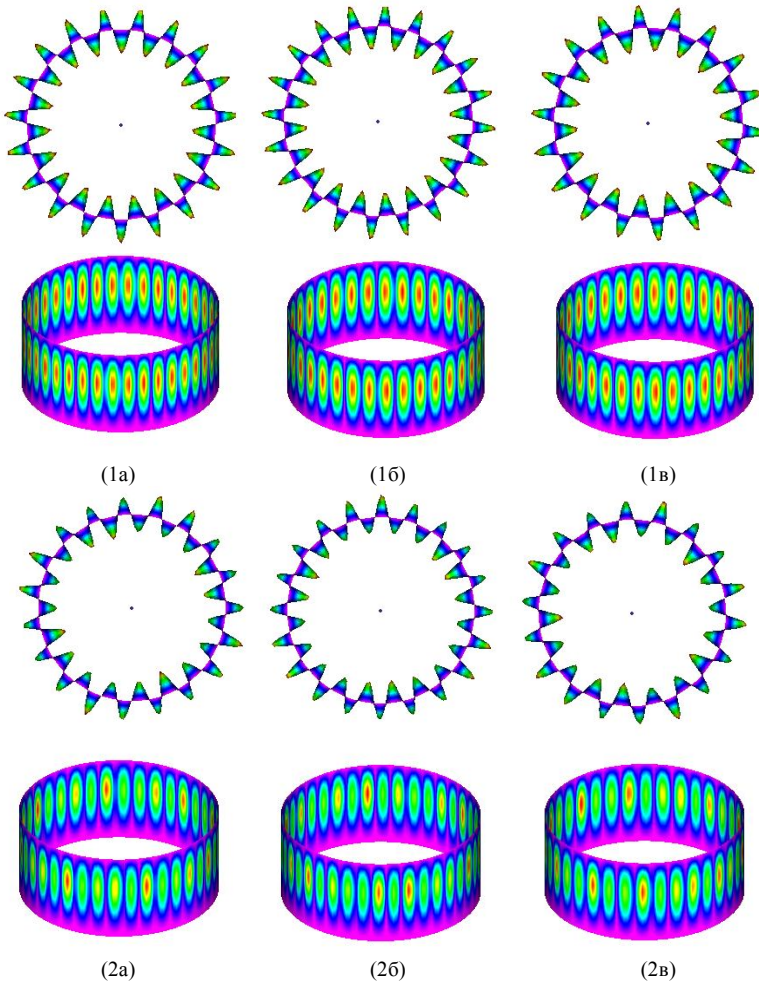


Рис. 2. Перша (а), третя (б), п'ята (в) форми власних коливань оболонки з недосконалостями форми: $\delta=0,1h$ (1) і $\delta=2h$ (2)

3. Динамічний аналіз напружено-деформованого стану оболонки резервуару зі змодельованими недосконаlostями форми при дії поверхневого тиску. Виконано нелінійний динамічний аналіз оболонки резервуара з недосконаlostями форми від дії поверхневого тиску за допомогою методу Н'юмарка (*Nonlinear Direct Transient*), який реалізовано в програмному комплексі NASTRAN [24]. Збурення задано у вигляді поверхневого тиску, який діє на всі елементи стінки оболонки впродовж заданого часу $q(t) = q_0 t$ (Па). Амплітуда збурення

$q_0 = q_{cr}^{st} = 1257,4$ Па, тривалість дії збурення від $t=0$ до $t=2$ с, крок інтегрування $\Delta t = 0,01$ с, коефіцієнт конструкційного демпфірування $G = 0,01$ задано однаковими для всіх постановок нелінійної задачі динаміки з урахуванням малих деформацій.

Результати дослідження впливу збурення, значення якого залежить від часу його дії на сумарні вузлові переміщення моделі оболонки (*Total Translation*) з різною амплітудою недосконаlostі δ , представлено на рис. 3. Розглядався вузол, у якому спостерігалися максимальні значення сумарних переміщень.

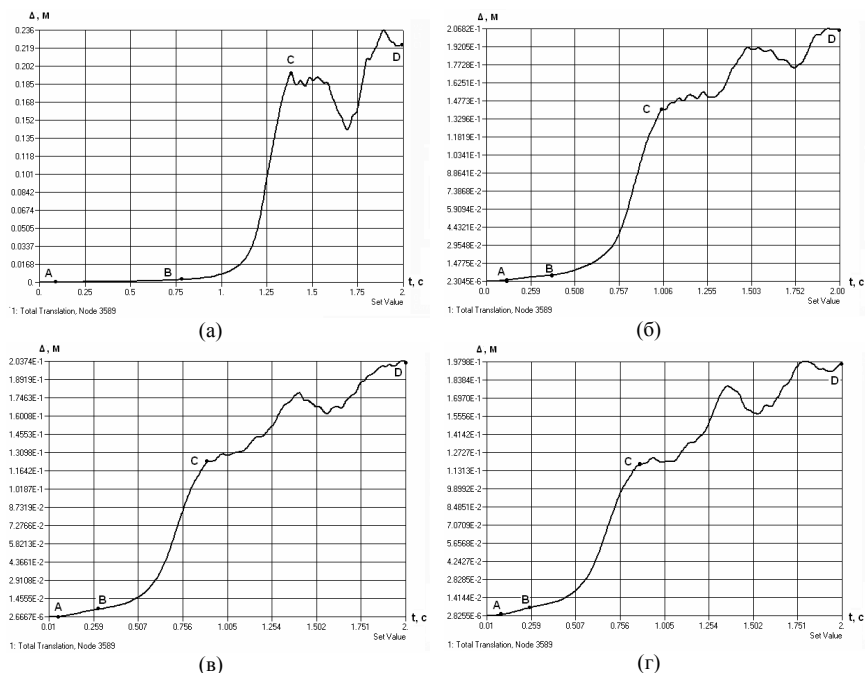


Рис. 3. Залежність сумарних переміщень оболонки зі змодельованими недосконаlostями: $\delta = [0, 1(a); 1(б); 1,5(в); 2(г)]h$ від часу дії збурення

Як приклад, на рис. 4 представлено форми деформування оболонки з амплітудою недосконалості $\delta=2h$ у трьох діапазонах часу дії збурення.

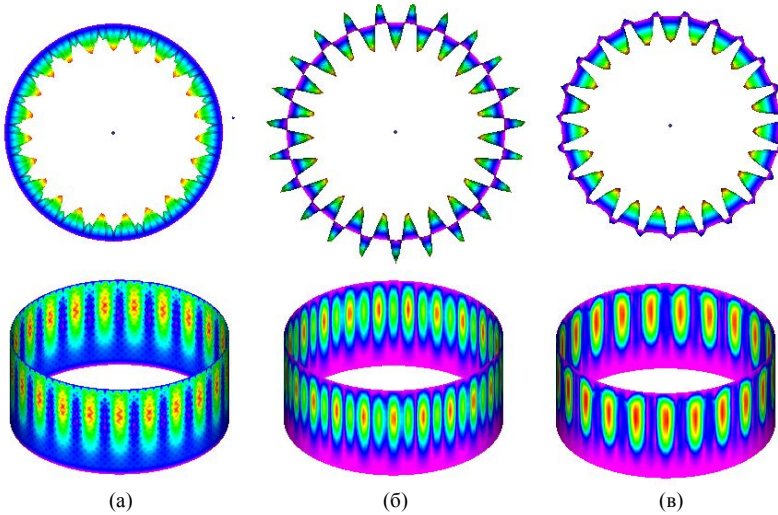


Рис. 4. Форми деформування недосконалої оболонки в різних діапазонах часу дії збурення: 0A(a); AB(б); CD(в)

Результати дослідження показали, що форми деформування оболонки резервуара мають 23 піки в коловому напрямку, не залежать від значення амплітуди недосконалості δ , а залежать від того, в якому часовому діапазоні діє збурення (рис. 4). В діапазоні часу дії збурення АВ (рис. 3) спостерігаються регулярні півхвилі, що мають місце при втраті статичної стійкості досконалої оболонки (*Buckling*), форма якої прийнята в якості моделі недосконалості (рис.1 (б)). В діапазоні ВС форма деформування оболонки змінюється від виду оболонки, наведеного на рис. 4 (б) до виду – на рис. 4 (в). В діапазоні часу дії збурення CD форма деформування оболонки співпадає з формою деформування даної оболонки в граничному стані, яка отримана за допомогою розв'язання нелінійної задачі статички (*Nonlinear Static*).

Досліджено вплив амплітуди недосконалості оболонки резервуара δ на час дії збурення в точках В і С (рис. 2), відповідні максимальні сумарні вузлові переміщення (*Total Translation*) та максимальні еквівалентні напруження (*Plate Top VonMises Stress*) в елементах моделі недосконалої оболонки. Результати досліджень наведено в табл. 2.

Значення збурення $q(t)$ в моменти часу його дії t_B і t_C визначаються за формулами

$$q_B(t) = q_0 t_B, \quad q_C(t) = q_0 t_C, \quad \text{де } q_0 = q_{cr}^{st} = 1257,4 \text{ Па.}$$

На рис. 5 представлена залежність збурення $q(t)$ (Па) в діапазоні різкої зміни сумарних вузлових переміщень оболонки (ВС) від відносної

амплітуди недосконалості її форми δ/h , де $h=7,63$ мм – мінімальна товщина стінки.

Таблиця 2

Вплив недосконалості форми на характеристики, що описують динамічний стан оболонки.

Характеристики динамічного стану оболонки	Максимальна амплітуда недосконалості форми δ/h ($h = 7,63$ мм – мінімальна товщина стінки оболонки)				
	0,1	0,4	1	1,5	2
Діапазон збурення $[t_B/t_C]$, с	<u>0,7638</u> 1,3762	<u>0,4813</u> 1,2113	<u>0,3860</u> 1,0012	<u>0,2651</u> 0,9053	<u>0,2475</u> 0,7971
Амплітуда коливань $[\Delta_B/\Delta_C]$, м	<u>0,0023</u> 0,1939	<u>0,0029</u> 0,1736	<u>0,0052</u> 0,1426	<u>0,0054</u> 0,1267	<u>0,0063</u> 0,1082
Екв. напруження $[\sigma_B/\sigma_C]$, МПа	<u>4,1832</u> 218,51	<u>4,3744</u> 189,83	<u>5,5264</u> 156,99	<u>6,0002</u> 119,41	<u>6,4355</u> 96,961

Видно, що зі збільшенням амплітуди недосконалості оболонки значення збурення в точках В і С зменшується. Динамічне навантаження в точці С, яке прийнято за умовно критичне значення, при $\delta/h=2$ зменшується на 42%.

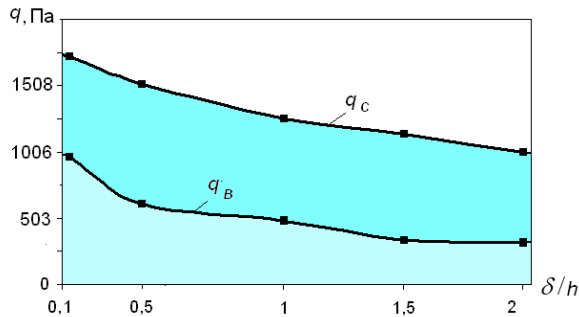


Рис. 5. Вплив відносної амплітуди недосконалості форми оболонки δ/h на значення збурення $q(t)$ (Па) в діапазоні різкої зміни сумарних вузлових переміщень оболонки (BC)

Висновок. Дослідження показали, що модель недосконалості форми оболонки резервуара зі змінною товщиною у вигляді першої форми втрати статичної стійкості від дії поверхневого тиску є ефективною в дослідженнях коливань оболонок від даного виду динамічного навантаження. Спостерігався значний вплив амплітуди недосконалості форми на умовно критичні значення динамічного навантаження (42%) і відповідний напружено-деформований стан оболонки. Слід зазначити, що представлена модель недосконалості форми оболонки в задачах власних коливань не є ефективною. Вплив амплітуди недосконалості на власну частоту оболонки незначний (<1,6%), при цьому відповідні форми власних коливань мають однакову кількість півхвиль у коловому

напрямку і незначно зменшені амплітуди півхвиль. Вважаємо, що представлену модель недосконалості оболонки у вигляді форми втрати статичної стійкості можна застосувати для модального аналізу оболонки з урахуванням попередньо напружено-деформованого стану від статичної дії поверхневого тиску. Також, представлена модель недосконалості форми оболонки може бути застосована для оцінки її проектної надійності із застосуванням ймовірнісного підходу Болотіна при дії динамічних навантажень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Yao J.C.* Dynamic stability of cylindrical shells under static and periodic axial and radial loads, *AIAA Journal*, 1963. – Vol. 1. – P. 2316-2320.
2. *Гейзенблазен Р.Е.* Некоторые вопросы устойчивости и колебаний цилиндрических оболочек с начальной погибью. Труды Днепроп. ин-та ж.-д. трансп., 1966. – Вып. 64. – С. 62-78.
3. *Hunt G.M.* Imperfection and near-coincidence for symmetric bifurcations // *New York Academy of Sciences. Bifurcation theory and applications in scientific disciplines. Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 1977. – Vol. 316. – P. 572-589.
4. *Гоцуляк Е.А., Гуляев В.И., Дехтярюк Е.С., Киричук А.А.* Численное исследование устойчивости нелинейных вынужденных колебаний тонких упругих оболочек. Прикладные проблемы прочности и пластичности, 1981. – Т. 19. – С. 51-60.
5. *Гуляев В.И., Баженов В.А., Гоцуляк Е.А., Дехтярюк Е.С., Лизунов П.П.* Устойчивость периодических процессов в нелинейных механических системах. Львів, Вища школа, 1983. – 287 с.
6. *Рикардс Р.Б.* Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин. – Рига: Зинатне, 1988. – 284 с.
7. *Григоренко Я.М., Гуляев В.И.* Нелинейные задачи теории оболочек и методы их решения (обзор) // *Прикладная механика*, 1991. – Т. 27, №10. – С. 3-23 с.
8. *Григолок Е.И., Кабанов В.В.* Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 359 с.
9. *Гудрамович В.С.* Особенности нелинейного деформирования и критические состояния оболочечных систем с геометрическими несовершенствами // *Прикладная механика*, 2006. – Т. 42, № 12. – С. 32-47.
10. *Гавриленко Г.Д.* Несущая способность несовершенных оболочек. Моногр. Ин-т механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, 2007. – 294с.
11. *Nguyen Dinh Duc, Hoang Thi Thiem.* Dynamic Analysis of Imperfect FGM Circular Cylindrical Shells Reinforced by Stiffener System Using Third Order Shear Deformation Theory in Term of Displacement Components // *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2017, Vol. 14. –P. 2534-2570.
12. *Лук'яненко О.О.* Розв'язання проблеми надійності і безпеки оболонкових структур з недосконаластями форми методами обчислювальної механіки. – Київ: Вид-во „Каравела”, 2019. – 197 с.
13. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Kostina E.V., Geraschenko O.V.* Probabilistic Approach to Determination of Reliability of an Imperfect Supporting Shell // *Strength of Materials*, 2014. – Vol. 46, №4. – P. 567-574.
14. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Vorona Yu.V., Kostina E.V.* Stability of the parametric vibrations of a shell in the form of a hyperbolic paraboloid // *Internat. Appl. Mech.*, 2018. – Vol. 54, №3. – P. 274-286.
15. *Bazhenov V.A., Lukyanchenko O.O., Kostina O.V.* Definition of the failure region of the oil tank with wall imperfections in combined loading // *Strength of Materials and Theory of Structures*, 2018. – Вып. 100, С. 27-39.
16. *Лук'яненко О.О., Палій О.М.* Чисельне моделювання стійкості параметричних коливань тонкостінної оболонки від'ємної гаусової кривизни // *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн.*, К.: КНУБА, 2018. – Вып. 101, С. 45-59.

17. *Lukianchenko O., Kostina O.* The finite Element Method in Problems of the Thin Shells Theory, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019. – 134 p.
18. *Лук'янченко О.О., Ворона Ю.В., О.В.Костіна, М.О. Вабищевич, О.М. Палій* Надійність тонких оболонок з реальними недосконалотями форми // Вісник КПІ. Серія Приладобудування, 2019. – Вип. 58(2). – С. 34-40.
19. *Палій О.М., Лук'янченко О.О.* Частотний аналіз відгуку гіперболічного параболоїда на періодичне повздовжнє навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 102, С. 199-206.
20. *Lukianchenko O.O.* Application of stiffness rings for improving of operating reliability of the tank with shape imperfections // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientificand-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2020. – Issue 104. – P. 244-256.
21. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Vorona Yu.V., Vabyshcheych* The influence of shape imperfections on the stability of thin spherical shells // Strength of Materials, 2021. – Vol. 53, №6. – P. 842-850.
22. *Лук'янченко О.О., Бурау Н.І., Геращенко О.В., Костіна О.В.* Частоти і форми власних коливань захисної ємності резервуара з дефектами зварних швів при статичній дії осового навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 103-119.
23. *Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Палій О.М.* Періодичні коливання оболонок резервуару з реальними недосконалотями форми від дії поверхневого тиску // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 255-266.
24. *Рудаков К.Н.* FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. – К.: НТТУ КПИ, 2011. – 317 с.

REFERENCES

1. *Yao J.C.* Dynamic stability of cylindrical shells under static and periodic axial and radial loads, AIAA Journal, 1963. – Vol. 1. – P. 2316-2320.
2. *Geyzenblazen R.E.* Nekotorye voprosy ustojchivosti i kolebanij czilindricheskikh obolochek s nachalnoju pogibju [Some questions of stability and vibrations of cylindrical shells with initial imperfection]. Trudy Dneprop. ins-ra sz.-d. transp., 1966. – Vyp. 64. – S. 62-78.(rus).
3. *Hunt G.M.* Imperfection and near-coincidence for symmetric bifurcations // New York Academy of Sciences. Bifurcation theory and applications in scientific disciplines. Ann. N. Y. Acad. Sci., 1977. – Vol. 316. – P. 572-589.
4. *Gotsulyak E.A., Guliaev V.I., Dekhtyaruk E.S., Kirychuk A.A.* Chislennoe issledovanie ustujchivosti nelinejnykh vynoszdenykh kolebanij tonkikh uprugikh obolochek [Numerical research of stability of the nonlinear forced vibrations of thin elastic shells]. Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti, 1981. – T. 19. – S. 51-60.(rus).
5. *Guliaev V.I., Bazhenov V.A., Gotsulyak E.A., Dekhtyaruk E.S., Lizunov P.P.* Ustojchivost periodicheskikh procesov v nelinejnykh mekhanicheskikh sistemah [Stability of periodic processes in the nonlinear mechanical systems]. Lviv, Vyschia shkola, 1983. – 287 s.(rus).
6. *Rikards R.B.* Metod konechnykh elementov v teoryu obolochek y plastyn [The Finite Element Method in the theory of shells and plates]. – Ryha: Zynatne, 1988. – 284 s.(rus).
7. *Grigorenko Ya.M., Guliaev V.I.* Nelyneinye zadachy teoryy obolochek y metody ykh resheniya (obzor) [Nonlinear tasks of theory of shells and methods of their decision (review)] // Prykladnaia mekhanyka, 1991. – T. 27, №10. – S. 3-23 s.(rus).
8. *Grigolyuk E.L., Kabanov V.V.* Ustojchivostobolochek [Shellstability]. – M.: Nauka, 1978. – 359 s.
9. *Gudramovych V.S.* Osobennosty nelyneinoho deformyrovanyia y krytycheskye sostoiانيا obolochechnykh system s heometrycheskymu nesovershenstvamy [Features of nonlinear deformation and critical conditions of the оболочечных systems with geometrical imperfections] // Prykladnaia mekhanyka, 2006. – T. 42, № 12. – S. 32-47(rus).
10. *Gavrilenko H.D.* Nesushchaia sposobnost nesovershennykh obolochek [Bearing strength of imperfect shells]. Monohr. Yn-t mekhanyky ym. S.P.Tymoshenko NAN Ukrainy, 2007. – 294s.(rus).
11. *Nguyen Dinh Duc, Hoang Thi Thiem.* Dynamic Analisys of Imperfect FGM Circular Cylindrical Shells Reinforced by Stiffener System Using Third Order Shear Deformation

Theory in Term of Displacement Components // Latin American Journal of Solids and Structures, 2017, Vol. 14. –P. 2534-2570.

12. *Lukianchenko O.O.* Rozv'iazannia problemy nadiinosti i bezpeky obolonkovykhstruktur znedoskonalostiamy formy metodamy obchysluvalnoi mekhaniky [Decision of problem of reliability and safety of shell structures with shape imperfections by the methods of calculable mechanics]. – Kyiv: Vyd-vo „Karavela”, 2019. – 197 s (ukr).
13. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Kostina E.V., Geraschenko O.V.* Probabilistic Approach to Determination of Reliability of an Imperfect Supporting Shell // Strength of Materials, 2014. – Vol. 46, №4. – P. 567-574.
14. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Vorona Yu.V., Kostina E.V.* Stability of the parametric vibrations of a shell in the form of a hyperbolic paraboloid // Internat. Appl. Mech., 2018. – Vol. 54, №3. – P. 274-286.
15. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Kostina O.V.* Definition of the failure region of the oil tank with wall imperfections in combined loading // Strength of Materials and Theory of Structures, 2018. – Issue 100, S. 27-39.
16. *Lukianchenko O.O., Paliy O.M.* Chyselne modeliuвання stiikosti parametrychnykh kolyvan tonkostinnoi obolonky vidliemnoi hausovoi kryvyznyi [Numerical design of vibrations stability of the thin-walled shell with negative гаусовой curvature] // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн., К.: КНУБА, 2018. – Vyp. 101, S. 45-59 (ukr).
17. *Lukianchenko O., Kostina O.* The finite Element Method in Problems of the Thin Shells Theory, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019. – 134 p.(ukr).
18. *Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V., Vabyshcheych M.O., Paliy O.M.* Nadiinist tonkykh obolonok z realnymy nedoskonalostiamy formy [Reliability of thin shells with real shape imperfections] // Visnyk KPI. Seriya Pryladobuduvannya, 2019. – Vyp. 58(2). – S. 34-40 (ukr).
19. *Paliy O.M., Lukianchenko O.O.* Chastotnyi analiz vidhuku hiperbolichnogo paraboloida na periodychno povzdovzhnie navantazhennia [Frequency analysis of response of hyperbolic paraboloid on the periodic longitudinal loading] // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Vyp. 102, S. 199-206 (ukr).
20. *Lukianchenko O.O.* Application of stiffness rings for improving of operating reliability of the tank with shape imperfections // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientificand-technical collected articles. – К.: КНУБА, 2020. – Issue 104. – P. 244-256.
21. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Vabyshcheych M.O.* The influence of shape imperfections on the stability of thin spherical shells // Strength of Materials, 2021. – Vol. 53, №6. – P. 842-850.
22. *Lukianchenko O.O., Bourau N.I., Geraschenko O.V., Kostina O.V.* Chastoty i formy vlasnykh kolyvan zakhysnoi yemnosti rezervuara z defektamy zvarnykh shviv pry statychnii dii osovoho navantazhennia [Natural frequencies and forms of protective capacity of reservoir with the weld defects under the static action of axial loading] // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Vyp. 107. – S. 103-119 (ukr).
23. *Lukianchenko O.O., Kostina O.V., Paliy O.M.* Periodychni kolyvania obolonky rezervuaru z realnymy nedoskonalostiamy formy vid dii poverhnevogo tysku [Periodic vibrations of reservoir shell with the real shape imperfections under pressure] // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Vyp. 108, S. 255-266.(ukr).
24. *Rudakov K.N.* FEMAP 10.2.0. Neometrycheskoe y konechno-elementnoe modelyrovanye konstruksiyi [Geometrical and finite-element design of constructions]. – К: NTTU KPY, 2011. – 317 s.(rus).

Стаття надійшла 21.10.2022

Лук'яненко О.О., Геращенко О.В., Палій О.М.

НЕЛІНІЙНИЙ ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ОБОЛОНКИ РЕЗЕРВУАРА ЗІ ЗМОДЕЛЬОВАНИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ ФОРМИ

Виконано нелінійний динамічний аналіз недосконалої оболонки резервуару зі змінною товщиною стінки при дії поверхневого тиску. Скінченно-елементна модель оболонки в формі циліндричної оболонки побудована в програмному комплексі NASTRAN. Стінка оболонки представлена у вигляді сукупності трикутних плоских скінченних елементів з шістьма ступенями вільності у вузлі. Недосконалість стінки змодельована у вигляді нижчої

форми втрати стійкості досконалої оболонки від статичній дії поверхневого тиску, яка отримана методом Ланцоша в лінійній постановці (*Buckling*). Амплітуда недосконалості змінювалася пропорційно до мінімальної товщини стінки оболонки. Накладено обмеження на радіальні і тангенціальні переміщення вузлів верхньої кромки оболонки, вузли нижньої кромки жорстко закріплено. Збурення задано у вигляді зовнішнього поверхневого тиску, яке лінійно залежить від часу і рівномірно розподілено на всі елементи моделі оболонки. Виконано модальний аналіз оболонки зі змодельованими недосконалостями форми за допомогою розв'язання задачі на власні значення (*Normal Modes*) за методом Ланцоша. За допомогою методу Н'юмарка виконано нелінійний динамічний аналіз (*Nonlinear Direct Transient*) недосконалої оболонки резервуара від дії поверхневого тиску. Досліджено вплив амплітуди змодельованих недосконалостей на напружено-деформований стан оболонки в різних діапазонах часу дії збурення, умовно критичні значення динамічного навантаження та відповідні форми деформування оболонки.

Дослідження показали, що модель недосконалості форми оболонки резервуара зі змінною товщиною у вигляді першої форми втрати статичної стійкості від дії поверхневого тиску є ефективною дослідженням коливань оболонки від динамічної дії такого виду навантаження. Спостерігався значний вплив амплітуди недосконалості форми на умовно критичні значення динамічного навантаження і відповідний напружено-деформований стан оболонки. В дослідженнях власних коливань оболонки дана модель недосконалості форми не є ефективною. Збільшення амплітуди недосконалості оболонки призвело до незначного зменшення частот і амплітуд форм власних коливань, при цьому кількість півхвиль у коловому напрямку не змінилася у відповідних формах. Вважаємо, що дана модель недосконалості може бути ефективною в модальному аналізі попередньо напруженої оболонки від статичної дії поверхневого тиску і для оцінки проектної надійності оболонки резервуару із застосуванням ймовірнісного підходу Болотіна при дії динамічних навантажень.

Ключові слова: оболонка резервуара, модель недосконалості форми, метод скінченних елементів, нелінійний динамічний аналіз.

Lukianchenko O.O., Gerashchenko O.V., Paliy O.M.

NONLINEAR DYNAMIC ANALYSIS OF RESERVOIR SHELL WITH MODELLED SHAPE IMPERFECTIONS

The nonlinear dynamic analysis of imperfect reservoir shell with a variable thickness of wall under pressure was executed. The finite-element model of reservoir in the form of a cylindrical shell in the software NASTRAN was built. The shell wall in the form of the three-cornered finite-element net was presented. Shape imperfection as a lower buckling form of perfect shell (*Buckling*) was modelled. Value of amplitude of imperfection was set proportionally to a minimum thickness of shell wall. The limits on the radial and tangential displacements of top edge nodes were entered, the nodes of lower edge were fastened. Excitation as external pressure, which linearly depended on time and uniform distributed on all shell elements was presented. The modal analysis of shell with modelled shape imperfections by using computational procedure of task on natural vibrations (*Normal Modes*) by the Lanczos method was executed. The nonlinear dynamic analysis (*Nonlinear Direct Transient*) of imperfect reservoir shell under pressure by N'yumark method was executed. Influence of amplitude of modelled imperfection on the shell stress-strain for different time intervals of excitation, the conditionally critical values of dynamic loading and corresponding of shell deformation forms were investigated.

It was discovered that a modelled shell shape imperfection as a lower buckling form of perfect shell under static pressure in the dynamic analysis of shell under the same type of the loading was effective. Influence of modelled shape imperfections amplitude on the stress-strain state of shell for different time interval of excitation, the conditionally critical values of dynamic loading and appropriate forms of shell deformation was considerable. Presented imperfection model in the modal analysis of shell was not effective. The increase of amplitude of shell imperfection led to insignificant decrease of natural frequencies and amplitudes of appropriate natural forms with the same amount of the semiwaves in the circular direction. In our opinion presented model of shell shape imperfection can be effective in the modal analysis of shell with the stress-strain state from the previous action of static pressure and for the estimation of design reliability of reservoir shell in the case of the dynamic loadings using the Bolotin probabilistic approach.

Keywords: reservoir shell, shape imperfections, finite-element method, nonlinear dynamic analysis.

УДК 539.3

Лук'янченко О.О., Геращенко О.В., Палій О.М. **Нелінійний динамічний аналіз оболонки резервуара зі змодельованими недосконалотями форми** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 129-140.

Виконано нелінійний динамічний аналіз недосконалої оболонки резервуару зі змінною товщиною стінки при дії поверхневого тиску. Недосконалість форми оболонки змодельовано у вигляді нижчої форми втрати статичної стійкості. Досліджено вплив амплітуди змодельованих недосконалотей на напружено-деформований стан оболонки в різних діапазонах часу дії збурення, умовно критичні значення динамічного навантаження та відповідні форми деформування оболонки.

Табл. 2. Іл. 5. Бібліогр. 24 назв.

UDC539.3

Lukianchenko O.O., Gerashchenko O.V., Paliy O.M. **Nonlinear dynamic analysis of reservoir shell with modelled shape imperfections** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 129-140.

The nonlinear dynamic analysis of imperfect reservoir shell with a variable thickness of wall under pressure was executed. The shell shape imperfection was modelled as a lower buckling form of shell under action of static pressure. Influence of modelled shape imperfections amplitude on the stress-strain state of shell for different time interval of excitation, the conditionally critical values of dynamic loading and appropriate forms of shell deformation were investigated.

Tab. 2. Fig. 5. References 24 items.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, професор кафедри теоретичної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олександрівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олександрівні

Роб. тел.: +38(044) 241-54-20

Моб. тел.: +38(095) 727-18-25

E-mail: lukianchenko.oo@knuba.edu.ua, lukianch0907@meta.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-1794-6030>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, ГЕРАЩЕНКО Олег Валерійович.

Адреса робоча: 03680, Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГЕРАЩЕНКУ Олегу Валерійовичу

Роб. тел.: +38(044)241-54-20

Моб. тел.: +38(095)661-6052

E-mail: olg_guera@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-1951-4805>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки КНУБА, ПАЛІЙ Оксана Миколаївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ПАЛІЙ Оксані Миколаївні

Роб. тел.: +38(044) 241-55-72

Моб. тел.: +38(067) 236-39-85

E-mail: paliy.oxana@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-5958-4862>

UDC 69.057.5, UDC 69.05

FEATURES OF STANDARD TIME FORMATION TO IMPLEMENT CONSTRUCTION PROCESSES: A CASE STUDY**H.M. Tonkacheiev¹,**

Doctor of Technical Science, Professor

I.M. Rudnieva¹,

PhD, Associate Professor

V.H. Tonkacheiev¹,

PhD, Associate Professor

Yu.M. Priadko²,

PhD, Associate Professor

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture,
31, Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine*

²*Beijing International Education Institute,
38 east 3rd ring north road, Chaoyang, Beijing, 100026, China*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.141-151

Introduction. The current article is based on the theoretical analysis and experience in the construction processes standardization. The advantages and disadvantages of the existing automated process planning systems (APPS) and the system of computer-aided design and standardization of technological processes SPRUT-TP-Regulation are shown.

Problem Statement. The existing systems are mainly created for mechanical engineering. The APPS system has also been expanded for the production of metal building structures. However, an issue of the real standard time for construction processes at the construction site remains unresolved. Particular attention is paid to the problem of choosing the structures of formwork systems to optimize the installation of in-situ concrete structures.

Purpose. Development of a new method for determining the duration and complexity of construction processes that allows to consider any changes in the structure of processes and to determine the standard time by synthesis.

Materials and methods. The method of integer standardization of processes is considered which, in contrast to existing methods, makes possible to compare the various design solutions of formwork forms.

Results. The duration of formwork assembly and disassembly is proposed to be determined in whole numbers, depending on the number of formwork elements movements and the degree of responsibility for the reliability and quality of the processes. The article proposes the structure of the construction process and gives the main directions to create an information database regarding the standard time of construction processes implementation.

Conclusions. The new approach solves the problem of synthesizing the time of construction processes.

Keywords: standard time, construction process, action, synthesis, planning, automation, standardization method.

Nowadays, there are many advances in building technology. Robots-workers and 3D printed homes are now a reality. Building Information Modeling (BIM) has allowed the implementation of a new toolkit for management and planning of work processes, which is based on 3D-models of the project and allows to generate intelligent workflows at all stages of the

building life cycle from planning and design to maintenance [1]. To achieve it, an appropriate system for the production processes regulation must be created. However, it is complicated to implement it in the field of construction processes on the basis of existing regulatory information base.

1. Analysis of the latest achievements and publications

An automated process planning system (APPS) has become a crucial element of process planning, which includes spreadsheets of standards for the time of the production process. APPS is considered as a key technology to integrate computer-aided design (CAD) and computer-aided manufacturing (CAM) systems. The work [2] considers the planning of the production process for the manufacture of steel building structures, taking into account the time standards. The aim of the current article is to incorporate time standards into the APPS CSB system. It is based on the empirical timing formulas for various steel structures in accordance with CAD files and process parameters.

Time-use studies during manufacturing and assembly allows to create a parametric model using Excel and integrate it into the APPS system. This will allow to automatically estimate the standard time of each process step and to provide more accurate estimation of process parameters. APPS system replaces the complex and low-productivity traditional manual process planning approach [3].

Back in the distant fifties of the last century, production processes standardization in technology was solved manually by synthesizing time standards in separate processes and actions [4]. Thereafter, with the advent of computers, the system of computer-aided design and standardization of technological processes SPRUT-TP-Standardization was created and successfully implemented [5]. The system is based on a number of algorithms for structural features analyzing (geometry of elements, shape, structure, dimensions, weight, etc.). To determine the duration in process planning the algorithms for the selection of appropriate operations types, their implementation sequence, types of technological equipment and tooling have been developed [6].

An issue of the base of real-time standards for the implementation of work processes at the construction site remains unresolved. The main problem is that the theory of construction processes lacks an integrated approach to understand the structure of the construction process. Thus, the process level as a set of separate operations was frozen in the process standardization. In accordance with this approach, the standard time for the implementation of operations remained unchanged in case of changing the operations structure and design solutions of technical means. In distant sixties, operations structure and design solutions of technical means of implementation almost have not been changed. This was suited to standardization system, which mainly showed appropriate values at different periods of time. The basis for standardization became catalogues in the form of single standard time and prices (ENiR) [7], as well as in the form of National standards [8].

Nowadays, the definition of standard time is one of the crucial stages of the process analyzing. It provides an important input for the improvement of productivity in companies [9]. One of the most relevant approaches to achieve productivity in the construction industry today is lean construction [10]. The

essential features of lean construction include a clear set of objectives for the delivery process, parallel design, construction and application of project management throughout the project life cycle from design to commissioning. The application of additive manufacturing (AM) in construction has been increasingly studied in recent years. The current state of AM in construction is reviewed in [11]. Significant benefits of AM are the automation of the production process, a high degree of design freedom, and the resulting potential for optimization. The use of principal component analysis and signal processing techniques in construction are presented in [12]. Standardization efforts, including the relationship between knowledge dimensions, search processes and innovation outcomes are considered in [13]. Using an inductive case study of Vanke, a leading Chinese property developer, authors show how varying degrees of knowledge complexity and codification combine to produce a typology of four types of search process: active, integrative, decentralized and passive, resulting in four types of innovation outcome: modular, radical, incremental and architectural.

As it is described above, nowadays, nature and content of construction processes change more often due to the rapid development of digital technologies, satellite communications, robotics, etc. Thus, the problem of process regulation should be solved at the level of operations and actions [14]. It is more common for companies (construction organizations) to manage their own databases (more accurate proprietary standardization method) in some regions of the world. As an example, a regression analysis method to describe analytical dependencies [15]. This method is problematic because it is very complicated to determine the mathematical dependencies of variable parameters. The standard time is proposed to determine with the theory of neural networks with imitation of probability of deviation for one or several variable parameters. A neural network similar to network models of construction processes in which selected parameters are determined using a random number generator is created. It is quite complicated and problematic to use such a system in practice.

2. Main issue

In terms of the construction of a building or any other structure, the construction process is considered as a certain structural system with a multi-level subordination of its elements. The structure of the construction process corresponds to the building structure and represent hierarchy from a more complex level to a dismembered level. [16].

The complexity of the process is in the content and the number of constituent structural elements. Each next level of the process is more detailed and complete comparing the previous one. (Fig. 1).

The most complicated level of the process structure is the level of the final product (an erected building ready for use (TP_6)).

A new standardization system in construction should be created by means of transferring standard time consumption to the fourth level of structure, where a rather permanent structure of components is observed. Such structure contains approximately the same operations, such as gripping, moving, assembly, fixing, etc. (there are about 50 different operations in construction

practice). In the case of establishing the mathematical dependencies between the duration of individual operations and its structure and complexity, it is possible to create an information database and an algorithm to synthesise standard time for third-level processes TP_b .

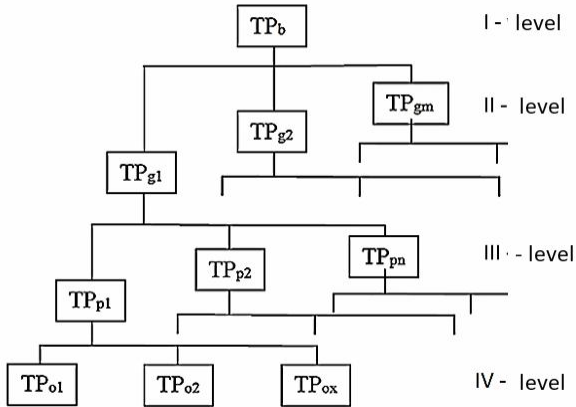


Fig. 1. Structure of the construction process: TP_b – first (highest) level construction process; TP_g – second level construction process; TP_p – third level construction process; TP_o – fourth level construction process (corresponds to the technological operation)

3. Materials and methods

The integer standardization expediency of time consumption at the fourth level of the construction processes structure has been proved in [14]. It takes into account the different options of the labour team, driving machines, equipment sets and design parameters of building elements.

To estimate the time of operations, a general methodology was applied [17]. There are two methods to determine the standard time of processes implementation: analytical-calculation (calculation of standard time based on the existing regulations) and analytical-research (field studies using timing, photographic recording, etc.). Both methods are used together sometimes. Relation of these methods to the regulations does not solve the problem.

Unlike existing methods, it is proposed to measure the elements of the process with integers. If we decompose the operations of mounting or dismantling of elements into the actions of labourers, whereas the actions are measured in whole minutes depending on the complexity of these actions, then we can determine the total time of operations, i.e. the duration of the third-level process according to the formula:

$$T_h = 0,01667 \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n r_j \cdot W_{ij}, \quad (1)$$

where T_h – time standard for the third level process, hour; r_j – the factor of complexity and responsibility of actions, expressed in integers from 1 to 5 minutes; W_{ij} – amount of x actions (elements) for j complexity.

The degree of responsibility is associated with ensuring the accuracy of objects position in relation to the given axes and dimensions, as well as ensuring the reliability of connections within the given forces (Table 1).

Table 1

Groups of the complex of actions

Group of the complex of actions	Number of actions in the complex	The degree of actions responsibility according to the accuracy and reliability of positioning	Complexity and responsibility factor, r_j
1	1-5	low	1
2	1-5	medium	2
3	6-10	low	3
4	6-10	medium	4
5	6-12	high	5

The first group of the complex of actions is characterized by the number of actions from 1 to 5 and a low degree of responsibility for the accuracy and reliability of positioning, which is not associated with the positioning of elements and with the provision of joints.

The second group of the complex of actions differs from the first one by the medium degree of responsibility for the accuracy and reliability of positioning, which can be associated with incomplete (approximate) positioning by accuracy and with the provision of joints without control of efforts.

The third group is characterized by the number of actions from 6 to 10 and by similar to the first group degree of responsibility for the accuracy and reliability of positioning.

The fourth group differs from the third one by the medium degree of responsibility for the accuracy and reliability of positioning, which can be associated with incomplete (approximate) positioning in accuracy and with the provision of joints without control of efforts.

The fifth group is characterized by the number of actions from 6 to 12 and a high degree of responsibility for the accuracy and reliability of positioning, which is associated with the alignment of objects and their elements, as well as with the control of efforts in joints.

The number of actions (movements and displacements) is determined in accordance with the number of engaged elements by labourers.

Example. The process of panel formwork assembly to build in-situ concrete wall structure is considered. The formwork of a German company PERI is taken [18] (Fig. 2).

The following complex of actions is defined in accordance with Figure 2: W_{12} – to set the struts to the formwork panels (there are 4 actions: to lift, to put on, to fix the bolts (medium responsibility), to roughly adjust); W_{22} – to place the general panels on the floor; W_{34} – to fix the struts to the floor

(support); W_{42} – to set the corner panels; W_{52} – to fasten the corner and general panels with locks; W_{64} – to set and fasten the tie bolts; W_{72} – to set and fix the scaffold; W_{85} – to align the panels with adjusting bushings of struts; W_{92} – to set and lock the end panels (not shown).

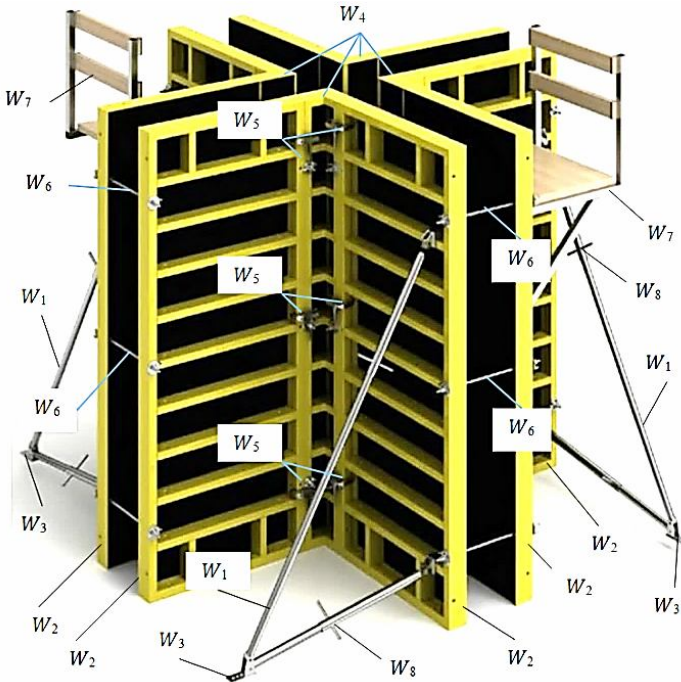


Fig. 2. A complex of actions to assembly panel formwork of the wall structure

Each complex of actions can be decomposed into smaller actions, depending on the number of prefabricated elements that enter the complex.

To clearly illustrate the method, it is recommended to analyze the time spent to set and fasten the tie bolts (Fig. 3).

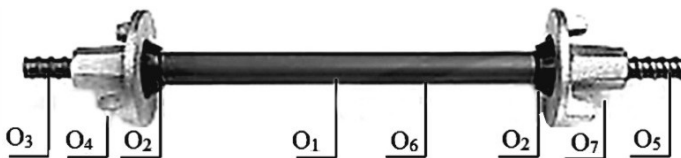


Fig. 3. W_{64} actions to set and fasten the tie bolts

The first step is to fix O_2 cones on the O_1 tube, which includes 3 actions. The degree of responsibility is low. Then nut O_4 is screwed onto the O_3 pin (2 actions). After that, the pin with the nut is inserted into the hole of O_5 panel

and, at the same time, a tube with O₆ bushings is put on the pin (2 actions). Then the pin is inserted into the hole of the opposite panel and both panels are tightened with the O₇ nut (2 actions). The last action is performed with medium responsibility because the tightening force of the entire system is adjusted. As a result, we have 9 actions and medium responsibility of reliability, which corresponds to the 4th group of a complex of actions and a factor of complexity and responsibility $r_j = 4$ min (Table 1).

All other complexes of actions are analyzed in a similar way. The obtained data is filled into an Excel-table (Table 2).

Table 2

An example of calculating the duration
and labour consumption of formwork assembly

Actions	Number of actions by the degree of responsibility					T_h , min	Labourers N_p	Labour consumption, θ_{md} , man-min
	$r_j=1$	$r_j=2$	$r_j=3$	$r_j=4$	$r_j=5$			
W_{12}		4				8	2	16
W_{22}		4				8	2	16
W_{34}				4		16	2	32
W_{42}		4				8	2	16
W_{52}		24				48	2	96
W_{64}				12		48	3	144
W_{72}		2				4	2	8
W_{85}					4	20	3	60
W_{92}		4				8	2	16
Results:						168	2,405	404

The duration of third level process TP_p is determined by the formula (1) and corresponds to the organization of actions arranged sequentially. In fact, actions can be performed with overlapping in time. Thus, it is necessary to take into account the combination of actions by means of factor which characterizes the efficiency of using working time and should be equal more than one in value. To determine the factors of combining actions, it is recommended to build network models. The network model for the current example is shown on the Figure 4.

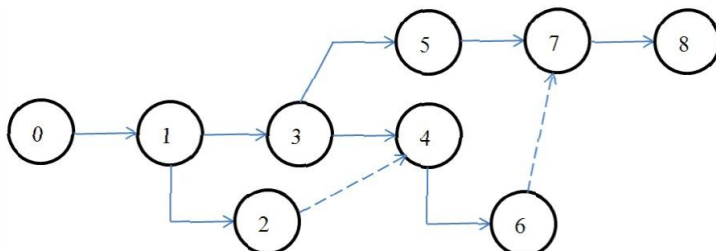


Fig. 4. The network model to assembly panel formwork of the wall structure

The overlapping factor for such a model is $K_{co} = 1,5$. Based on this, the duration of the formwork assembly process when the actions are combined T_{md} is determined by the formula:

$$T_{md} = T_h / K_{co} = \frac{0,01667 \cdot 168}{1,5} = 1,87 \text{ hours.} \quad (2)$$

The labour consumption of the assembly process of panel formwork: $\theta_{md} = 0,01667 \cdot 404 = 6,735$ man-hours.

To derive the standard time to evaluate processes with similar formwork systems, the unit consumption must be determined. The unit in the current example is one square meter of the assembled panels. Thus, the standard labour consumption for this process will be the following:

$$R_h = \frac{\theta_{md}}{A_s} = \frac{6,735}{25,6} = 0,263 \text{ man-hours/m}^2.$$

4. Conclusions

1. With the rapid development of digital technologies and robotics, an issue of process standardization should be solved at the level of operations and actions. To achieve it, the article proposes the structure of the construction process and gives the main directions to create an information database regarding the standard time of construction processes implementation.

2. The use of a new method to determine the duration and complexity of construction processes allows to consider any changes in the structure of processes and to determine the standard time by synthesis, which makes it dynamic and more adapted to the rapid development of science and technology.

REFERENCES

1. Construction Technology to Watch in 2020 [Electronic resource]. URL: <https://www.bigrentz.com/blog/construction-technology>.
2. Al-Aomar R., El-Khasawneh B., Obaidat S. Incorporating time standards into generative CAPP: a construction steel case study. *Journal of Manufacturing Technology Management*. January 2013. No. 24(1). DOI: 10.1108/17410381311287508.
3. Wickert J. Lewis K. An Introduction to Mechanical Engineering 4th Edition. Cengage Learning, 2016. 432 p.
4. General machine-building time standards of metal structures prefabrication. Tutorial. Moscow: TBNT NII Truda, 1991. 236 p. (rus)
5. SPRUT-TP automated design and standardization of technological processes. [Electronic resource]. URL: <https://sprut.ru/products-and-solutions/products/sprut-tp>. (rus)
6. Computer Aided Process Planning System for Generating Alternative Process Plans. Western Michigan University. ScholarWorks at WMU. 8-1991. [Electronic resource]. URL: https://scholarworks.wmich.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=https://www.google.com/&httpsredir=1&article=1980&context=masters_theses.
7. ENiR. E4. Installation of precast and in-situ reinforced concrete and concrete structures. Issue 1. Buildings and industrial structures. [Building codes]. Moscow: Stroyizdat, 1987. 65 p. (rus)
8. DSTU B D.2.2-1-2008. Cost estimation for construction works of precast and in-situ reinforced concrete and concrete structures. Assembly and disassembly of formwork. No. 6. [Building codes]. Kyiv: Minbud Ukraini, 2008. 35 p. (ukr).
9. Akansel M., Yagmahan B., Emel E. Determination of Standard Times for Process Improvement: A Case Study. *Global Journal of Business Economics and Management*. 2017. No 7(1). DOI: 10.18844/gjbem.v7i1.1400

10. Aziz R., Hafez S. Applying lean thinking in construction and performance improvement. *Alexandria Engineering Journal*. December 2013. No. 52 (4). Pp. 679-695. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2013.04.008>
11. Paolini A., Kollmannsberger S., Rank E. Additive manufacturing in construction: A review on processes, applications, and digital planning methods. *Additive manufacturing*. December 2019. No.30. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.100894>
12. Siddiqui F., Sargent P., Montague G. The use of PCA and signal processing techniques for processing time-based construction settlement data of road embankments. *Advanced Engineering Informatics*. October 2020. No.46. <https://doi.org/10.1016/j.aei.2020.101181>
13. Xie.Z., Hall J., McCarthy I., Skitmore M., Shen L. Standardization efforts: The relationship between knowledge dimensions, search processes and innovation outcomes. *Technovation*. February-March 2016. No. 48-49. Pp. 69-78. <https://doi.org/10.1016/j.technovation.2015.12.002>
14. Tonkacheiev H.M. A new system of time standardization for technological issues: Urban and Land Planning. Articles collection. Kyiv: KNUBA, 2013. No. 50. Pp. 700-704. (ukr)
15. Petlikova K., Jarsky C. Modeling of the Time Structure of Construction Processes Using Neural Networks. *Organization, Technology and Management in Construction*. September 2017. No. 9 (1). Pp. 1559–1564. <https://doi.org/10.1515/otmcj-2016-0018>
16. Tonkacheiev H.M., Lepskaya L.A., Sharapa S.P. Methodology for the study of building technologies. Tutorial. Kyiv: KNUBA, 2019. 228 p. (rus)
17. Balova E.F., Beckerman R.S., Evtushenko N.N. Labour consumption standardization in construction. Tutorial. Moscow: Stroyizdat, 1985. 440 p. (rus)
18. PERI. Formwork Component Catalogue. [Electronic resource]. URL: https://www.peri.lt/dam/jcr:50e882fb-992d-40f2-902b-3a60ed8bb2d9/peri_komponentu_katalogas_klojiniams_2015_en.pdf
19. Rudnieva I.M. Mekhanizmy vprovadzhenia lean – tekhnologii, yak innovatsiinoho pidkhodu pry modeliuvanni struktury vyznachennia normy chasu na vykonannya budivelnih protsesiv [Tekst] / I.M. Rudnieva // Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn. – 2021. – № 47. – S. 26-36. (ukr)

Стаття надійшла 20.06.2022

Тонкачев Г.М., Руднієва І.М., Тонкачев В.Г., Прядко Ю.М.

ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ НОРМАТИВНОГО ЧАСУ НА ВИКОНАННЯ БУДІВЕЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ: ТЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Вступ. Матеріал статті ґрунтується на теоретичному аналізі та досвіді нормування будівельних процесів. Показано переваги та недоліки існуючих систем автоматизованого планування процесів (САПП) та система автоматизованого проектування та нормування технологічних процесів СПРУТ-ТП-Нормування.

Проблематика. Існуючі системи нормування часу створено здебільшого для машинобудування. Система САПП розширено й у сфері виробництва металевих будівельних конструкцій. Невирішеним залишається питання реальних норм часу на робочі процеси на будівельному майданчику. Особлива увага приділяється проблемі вибору конструкцій опалубних систем для оптимізації процесів влаштування монолітних конструкцій.

Мета роботи. Розробка нової методики визначення тривалості та трудомісткості будівельних процесів, що дозволить розглядати будь-які зміни у структурі процесів та визначати нормативний час шляхом синтезу.

Матеріали та методи. Розглянуто методику цілісного нормування процесів, яка, на відміну від існуючих методик, дає можливість порівнювати різні конструктивні рішення опалубних форм.

Результати. Тривалість процесів монтажу та демонтажу опалубок запропоновано визначати цілими числами залежно від кількості переміщень елементів опалубки та ступеня відповідальності за надійність та якість виконуваних процесів. Запропоновано структуру будівельного процесу та надано основні напрямки створення інформаційної бази даних нормативного часу на виконання будівельних процесів.

Висновки. Новий підхід дозволяє вирішити проблему синтезу витрат часу на виконання будівельних процесів.

Ключові слова: норма часу, будівельний процес, дії, синтез, планування, автоматизація, методика нормування.

Tonkacheiev H.M., Rudnieva I.M., Tonkacheiev V.H., Priadko Yu.M.

FEATURES OF STANDARD TIME FORMATION TO IMPLEMENT CONSTRUCTION PROCESSES: A CASE STUDY

Introduction. The current article is based on the theoretical analysis and experience in the construction processes standardization. The advantages and disadvantages of the existing automated process planning systems (APPS) and the system of computer-aided design and standardization of technological processes SPRUT-TP-Regulation are shown.

Problem Statement. The existing systems are mainly created for mechanical engineering. The APPS system has also been expanded for the production of metal building structures. However, an issue of the real standard time for construction processes at the construction site remains unresolved. Particular attention is paid to the problem of choosing the structures of formwork systems to optimize the installation of in-situ concrete structures.

Purpose. Development of a new method for determining the duration and complexity of construction processes that allows to consider any changes in the structure of processes and to determine the standard time by synthesis.

Materials and methods. The method of integer standardization of processes is considered which, in contrast to existing methods, makes possible to compare the various design solutions of formwork forms.

Results. The duration of formwork assembly and disassembly is proposed to be determined in whole numbers, depending on the number of formwork elements movements and the degree of responsibility for the reliability and quality of the processes. The article proposes the structure of the construction process and gives the main directions to create an information database regarding the standard time of construction processes implementation.

Conclusions. The new approach solves the problem of synthesizing the time of construction processes.

Keywords: standard time, construction process, action, synthesis, planning, automation, standardization method.

УДК69.057.5, УДК 69.05

Тонкачев Г.М., Руднева І.М., Тонкачев В.Г., Прядко Ю.М. Особливості формування нормативного часу на виконання будівельних процесів: тематичне дослідження// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 141-151. Табл. 2. Іл. 4. Бібліогр. 19 назв.

UDC69.057.5, UDC 69.05

Tonkacheiev H.M., Rudnieva I.M., Tonkacheiev V.H., Priadko Yu.M. Features of standard time formation to implement construction processes: a case study // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 141-151. Tabl. 2. Fig. 4. Ref. 19.

УДК 69.057.5, УДК 69.05

Тонкачев Г.Н., Руднева И.Н., Тонкачев В.Г., Прядко Ю.Н. Особенности формирования нормативного времени на выполнение строительных процессов: тематическое исследование// Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.- тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 109. – С. 141-151. Табл. 2. Ил. 4. Библиогр. 19 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри будівельних технологій, проректор з навчально-методичної роботи КНУБА, ТОНКАЧЕСВ Геннадій Миколайович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельних технологій, ТОНКАЧЕСВ Геннадій Миколайович

Мобільний тел.: +38(050) 922-84-13

E-mail: tonkacheiev@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6589-8822>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри опору матеріалів КНУБА РУДНЄВА Ірина Миколаївна.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, Руднєва Ірина Миколаївна

Мобільний тел.: +38(050) 620-32-31

E-mail: irene_r@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-9711-042X>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА ТОНКАЧЕСВ Віталій Геннадійович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, металевих та дерев'яних конструкцій, Тонкачєв Віталій Геннадійович

Мобільний тел.: +38(063) 322-40-50

E-mail: tonkacheiev.vg@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-1010-8440>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, науковий співробітник, доцент у BEIJING INTERNATIONAL EDUCATION INSTITUTE (BIEI - КИТАЙ) ПРЯДКО Юрій Миколайович.

Адреса: BIEI Beijing , 3708, SOHO Nexus Center, No. 19A East 3rd Ring Road North, Chaoyang District, Beijing, Beijing 100027, CN, Iurii Priadko.

Мобільний тел.: +38(066) 184-29-51

E-mail: y.n.pryadko@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7163-4295>

UDC 539.3:624.21.095

STUDY OF NON-METALLIC REINFORCEMENT INFLUENCE ON THE CHARACTERISTICS OF CEMENT CONCRETE BEAM SAMPLES PROPERTIES

I.P. Gameliak,

Dr. Tech. Sciences, Professor, Head of the Airport Department

V.V. Kulak,

graduate student of the Airports Department

V.N. Tsybul'skyi,

Ph.D. (Candidate of Technical Sciences),

senior lecturer of the Resistance of Materials and Mechanical Engineering Department

A.N. Kharchenko,

Dr. Tech. Sciences, Associate Professor,

Professor of the Transport Construction and Property Management Department

National Transport University, Kyiv

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.152-163

The article presents the results of a study of beams strength characteristics reinforced with non-metal rods. Concrete samples reinforced with composite and metal reinforcement of different diameters were tested. Based on the results of the study, the bending tensile strength and elasticity modulus of beams with composite reinforcement were determined. Graphs of the dependence of the beam deflections on the load based on the test results of concrete samples reinforced with metal and fiberglass reinforcement were constructed. A comparative analysis of metal and fiberglass reinforcement work in concrete was carried out on the example of a rod with a diameter of 8 mm, which indicated the higher strength characteristics of composite reinforcement.

The results of testing beam samples and analysis of the properties of non-metallic reinforcement allow us to prepare proposals for the use of reinforcement new type and engineering calculation of cement-concrete structures reinforced with fiberglass rods.

Key words: fiberglass reinforcement, cement concrete, reinforcement, modulus of elasticity.

Introduction. Today, the main volume of highways, airports and civil construction structures is carried out using metal reinforcement as the main component of the composite material - reinforced concrete. The development of the chemical and industrial sphere offers a number of other options for replacing the metal component, which are comparatively more reliable, stronger and more durable [1-5]. One of them is fiber reinforced polymer, which is considered in this study as an alternative material to the usual reinforcement. The main advantages of the fiberglass material are high resistance to environmental influences and significantly higher strength per unit area of reinforcement [2-4], increased service life [6-7]. However, it is necessary to carry out additional tests in laboratory conditions to establish the dependence on the crack resistance of concrete structures using different reinforcement coefficients [8-9], which determines the relevance of the chosen scientific direction.

The purpose of the research is to test samples to determine the physical properties of a new combination of concrete with fiberglass reinforcement, to establish dependences on the crack resistance of concrete samples using different reinforcement coefficients, to determine the strength and modulus of concrete beams elasticity, that work for bending.

Main part. Flexural strength and elasticity modulus are important components in the design concrete road and airfield pavements. Determination of these indicators was carried out on samples made using fiberglass and metal rods. Fiberglass rods meet the requirements of DSTU 9065:2021 [10]. The samples were tested according to the 4-point bending scheme with fixation of indicators in accordance with DSTU B V.2.7-217:2009 [11].

To determine the physical characteristics, time-type sensors are installed at 4 points, namely, in the central lower part (sensor D1, Fig. 1) and at the outlet of the armature (sensor D2, Fig. 1) on the lateral lower face of the sample (sensor D3, Fig. 1), and in the upper part of the press (sensor D4, Fig. 1).

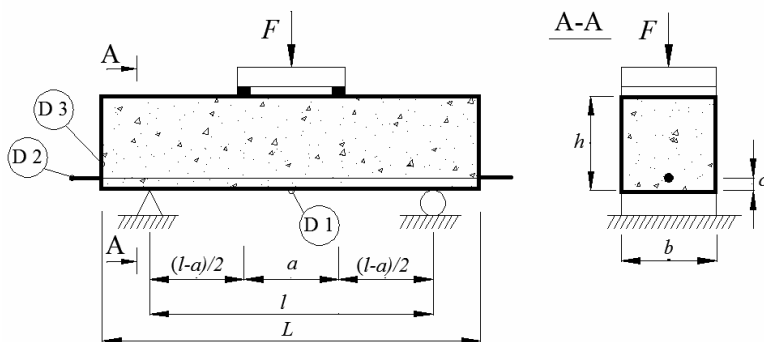


Fig. 1. Schematic of placement of sensors during tensile bending test (F - load; l - calculated span length; L - total length of the sample; a - distance between load transfer points; h - cross-sectional height of the sample; b - width of the cross-section of the sample, c - width of the concrete protective layer)

For the test, concrete samples with dimensions of 150x150x600 mm were prepared, which were reinforced with one rebar in the central part of the sample at a distance of 20 mm (width of the concrete protective layer) from the lower edge.

In fig. 2 is shown the sample, which is placed in the press, and the location of sensors for measuring deformations at characteristic points.

The sample reinforced with metal reinforcement has characteristic signs of failure during loading, namely, a sharp increase in deflection in the central part after passing the load mark of 80 kN and displacement of 2.8 mm, respectively. A further load of 85 kN led to a significant increase in the deflection of the specimen to 9.5 mm and rupture of the reinforcement, which consequently caused the failure of the entire specimen with the formation of a characteristic narrowing in the form of a neck at the point of rupture.

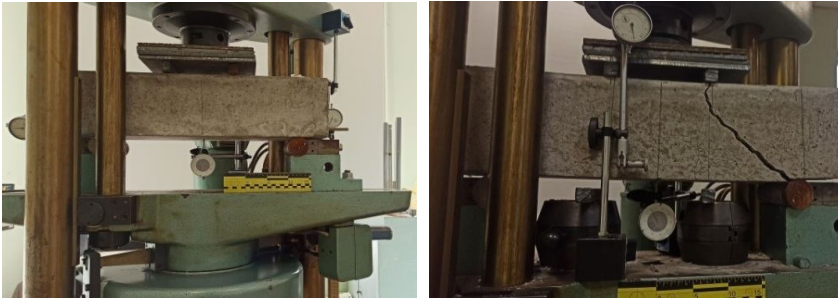


Fig. 2. Placing the concrete sample in the press during the test

In fig. 3 are shown samples after complete destruction that were reinforced with fiberglass and metal rods with a diameter of 8 mm.



Fig. 3. Appearance of broken reinforcement $d=8$ mm in the samples after the test

Samples with fiberglass reinforcement during the test have a more predictable nature of destruction, in particular, the increase in load leads to a uniform deflection of the sample. The deflection in the central part at 80 kN was 4.5 mm and increased uniformly to 5 mm at a load of 85 kN, which was destructive for samples with metal reinforcement with the formation of one main crack in the center of the sample and a characteristic narrowing. The destruction of the fiberglass sample occurred under a load of 117 kN and a corresponding deflection in the central part of 10 mm with the formation of three main cracks, which indicates the inclusion in the work of the entire volume of the material of the sample.

Rupture of fiberglass reinforcement with a diameter of 10, 14, 15 mm did not occur when testing samples under the same conditions. However, it should be noted that in these samples, sliding of the reinforcement on the concrete at the point of grafting was observed, which indicates insufficient effective grafting area of the reinforcement with concrete and insufficiently effective transfer of shear forces at the boundary of covering fiberglass reinforcement with concrete matrix.

The samples after testing are shown on fig. 4.



Fig. 4. Samples after testing

The nature of the concrete destruction and the formation of the first crack has a regularity in its location. The formation of cracks occurs at an angle of 45 degrees.

In the process of testing, under appropriate loads, beam deflections were recorded according to the readings of sensor D1. The processing of the received data made it possible to plot graphs of the dependence of the beam deflections on the load at different diameters of the reinforcement in the samples (Fig. 5).

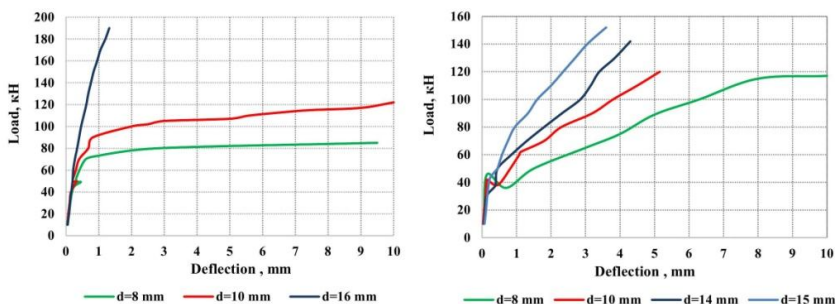


Fig. 5. Graphs of the dependence of the beam deflections on the load according to the test results of concrete samples reinforced with metal and fiberglass rods

The maximum moment in the samples during failure is determined by the formula [12]:

$$M = \frac{F(l-a)}{4}, \quad (1)$$

where F – load (N); l – calculated span (m).

The modulus of elasticity was determined during bending of concrete samples according to the formula [13]:

$$E = k_w \cdot \frac{F \cdot a \cdot (3l^2 - 4a^2)}{24 \cdot f \cdot J}, \quad (2)$$

where F – the amount of load transferred to the test sample (N); k_w – deflection refinement factor ($k_w = 1,33$ [13]); l – calculated beam span (m); J – moment of inertia (m⁴); f – calculated deflection of the concrete sample (m); a – sample cross-section width (m).

To obtain the specified deflection to the actual trace of the coefficient from § D.2.2.6 DBN B.2.2-24:2009 [14].

The bending tensile strength is determined by the formula [11]:

$$f_c = (F \cdot l) / (b \cdot h^2), \quad (3)$$

where F – destructive load (N); l – the distance between the supports during tensile testing of samples during bending (m); b – cross-sectional height of the sample (m).

Using formulas (1) – (3) based on the test results, the main characteristics of concrete samples were determined (Table 1).

Table 1
Characteristics of the tested reinforced samples

Characteristic	Without reinforcement	Diameter of rods in samples, mm						
		8		10		14	15	16
		Metal	Fiberglass	Metal	Fiberglass	Fiberglass	Fiberglass	Metal
Modulus of elasticity, MPa		22659	34839	29133	31374	22659	20349	25491
Destructive load, kN	37	85	117	122	128	142	152	195
Maximum deflection, mm	1,3	9,5	10	10	5,15	4,3	3,6	1,32
Bending tensile strength, MPa	4,93	11,33	15,60	16,27	17,07	18,93	20,27	26,00
Maximum moment, kNm	2,775	6,375	8,775	9,15	9,6	10,65	11,4	14,625
Deflection arrow according to the table, mm	2,42	5,56	7,65	7,97	8,37	9,28	9,93	12,75
Reinforcement coefficient, %	0	0,266	0,266	0,419	0,419	0,834	0,961	1,098

During the test, it was established that the elasticity modulus of the concrete structure is higher in samples reinforced with fiberglass, despite the fact that the tensile modulus of fiberglass reinforcement is 60 GPa, and that of metal reinforcement is 200 GPa. The elasticity modulus of samples reinforced with fiberglass rods with a diameter of 8 mm and 10 mm, respectively, is 34.9% and 16.4% higher than that of samples reinforced with metal reinforcement (Fig. 6).

In order to compare the obtained results of experimental tests, the work of samples reinforced with composite and metal rods with a diameter of 8 mm was simulated for tension during bending in the software complex Lira-SAPR

2021 R2.2 (Ukraine) (Fig. 7-9) and a comparative analysis was performed (Table 2). The beam was broken down into plates for modeling the concrete matrix, the rod reinforcement was modeled with end elements KE10 for metal and K1 for fiberglass rods.

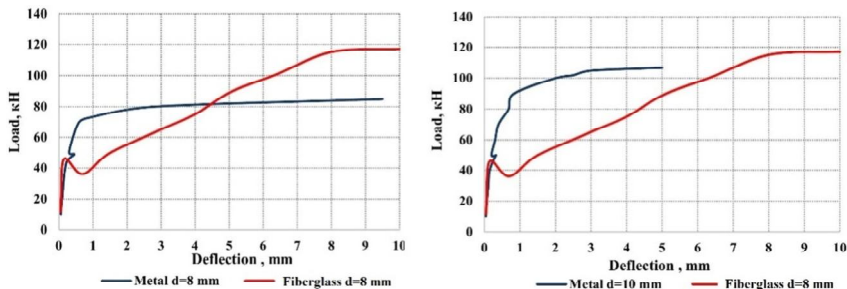


Fig. 6. Comparison of deflections of samples with different reinforcement

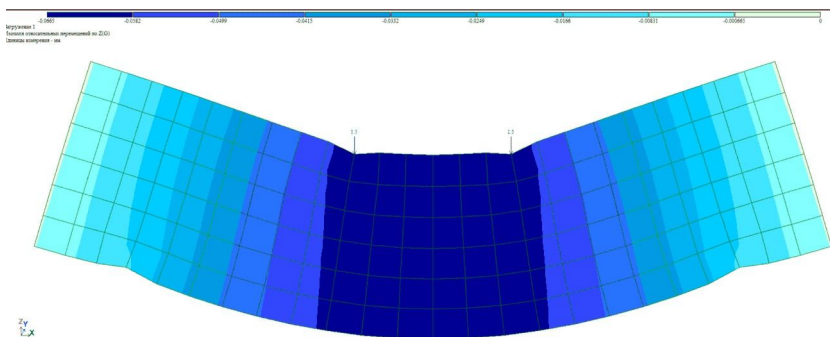


Fig. 7. Deformed scheme of the sample with composite reinforcement in the Lira-SAPR software complex

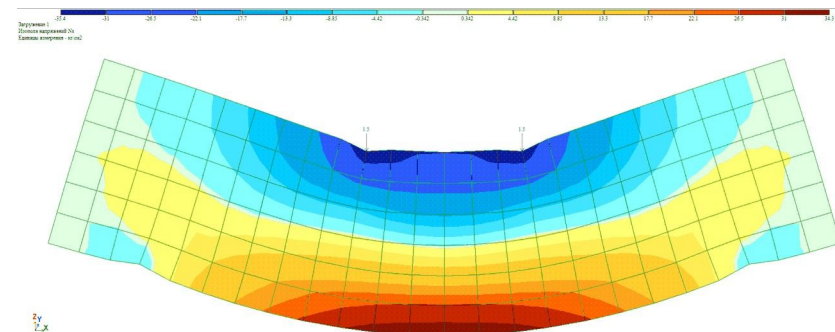


Fig. 8. Normal stresses of the sample with composite reinforcement

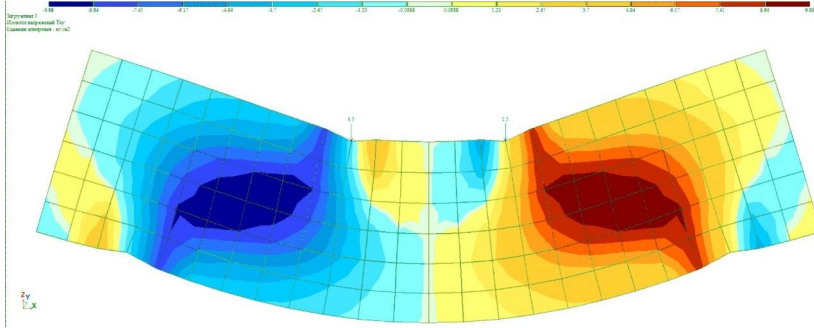


Fig. 9. Tangential stresses of the sample with composite reinforcement

Table 2

Comparative analysis of sample deflections

Load, kN	Deflection in the middle of the beam, mm			Variance, %
	Experiment	Calculation Lira-SAPR	Obtain with [13]	
Metal $d=8\text{mm}$				
30	0,13	0,039	0,117	11,1
40	0,19	0,058	0,174	9,2
Fiberglass $d=8\text{mm}$				
30	0,09	0,038	0,114	-21,1
40	0,12	0,052	0,156	-23,1
80	4,35	0,105	0,315	1281,0

A comparison of the obtained data based on the results of the experiment and modeling in the Lira-SAPR software complex shows that with an increase in the load on samples with composite reinforcement, the error in determining the deformations increases. The obtained deflection of beams reinforced with composite rods under a load of 30 kN, 40 kN has a deviation of - 22% on average, which indicates the need to refine the modeling in Lira-SAPR, or introduce additional coefficients. In turn, the obtained deflection data for samples with metal reinforcement coincide with those obtained experimentally within the limits of work in the elastic zone and have variances in average 10%.

The ratio between the reinforcement coefficient and bending tensile strength is shown on fig. 10.

From fig. 10 follows that the problem of the interaction of non-metal reinforcement with the concrete matrix with diameters of reinforcement greater than 14 mm requires a separate solution.

Conclusions. As a result of the testing of samples reinforced with fiberglass reinforcement, an increase in elasticity modulus and tensile strength during bending was found to be higher than that of similar samples with metal rods. The strength characteristics of structures reinforced with fiberglass rods with a diameter of 8 mm exceed similar indicators of samples with metal

reinforcement by 36%. This makes it possible to use composite reinforcement with a smaller diameter during construction.

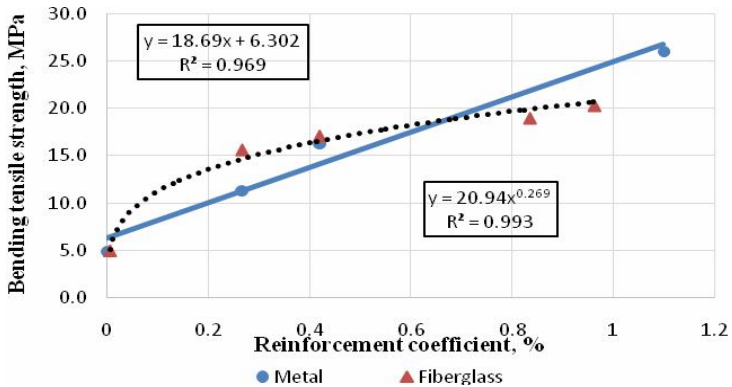


Fig. 10. The ratio between the reinforcement coefficient and bending tensile strength

The test results showed that the nature of the destruction when using fiberglass reinforcement is more predictable. One of the advantages of using such reinforcement, as was found out during the experiment, is the effect of closing cracks when the load is removed.

Comparative analysis of the deformations obtained experimentally and calculated showed that there is a significant discrepancy between the indicators. Thus, it is necessary to carry out further research on the comparison of experimental and calculated data in order to clarify the mathematical methodology for calculating concrete structures using composite materials. In turn, it is necessary to finalize modern software complexes for the design of building structures, namely to provide an additional module with the actual representation of rods.

REFERENCES

1. ACI 440.1R_06. Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars: Reported by ACI Committee 440. Supersedes ACI 440.1R_03 ; became effective February 10, 2006. American Concrete Institute, 2006. 44 p.
2. *Hameliak I.P., Tymoshenko O.V., Kulak V.V.* Porivniannia vlastyvoستي metalevoi ta skloplastykovoї armatury dlia dorozhnogo budivnytstva (Comparison of the properties of metal and fiberglass reinforcement for road construction) // Zbirnyk naukovykh prats Ukrainskoho instytutu stalevykh konstrukttsii imeni V.M. Shymanovskoho, Vypusk 25-26, 2020 r., S 81-91.
3. *Zima, B., Krajewski, M.* The vibration-based assessment of the influence of elevated temperature on the condition of concrete beams with pultruded GFRP reinforcement. *Composite Structures*. Volume 282, 15 February 2022, Pp.1-12. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.115040>
4. *Kaszubska, M., Kotynia, R., Barros, J.* Influence of longitudinal GFRP reinforcement ratio on shear capacity of concrete beams without stirrups. *International Conference on Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures AMCM'2017*. *Procedia Engineering* 193 (2017). Pp. 361 – 368. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.06.225>

5. *Gooranorimi, O., Bradberry, T., Dauer, E., Myers, J., Nanni, A.* FRP Reinforcement for Concrete: Performance Assessment and New Construction Volume I: Sierrita De La Cruz Creek Bridge. 2016. URL: https://www.researchgate.net/publication/310843748_FRP_Reinforcement_for_Concrete_Performance_Assessment_and_New_Construction_Volume_I_Sierrita_De_La_Cruz_Creek_Bridge
6. *Gameliak, I., Dmytrychenko, A., Tsybul'skyi, V., & Kharchenko, A.* (2022). Determining the effect of reinforcing a cement-concrete coating of bridges on the stressed-strained state of structures. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1(7(115)), 21–31. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.251189>
7. *Gameliak, I., Dmytrychenko, A., Tsybul'skyi, V., Kharchenko, A., & Hustieliev O.* (2022). Research of strength and condition of cement-concrete pavement on bridges by non-destructive methods. *Strength of Materials and Theory of Structures*, No. 108 (2022), 243-254. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.108.243-254>
8. *Hameliak I.P., Koval T.I.* Udoskonalennia metodyky vyprobuvan na vtomu betonykh pereriziv elementiv armovanykh nemetalevoiu kompozytnoiu bazaltoplastykovoiu armaturoiu (Improvement of the method of fatigue tests of concrete sections of elements reinforced with non-metallic composite basalt plastic reinforcement). - *Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo*. Vyp. 99, 2017. P.184-201.
9. *Hameliak I.P., Koval T.I.* Matematychna model vtomnoi mitsnosti nemetalevoi sterzhnevoi armatury (Mathematical model of fatigue strength of non-metallic rod reinforcement). - *ACADEMIC JOURNAL Industrial Machine Building, Civil Engineering*. Poltava: PNTU, 2017. T. 1 (43). P. 162-168. Rezhym dostupu: <http://journals.nupp.edu.ua/znp/article/view/120>.
10. DSTU 9065:2021 Armatura kompozytna dlia armuvannia betonnykh konstrukttsii (Composite reinforcement for reinforcing concrete structures).
11. DSTU B V.2.7-217:2009 Metody vyznachennia pryzmovoї mitsnosti, modulia pruzhnosti i koefitsiienta Puassona (Methods of determining prism strength, modulus of elasticity and Poisson's ratio).
12. *Fes'uk S. P.* Spravochnyk po soprotyvleniyu materyalov (Handbook of strength of materials). - Kyev «Budivelnik» 1982, 308 c.
13. *Mozghovyi V. V., Piskunov V. H., Onyshchenko A. M.* Utochnena metodyka vyznachennia moduliv pruzhnosti dorozhno-budivelnnykh materialiv (The methodology for determining the modulus of elasticity of road construction materials has been refined) // *Budivelni materialy, vyroby ta sanitarna tekhnika*. – 2009. – № 33. – S. 137–142.
14. DBN V.2.2-24:2009 Proektuvannia vysotnykh zhytlovykh i hromadskykh budynkiv (Design of high-rise residential and public buildings).

Стаття надійшла 01.11.2022

Гамеляк І.П., Кулак В.В., Цибульський В.М., Харченко А.М.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ НЕМЕТАЛЕВОЇ АРМАТУРИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЦЕМЕНТОБЕТОННИХ ЗРАЗКІВ БАЛОК

В статті наведені результати дослідження міцнісних характеристик балок, армованих немателевими стержнями. Було виконано випробування зразків бетону, армованого композитною та металевою арматурою різного діаметру. За результатами дослідження визначено міцність на розтяг при згинанні та модуль пружності балок з композитною арматурою. Побудовано графіки залежності прогинів балки від навантаження за результатами випробування бетонних зразків армованих металевою та полімерною арматурою. Виконано порівняльний аналіз роботи металевої та полімерної арматури в бетоні на прикладі стержня діаметром 8 мм, який вказав на вищі міцнісні характеристики композитного армування. В свою чергу, міцність на розтяг при згинанні зразків з композитним та сталевим армуванням відповідно діаметром 8 мм та 10 мм має збіжні значення. Це дає можливість на практиці використовувати композитну арматуру меншим поперечним перерізом.

Відповідну роботу армованих бетонних зразків було змодельовано в програмному комплексі Ліра-САІР. Результати моделювання показали, що приведений прогин балок

армованих композитними стержнями при навантаженні 30 кН, 40 кН має відхилення в середньому -22 %. При цьому приведений прогин зразків армованих металевими стержнями має вищу збіжність з експериментальними значеннями та похибку в межах 10%. Таким чином моделювання роботи балок з композитним армуванням в програмних комплексах потребує уточнення, або введення додаткових коефіцієнтів при розрахунках.

Результати випробовування зразків балок та аналіз властивостей неметалевої арматури дозволяють підготувати пропозиції щодо використання нового виду армування та інженерного розрахунку цементобетонних конструкцій армованих склопластиковими стержнями.

Ключові слова: полімерна арматура, цементобетон, армування, модуль пружності.

Gameliak I.P., Kulak V.V., Tsybul'skiy V.N., Kharchenko A.N.

STUDY OF NON-METALLIC REINFORCEMENT INFLUENCE ON THE CHARACTERISTICS OF CEMENT CONCRETE BEAM SAMPLES PROPERTIES

The article presents the results of a study of the strength characteristics of beams reinforced with non-metal rods. Tests were performed on concrete samples reinforced with composite and metal reinforcement of different diameters. Based on the results of the study, the tensile strength in bending and the modulus of elasticity of beams with composite reinforcement were determined. Graphs of the dependence of the beam deflections on the load are constructed based on the results of testing concrete samples reinforced with metal and polymer reinforcement. A comparative analysis of the work of metal and polymer reinforcement in concrete was carried out using the example of a rod with a diameter of 8 mm, which indicated higher strength characteristics of composite reinforcement. In turn, the tensile strength in bending of samples with composite and steel reinforcement, respectively, with a diameter of 8 mm and 10 mm has adjacent values. This allows in practice to use composite reinforcement with a smaller cross section.

The corresponding work of reinforced concrete samples was modeled in the Lira-SAPR software package. The simulation results showed that the reduced deflection of beams reinforced with composite rods at a load of 30 kN, 40 kN has an average deviation of -22%. At the same time, the reduced deflection of samples reinforced with metal rods has a higher convergence with the experimental values and a discrepancy within 10%. Thus, the modeling of the operation of beams with composite reinforcement in software systems requires clarification, or the introduction of additional coefficients in the calculations.

The results of testing samples of beams and analysis of the properties of non-metallic reinforcement make it possible to prepare proposals for the use of a new type of reinforcement and engineering calculation of cement concrete structures reinforced with fiberglass rods.

Key words: fiberglass reinforcement, cement concrete, reinforcement, modulus of elasticity.

Гамеляк І.П., Кулак В.В., Цыбульський В.Н., Харченко А.Н.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ АРМАТУРЫ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ СВОЙСТВ ЦЕМЕНТОБЕТОННЫХ ОБРАЗЦОВ БАЛОК

В статье приведены результаты исследования прочностных характеристик балок, армированных неметалловыми стержнями. Были выполнены испытания образцов бетона, армированного композитной и металлической арматурой разного диаметра. По результатам исследования определена прочность на растяжение при изгибе и модуль упругости балок с композитной арматурой. Построены графики зависимости прогибов балки от нагрузки по результатам испытания бетонных образцов армированных металлической и полимерной арматурой. Проведен сравнительный анализ работы металлической и полимерной арматуры в бетоне на примере стержня диаметром 8 мм, который указал на более высокие прочностные характеристики композитного армирования. В свою очередь, прочность на растяжение при изгибе образцов с композитным и стальным металлической и полимерной арматурой диаметром 8 мм и 10 мм имеет смежные значения. Это позволяет на практике использовать композитную арматуру меньшим поперечным сечением.

Соответствующая работа армированных бетонных образцов была смоделирована в программном комплексе Лира-САПР. Результаты моделирования показали, что приведенный прогиб балок армированных композитными стержнями при нагрузке 30 кН,

40 кН имеет отклонение в среднем -22 %. При этом приведенный прогиб образцов армированных металлическими стержнями имеет более высокую сходимость с экспериментальными значениями и расхождение в пределах 10%. Таким образом, моделирование работы балок с композитным армированием в программных комплексах требует уточнения, или ввода дополнительных коэффициентов при расчетах.

Результаты испытания образцов балок и анализ свойств неметаллической арматуры позволяют подготовить предложения по использованию нового вида армирования и инженерного расчета цементобетонных конструкций, армированных стеклопластиковыми стержнями.

Ключевые слова: полимерная арматура, цементобетон, армирование, модуль упругости.

УДК 539.3:624.21.095

Гамеляк І.П., Кулак В.В., Цибульський В.М., Харченко А.М. Дослідження впливу неметалевої арматури на характеристики властивостей цементобетонних зразків балок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 109. – С. 152-163.

У статті наводяться результати випробування зразків бетону, армованого композитною та металевою арматурою різного діаметру, а також здійснено порівняння характеристик металевої та полімерної арматури.

Ил. 10. Табл. 2. Бібліогр. 14 назв.

UDC 539.3:624.21.095

Gameliak I.P., Kulak V.V., Tsybulskiy V.N., Kharchenko A.N. Study of non-metallic reinforcement influence on the characteristics of cement concrete beam samples properties // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: KNUBA. 2022. – Issue 109. – P. 152-163.

The article presents the results of testing concrete samples reinforced with composite and metal reinforcement of different diameters, as well as a comparison of the characteristics of metal and fiberglass reinforcement.

Fig. 10. Tab. 2. Ref. 14.

УДК 539.3:624.21.095

Гамеляк І.П., Кулак В.В., Цибульський В.Н., Харченко А.Н. Исследование влияния неметаллической арматуры на характеристики свойств цементобетонных образцов балок // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К.: КНУБА, 2022. – Вып. 109. – С. 152-163.

В статье приводятся результаты испытания образцов бетона, армированного композитной и металлической арматурой разного диаметра, а также сравнение характеристик металлической и полимерной арматуры.

Ил. 10. Табл. 2. Библиогр. 14 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри аеропортів НТУ, ГАМЕЛЯК Ігор Павлович.

Адреса робоча: 01010 Україна, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, ГАМЕЛЯКУ Ігорю Павловичу.

Адреса домашня: 08205 Україна, м. Ірпінв, вул. Університетська 12, ГАМЕЛЯКУ Ігорю Павловичу

Роб. тел. +38 (044) 280-70-73

Мобільний тел.: +38 (050) 352-41-24

E-mail: gip65n@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-9246-7561>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): аспірант НТУ, КУЛАК Володимир Васильович

Адреса робоча: 01010 Україна, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, КУЛАКУ Володимиру Васильовичу.

Адреса домашня: 01103 Україна, м. Київ, вул. Михайла Бойчука 40а, КУЛАКУ Володимиру Васильовичу

Роб. тел. +38 (068) 641-62-30

Мобільний тел.: +38 (68) 6416230

E-mail: vovakulak@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0392-3690>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший викладач кафедри опору матеріалів та машинознавства НТУ, ЦИБУЛЬСЬКИЙ Віталій Миколайович

Адреса робоча: 01010 Україна, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, ЦИБУЛЬСЬКОМУ Віталію Миколайовичу.

Адреса домашня: 02081 Україна, м. Київ, вул. Здобунівська, 11, кв.16, ЦИБУЛЬСЬКОМУ Віталію Миколайовичу

Роб. тел. +38 (044) 280-43-68

Мобільний тел.: +38 (097) 705-88-76

E-mail: mega.sopromat@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-3150-3965>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри транспортного будівництва та управління майном НТУ, ХАРЧЕНКО Анна Миколаївна.

Адреса робоча: 01010 Україна, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, ХАРЧЕНКО Анні Миколаївні.

Адреса домашня: 02055 Україна, м. Київ, пр-т П. Григоренка, 14, кв.166, ХАРЧЕНКО Анні Миколаївні

Роб. тел. +38 (044) 280-79-09

Мобільний тел.: +38 (067) 255-76-68

E-mail: anna-x3@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-8166-6389>

УДК 624.014 (623.093, 351.86)

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКІВ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ ВИМОГ ДО ІНЖЕНЕРНОГО ЗАХИСТУ ОБ'ЄКТІВ КРИТИЧНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ ВІД БПЛА ТИПУ БАРАЖУЮЧИЙ БОСПРИПАС

В.І. Коцюруба¹,

д-р техн. наук, професор, заслужений винахідник України

А.С. Білик²,

канд. техн. наук, доцент

А.О. Веретнов³,

канд. техн. наук, провідний науковий співробітник

Г.С. Гайдарли¹,

канд. істор. наук

Р.М. Борга¹,

ад'юнкт

Б.І. Тертишний¹,

ад'юнкт

¹ *Національний університет оборони України імені Івана Черняховського*

² *Київський національний університет будівництва і архітектури*

³ *Центральний науково-дослідного інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.164-183

У статті запропоновано методику розрахунків і способи інженерного конструктивного захисту об'єктів критичної інфраструктури від дії БПЛА типу баражуючий босприпас.

Ключові слова: об'єкти критичної інфраструктури, ураження, вибух, інженерний захист, сталеві конструкції.

1. Вступ

Актуальність. Не маючи змоги досягти успіхів на полі бою, рф вдається до терору цивільного населення та знищення об'єктів критичної інфраструктури (ОКІС) [3, 6] на території України. Внаслідок збройної агресії рф на території України вже уражена досить велика кількість об'єктів електроенергетичної системи, газотранспортної системи і нафтовидобувної промисловості України. Головним чином рф застосовуються повітряні атаки за допомогою різноманітних ракет та БПЛА. Відтоді найнагальнішим є завдання захисту ОКІ від повітряних атак. Інтегральна система протидії атакам на ОКІ, збудована по принципу «країна-фортеця», зокрема у Ізраїлі, характеризується ешелонованою протиповітряною обороною, сполученою із комплексними заходами цивільного та інженерного захисту. Слід зазначити, що у Ізраїлі, США,

деяких інших країнах – вже на стадії проектування ОКІ передбачають інженерний захист, зокрема занурення під землю ключових елементів, відповідні розрахунки на можливу дію повітряних ударів, терористичних атак тощо [18, 19]. В Україні ОКІ мають переважно надземне розташування, їх спорудження відбувалося ще у радянський час, і не передбачало жодних систем захисту чи протидії повітряним загрозам.

2. Мета роботи

Метою роботи є розробка методики розрахунків та обґрунтування вимог до елементів інженерного захисту ОКІ електроенергетичної та газотранспортної систем держави. Такі об'єкти досить часто характеризуються відкритим розташуванням на місцевості, необхідністю провітрювання, неможливістю або утрудненням ведення зварювальних робіт, наявністю підходу патрубків, виходів щогл, великою щільністю забудови, потреба наявності технологічних коридорів для обслуговування, протипожежних розривів та проїздів, насиченістю надземних та підземних комунікацій тощо.

Дана робота є логічним продовженням попередніх досліджень, започаткованих та висвітлених у [1, 2, 8-10, 24-26].

Відсутність підготовки держави до повномасштабної агресії рф, коли планування такого нападу агресором була очевидна, зумовило значне пошкодження ОКІ енергетичної сфери, що наближається до критичного. Тож одним із головних факторів улаштування систем захисту ОКІ являються вкрай стиснені строки на побудову. В таких умовах перспективними виглядають швидко монтовані, збірні, сталеві конструкції.

Основними типами засобів противника для повітряного ураження ОКІ є ракети повітряного, наземного і наводного запуску, а також БпЛА типу «баражуючий боеприпас». В той час, як ракети можуть бути завчасно відстежені і уражені системами ППО, БпЛА типу баражуючий боеприпас, які використовує рф, характеризуються тим, що вони запускаються із мобільних установок, переважно вночі. Низька висота польоту (50-200 м), практична відсутність металевих деталей у корпусі – їх роблять малопомітними для РЛС, а комбінований тип наведення, який до кінця не вивчений, зумовлює стійкість таких БпЛА до засобів РЕБ. Також, масовий запуск противником БпЛА до цілей кількома групами одночасно або по черзі з коротким інтервалом – спричиняють їх високу прохідність до цілі. В реаліях кінця 2022 року найбільш застосовними рф супроти об'єктів критичної інфраструктури України є БпЛА “Shahed-131” та “Shahed-136”. Це БпЛА іранського виробництва, які закуплені рф через брак власних ЛА.

3. Виклад основного матеріалу

Опис ударного БпЛА (баражуючий боеприпас) “Shahed-136”. Основні характеристики БпЛА “Shahed-136” наведені у табличній формі.

Таблиця 1

Характеристика	Опис
Швидкість польоту, км/год	185
Тривалість польоту, год	до 10–13 (за приблизними розрахунками)
Дальність польоту, км	1800–2500 (за припущенням експертів – декілька сотень кілометрів)
Висота польоту, м	60–4000. Під час атаки застосовуються малі висоти Малі висоти (декілька сотень або десятків метрів)
Максимальна злітна вага, кг	Близько 200
Габарити (довжина×розмах крил), мм	3500×2500

Висота польоту “Shahed-136” на маршовій ділянці може варіюватись від 700 м до 2000 м, на підльоті до цілі – до 1500 м. На кінцевому етапі польоту іранські ударні БпЛА після виходу у район визначеної цілі певний час можуть баражувати у цьому районі, після чого знижуються до 150-300 м, а перед атакою цілі здійснюють типовий для більшості баражуючих боєприпасів маневр “гірка”, очевидно для підвищення кінетичної сили удару і з метою ураження верху цілі, як правило, менш захищеного.



Рис.1. Вигляд іранського експерименту із атаки БпЛА “Shahed-136” [27]

БпЛА “Shahed-136” мають незначну швидкість польоту на маршовій ділянці (максимальна до 185 км/год, а середня швидкість, що спостерігалася – 140–150 км/год) [7, 12]. При горизонтальному русі швидкість апарату може сягати до 45 м/с на висоті 200 м. При пікіруванні швидкість апарату може сягати до 50-60 м/с. Кут атаки цілі складає 40-

60⁰. Експертами відмічена низька кінетика баражуючих боєприпасів “Shahed-136”, що пов’язано із відносно невеликими швидкостями навіть на кінцевій траєкторії наведення на ціль.

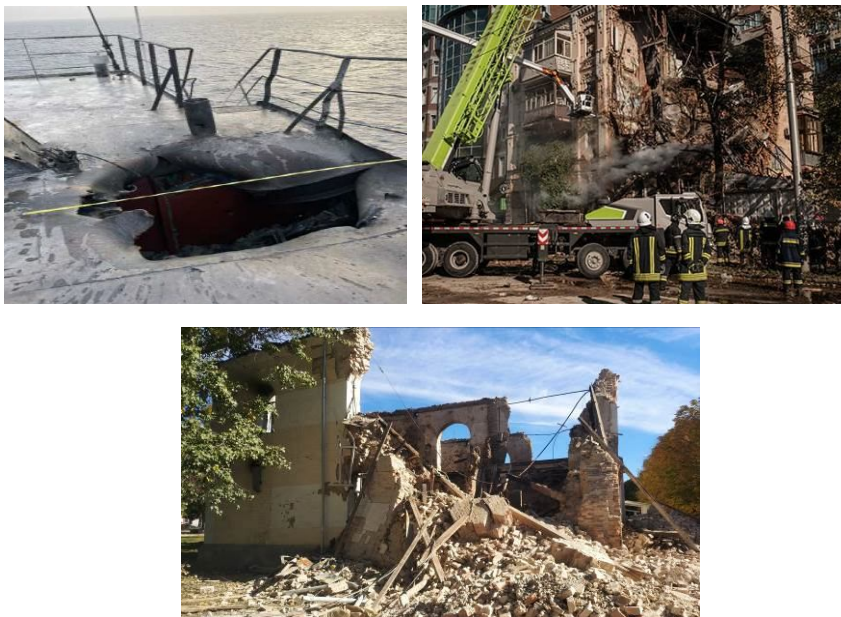


Рис. 2. Наслідки влучання «Shahed-136» у човен з металевим корпусом [22]; у житловий будинок в Києві; у будівлю в Білій Церкві

Конструктивні характеристики БпЛА. Компонівка планера БпЛА “Shahed-136” – класичне дельтавидне крило.

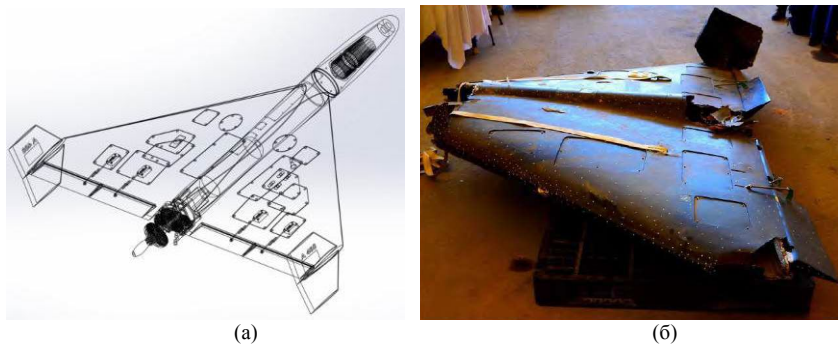


Рис. 3. БпЛА «Shahed-136»: (а) - загальний вигляд і структурна будова, (б) - пошкоджений корпус

Аналіз уламків “Shahed-136” дозволяє зробити висновок, що апарат має несучий корпус, без додаткового внутрішнього каркасу. З’єднання –

клейові, а також за допомогою металевих кутникових елементів, які кріпляться на болтах, і також частково виступають додатковими елементами жорсткості. Встановлено, що матеріал, з якого виготовлений корпус – стільниковий арамід [28]. Панелі зі стільникового арамід утворюють несучий елемент шляхом обклеювання із двох сторін обшивкою із склотканини завтовшки 0,13 мм [29]. Зовні на тканині нанесене акрилове покриття для захисту від вологи, надання кольору і для аеродинамічної обтічності, сукупна товщина тканини із акриловим покриттям становить 0,4 мм. Основні несучі частини корпусу (фюзеляж, крила) – виготовлені із товщиною несучої обшивки 11,4 мм. Другорядні і невеликі за розмірами частини корпусу (стабілізатори, елерони) – виготовлені із товщиною несучої обшивки 6,6 мм.



Рис. 4. Несуча товщина обшивки; кутикові металеві елементи кріплень панелей на болтах

Бойова частина. БпЛА “Shahed-131” за результатами досліджень, має комбіновану, осколково-мульти-кумулятивну дію. Бойова частина (БЧ) БпЛА “Shahed-131” конструктивно є подовженим зарядом діаметром 140 мм та довжиною 485 мм без урахування висоти виконавчого (підривного) пристрою, з сегментами готових уражуючих елементів та вмонтованими ударними ядрами овальної форми, розташованими в шаховому порядку і рівномірно розподіленими по довжині корпусу основного заряду, на однаковій відстані. Бойова частина виконана з фрезованої сталеві труби, яка заздалегідь покрита шаром нікелю, гальванічним методом. З нижньої сторони розташована кумулятивна лінза, виготовлена з міді завтовшки 3 мм, діаметром 130 мм, висотою 90 мм. Це основна, передня кумулятивна дія. У верхній частині заряду, на клейовій основі, по колу бойової частини розташовані готові уражуючі елементи з металу сріблястого кольору, кубічної форми, двох типорозмірів: розміром 10x10x10 мм вагою 7.5 грамів кожен, загальною кількістю 88 шт.; та розміром 8x8x8 мм, 1080 шт., кожен з яких вагою 4 грама, розташовані за першим колом уражуючих елементів верхньої та нижньої частин в кількості по 10 рядів, загальна кількість – 22 ряди. Уражуючі елементи ззовні покриті шаром поліефірної смоли та армовані скло-тканинною сіткою, яка забезпечує міцність зовнішнього шару. Загальна вага

уражуючих елементів – 4980 г. Вага бойової частини, включаючи матеріал корпусу заряду, вибухову речовину, кумулятивну лінзу, готові уражаючі елементи, ударні ядра, елементи кріплення та фіксації становить 19,5 кг. Основний розривний заряд виготовлений методом лиття розплаву вибухової речовини (ВР), у заздалегідь підготовлений корпус, з вмонтованими елементами ураження – кумулятивною лінзою, готовими уражуючими елементами та ударними ядрами. Подовжене ударне ядро овальної форми виготовлено з міді методом гарячого пресування після відливки в форму, довжиною 90 мм, завширшки 63 мм, товщиною 4 мм в кількості 18 штук, вагою 140 г кожне.

Матеріал ВР однорідний, без наявних порожот та видимих кристалів гексогену, світло-коричневого кольору, густина заливки ВР ТГ-50 (сплав тротилу з гексогеном 50/50) становить – $1,64-1,68 \text{ г/см}^3$, швидкість детонації – 7650-7800 м/с. Вага заряду ВР ТГ-50 становить 10 кг. Підричник інерційного типу із годинниковим механізмом відтермінування зведення. Ідентифікація стану пристрою позначається червоним (бойове положення) та зеленим (транспортне положення) кольором. В нижній частині підричника приєднано алюмінієву трубу з шістьма циліндричними шашками ВР, діаметром 25 мм та висотою 19 мм, загальною вагою 90 грам. При зіткненні з перешкодою, інерційний механізм наколює капсуль-спалахувач, що в свою чергу призводить до спрацювання детонатора, проміжного детонатора та передає детонацію основному заряду ВР. Підричник не має механізму переводу в безпечний стан, механізму невилучення, механізмів самоліквідації та самонейтралізації.

Дані щодо бойової частини у БпЛА “Shahed-136” варіюються у різних джерелах по різному. Найбільш достовірний прогноз – інтегрована БЧ контактної дії вагою близько 40-50 кг (за припущенням експертів вага БЧ становить близько 25% від максимальної злітної ваги). За даними англійських дослідників [22], аналіз уламків “Shahed-136” після вибуху і вибухохімічні тести виявили наявність ВР – гексогену. Аналіз зображень після вибуху і випробування вибухових хімічних речовин показали, що досліджений апарат ймовірно містив кумулятивну боєголовку, як і вищеописаний “Shahed-131”. Також, креслення показують (див. рис. 3), що бойова частина може бути оточена стержневими елементами ураження. В той же час аналізи влучань у об’єкти на території України свідчать про те, що бойова частина має насамперед фугасну дію, можливо дещо підсилену запалювальною дією решток пального у баку (рис. 2). Для розрахунків прийнято, що вага бойової частини 50 кг, із них вага ВР – 30 кг (гексоген-тротил 50/50). У даній роботі розглядається ураження тільки від БпЛА “Shahed-136”, так як його бойова частина значно більша, та небезпечніша, за аналогічну у БпЛА «Shahed-131».

Методика розрахунків і проектування захисних екранів та конструкцій від влучань БпЛА типу “Shahed-136”. Статистика щодо ефективності БпЛА типу «Shahed» свідчить, що тільки приблизно 20% із них мають пряме влучання, натомість 80% влучають у 15-20 метрах від цільового об’єкту, або ж не влучають за різних причин. Отже, чим

більший об'єкт, тим більша імовірність прямого влучання у нього, і тим складніший тип інженерного захисту має бути розглянутий.

В даній роботі розглядаються першочергові заходи інженерного захисту, які можуть бути влаштовані у максимально короткі строки, виходячи із наявних ресурсів. При непрямих влучаннях і відносних малих розмірах об'єктів, першочергові заходи із їх інженерного захисту включають в себе огороження фортифікаційними габіонами, із засипанням ґрунтом, улаштування перекриттів над об'єктами за допомогою дерев'яних, залізобетонних і сталезалізобетонних елементів тощо. Горизонтальні та вертикальні захисні товщі при цьому переважно можуть бути підібрані за довідниками, і тому в даній роботі не розглядаються.

Натомість для великих за розмірами та/або для ключових елементів в складі ОКІ, має бути розглянутий випадок прямого влучання. При цьому звичайні заходи огорожувального інженерного захисту – є мало прийнятними, так як мають конструктивні обмеження в улаштуванні, не забезпечують колового захисту об'єкта, та вимагають значних захисних товщ при прямих влучаннях. Також, при обтіканні вибуховою хвилею малої перешкоди, за нею утворюється область, де тиск нижче, ніж у падаючої хвилі. Але вже на невеликій відстані за перешкодою фронт вибухової ударної хвилі (ВУХ) знову змикається і тиск відновлюється. Тому невелика перешкода (низька стінка з габіонів, мішків з піском тощо) може забезпечити захист від ВУХ тільки безпосередньо за нею [14].

Таким чином, незамкнений захист із постановки стін часткового укриття може бути тільки протиосколковим, або гасити залишкову вибухову хвилю на віддалі від об'єкту.

Виходячи із наведених характеристик БпЛА типу «Shahed», найбільш ефективним методом інженерного захисту від них ОКІ – є створення безпечних відстаней до об'єкта, тобто віддалення місця можливого влучання від об'єкта.

Для відповідальних споруд і устаткування ОКІ з точки зору інженерного захисту необхідне зведення захисних конструкцій суцільного укриття, які перекривають своїм профілем усю можливу зону ураження засобами противника. Тому у даній роботі пропонується принципове вирішення першочергового кругового інженерного захисту найбільш відповідальних споруд і устаткування ОКІ за допомогою двох рівнів: захисного екрану та непроникної оболонки (типу “саркофагу”).

На першому рівні, встановлення захисних екранів, із стержневих або гнучких металевих елементів дозволяє віднести точку контакту БпЛА.

Аналогом у цивільному будівництві є боларди, які унеможливають прямий наїзд автомобіля на каркас будівлі, та відносять місце можливого вибуху автівки при здійсненні терористичних актів подалі від будівлі [1, 18].

При влученні БпЛА типу “Shahed-136” у захисний екран, можливі два випадки:

1) Відбувається механічне руйнування і зупинка БпЛА без ініціації бойової частини (найбільш бажаний варіант).

2) Відбувається передчасна ініціація заряду бойової частини БПЛА. При цьому грає роль відстань, на яку віднесений екран, і яка дозволяє зменшити тиск фронту ВУХ до прийнятних величин.

На другому рівні засобом інженерного захисту виступає захисна оболонка («саркофаг»), що має у граничних випадках витримати тиск ВУХ та уламки від вибуху бойової частини на екрані.

Схематично принципи кругового інженерного захисту ОКІ від прямих влучань БПЛА типу “Shahed” наведений на рис. 5.

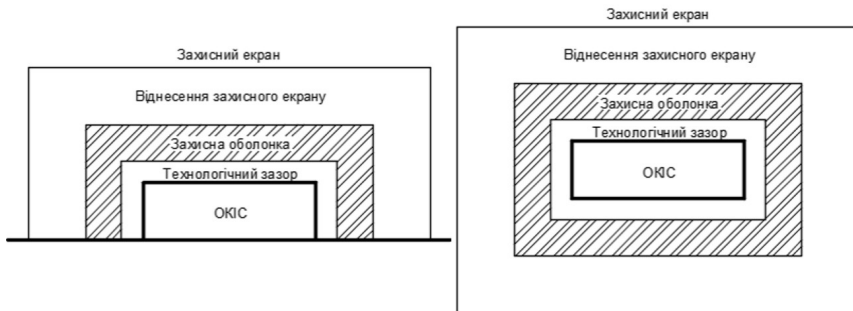


Рис. 5. Пропонована принципова схема системи кругового інженерного захисту ОКІ від прямих влучань БПЛА типу “Shahed”

В самому екрані у випадку вибуху бойової частини БПЛА, допускається частковий руйнування при ініціюванні бойової частини, екран на вибух не розраховується. Це виправдано із точки зору економічності та безпеки, натомість екран підлягає наступному відновленню, для чого має бути ремонтно-придатним (збірним із модульних елементів на болтових або подібних з’єднаннях).

В даній статті розглядаються спрощені аналітичні методики розрахунку. Точні методики вимагають проведення чисельних та натурних експериментів. Пропонована послідовність розрахунків наступна.

А. Захисний екран і конструкції, на які він спирається, розраховується на:

1. Власну вагу, атмосферні та інші тривіальні навантаження за методиками [4, 5].

2. Механічний удар від точкового влучення БПЛА.

При розрахунках ураховується, що ОКІ відносяться до класу наслідків ССЗ за [5], проте категорія відповідальності елементів може бути різною. Фактично, через значні навантаження у аварійному сполученні, снігові, ожеледні, температурні, інші навантаження – можуть не розглядатися, сполучення із ними не будуть визначними. Проте вони можуть стати визначальними при нормальній експлуатації, так як їх прикладення інакше, ніж удар, або вибух.

Сила удару – це сила, яка діє на фізичне тіло при контакті з іншим фізичним тілом. Формула розрахунку сили удару [11]:

$$F = m \cdot (V_1 - V_2) / d_t, \quad (1)$$

де F – сила удару в ньютонках; m – маса тіла в кілограмах, яку прийнято рівною спорядженій масі БпЛА 200 кг, (консервативно, так як при влучанні у об'єкт у БпЛА буде зменшена вага за рахунок витрат пального); V_1 – швидкість на початку удару в м/с; прийнято рівною 50 м/с (180 км/год); V_2 – швидкість після удару в м/с; прийнято рівною 0, екран повністю зупиняє БпЛА; d_t – час контакту в секундах.

Для одиночного тіла (БпЛА типу моноплан) час контакту прийнято емпірично рівним $d_t = 0,05$ с, (порівняно невелика швидкість БпЛА, поступовість деформацій його конструкції, яка менш жорстка, ніж екран, або в'язкість канатів або стержнів гнучкого екрану). Прийняте значення співрозмірне із часом взаємодії автівок із перешкодами при краш-тестах [15].

Отримуємо характеристичне значення навантаження $F = 200$ кН. Оскільки мова йде про живучість конструкцій, прогинами при розрахунках можна знехтувати [1, 4]. Для аварійних випадків живучості беруться навантаження та характеристики матеріалів беруться із своїми характеристичними значеннями.

В. Конструкції захисної оболонки об'єкту, розраховуються на:

1. Власну вагу, атмосферні та інші тривіальні навантаження за методиками [4, 5].

2. ВУХ від можливого вибуху бойової частини БпЛА на відстані екрану.

3. Непроникність уламків і елементів ураження від бойової частини БпЛА при його вибуху на захисному екрані.

За результатами розрахунків, екрани розташовуються на віддалі від захисної оболонки споруди по горизонталі та вертикалі так, щоби створити необхідну безпечну відстань, яка би унеможливила руйнування від ВУХ, або пробиття оболонки і ураження об'єкту, який захищається.

ВУХ залежить головним чином від маси заряду ВР, відстані від центру вибуху та умов середовища. Оскільки вибух БпЛА відбувається на захисному екрані, прийнято що вибух повітряний, висота влучання варіативна. Також, віднесення екрану порядку 3-6 м дозволяє виключити урахування відбивання ВУХ ґрунтом основи. Огляд методик аналітичного розрахунку показав, що для оголошених умов, найбільш прийнятними є формули наведені у [14]. Згідно них, параметри вибуху залежать від приведеної відстані

$$\bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{Q_{ef}}}, \quad (2)$$

де R – віднесення точки вибуху від об'єкту, що досліджується, ефективна маса $Q_{ef} = (1 - \varepsilon)\alpha M_{ex}$, ε – частка енергії вибуху, що витрачається на утворення воронки (для скельних порід $\varepsilon = 0,05$; для м'яких ґрунтів $\varepsilon = 0,2$; якщо вибух йде у повітрі без утворення воронки $\varepsilon = 0$); α – відношення питомої енергії вибуху ВВ до питомої енергії тротилу (ТНТ). Надлишковий тиск на фронті ВУХ рівний:

$$\Delta p_f = \left(\frac{0.92}{\bar{R}} + \frac{3.5}{\bar{R}^2} + \frac{10.6}{\bar{R}^3} \right) \text{ при } 1.2 \leq \bar{R} \leq 17.8, \quad (3.1)$$

$$\Delta p_f = 4.2 \bar{R}^{-1.45} \text{ при } 17.8 \leq \bar{R} \leq 1000. \quad (3.2)$$

Швидкість розльоту уламків при вибусі [16]:

$$V_p = 0.5D \sqrt{\varphi_1 \alpha / (2 + \alpha / \varphi)} \quad (4)$$

залежить від параметра $\alpha = m_{вр}/m_m$; $m_{вр}$ – маса вибухової речовини бойової частини; m_m – маса металу корпусу бойової частини. Маса металу корпусу бойової частини “Shahed-136” невідома, але по відносній аналогії із “Shahed-131”, може бути прийнята 20 кг, з огляду також на те, що корпус БпЛА неметалевий і легко руйнується вибухом, не створюючи сильно небезпечних уламків; φ – коефіцієнт, який враховує форму бойової частини, рівний 3,33 для сферичної, 4 для циліндричної та 6 для плоскої форми. Прийнято із конструкції БпЛА циліндричну форму; $\varphi_1 = 0,8-0,9$ – коефіцієнт, який враховує втрати енергії, які йдуть на руйнування оболонки або на прорив продуктів детонації в зазори і передається осколками до повітря у момент розльоту. Може бути прийнято 0,9, так як оболонка ВР гіпотетично нетовста; D – швидкість детонації ВР, наведена вище, 7700 м/с.

Швидкість руху БпЛА у швидкості руху уламків у фронтальній ВУХ не враховуємо, так як БпЛА рухається повільно відносно уламків, а момент вибуху взагалі відповідає фактичній зупинці планера в момент ініціації заряду при ударі з перешкодою. Для обраних умов, $D = 2998$ м/с; $V_p = 3077$ м/с.

З’ясуємо проникну здатність уламків. Для надзвукових швидкостей влучання, коли швидкість боєприпасу V_c перевищує швидкість звуку матеріалу перешкоди може бути використана наступна формула глибини проникання в матеріал [13]:

$$h = \frac{l_0}{2\chi_0} \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} \ln \left(1 + \chi_0 \frac{\rho_{01} V_c^2}{H} \right), \quad (6)$$

де χ_0 – коефіцієнт форми головної частини боєприпасу, для боєприпасу з конічною головною частиною $\chi_0 = \sin^2 d$ (d – кут конусності), а для боєприпасу з оживальною головною частиною $\chi_0 = (8(R/d) - 1) / (24(R/d)^2)$. R – радіус оживала; d – калібр боєприпасу. Уламки при руйнуванні БпЛА імовірно не будуть мати строгих форм. Проте, у першому наближенні, може бути прийнята аналогія боєприпасу з конічною головною частиною і кутом конусності $d = 45^\circ$. Тоді $\chi_0 = 0,5$. ρ_{01} , ρ_{02} – відповідно густина матеріалу перешкоди та конструкції боєприпасу. Відповідно густина матеріалу уламків може бути прийнята $\rho_{02} = 2700$ кг/м³, як для дюралюмінію. Густина матеріалу перешкоди у прийнятій конструкції оболонки залежить від її заповнення. H –

динамічна твердість матеріалу перешкоди. l_0 – довжина боєприпасу. Як було зазначено вище, при влученнях БпЛА “Shahed-136”, слідів спеціальних елементів ураження виявлено не було. Отже, уламками, які мають проникну дію, можуть бути металеві частини конструкції самого БпЛА, або/та частини металевого екрану при його руйнуванні вибухом. Спеціальні елементи ураження, як то виявлені у бойовій частині БпЛА “Shahed-131” є занадто малі, щоби чинити серйозну проникну дію до конструкції захисної оболонки (див. вище). Отже, небезпечні крупні уламки, які утворюються при руйнуванні конструкції самого БпЛА скоріше визначаються його найбільшими металевими деталями. Це дюралюмінієві кутики кріплення (двигун більший, але знаходиться у задній частині і відлітає назад від цілі). Виміряна довжина кутиків складає $l_0 = 100$ мм.

4. Результати чисельних досліджень

Приклад конструктивного рішення при захисті ОКІ газотранспортної системи. Розглянемо прикладну задачу інженерного захисту установки очищення технологічного газу від прямих влучань БпЛА типу “Shahed-136”. Розміри габаритів установки: ширина 12 м, довжина 19 м, висота 11 м. Зовнішній вигляд установки зображено на рис. 6.



Рис. 6. Зовнішній вигляд установки очищення технологічного газу на об'єкті КІС

Проведемо розрахунки за наведеною вище методикою. Для маси ВР бойової частини $M_{ex} = 30$ кг при складі тротил-гексоген у співвідношенні 50/50, прийнято $\alpha = 1,15$. Віднесення точки влучання у екран від поверхні захисної конструкції оболонки прийнято 4 м.

Відтоді $Q_{ef} = (1 - \epsilon)\alpha M_{ex} = 34,5$ кг, $\bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{Q_{ef}}} = 1,23$, що відповідає

обмеженням застосування формули (3.1). Надлишковий тиск $\Delta p_f = 878$ кПа.

При вибусі БпЛА типу “Shahed-136” на відстані 4-5 м від джерела вибуху падіння швидкості уламків складає всього біля 1% і ним можна знехтувати [17].

Для щільності матеріалу перешкоди прийнято засипний пісок. Зазвичай насипна густина піску складає 1300-1500 кг/м³. Ця величина дуже залежить від вологості – при її підвищенні об'єм піску збільшується. Для розрахунків прийнято $\rho_{01} = 1400$ кг/м³. H – динамічна твердість матеріалу перешкоди; для піску, як дисперсного матеріалу, даних щодо динамічної твердості немає, тому запропоновано прийняти найближче значення для тальку $H = 2400000$ кгс/м².

Відтоді глибина проникання в матеріал становить $h = 1,42$ м. При розрахунках обшивка, яка утримує ґрунт, прийнята в резерв надійності.

З урахуванням наведених результатів, було розроблене проектне рішення каркасу захисного екрану та оболонки “саркофагу” для установки очищення технологічного газу на об’єкті КІС від прямих влучань БПЛА “Shahed-136” (рис. 7). Підібрано перерізи елементів, які відповідають доступним профілям та маркам сталі на ринку металопрокату.

Конструктивна схема оболонки являє собою решітчасту раму з кроком 3 м, в якій стіни обшиті по гілках стояків металевими листами на болтах, що дозволяє засипку ґрунту (пісок) або ґрунтоцементу. На покрівлі улаштовується тільки один лист, підшивний до конструкції по нижньому поясу, по якому також засипається ґрунт.

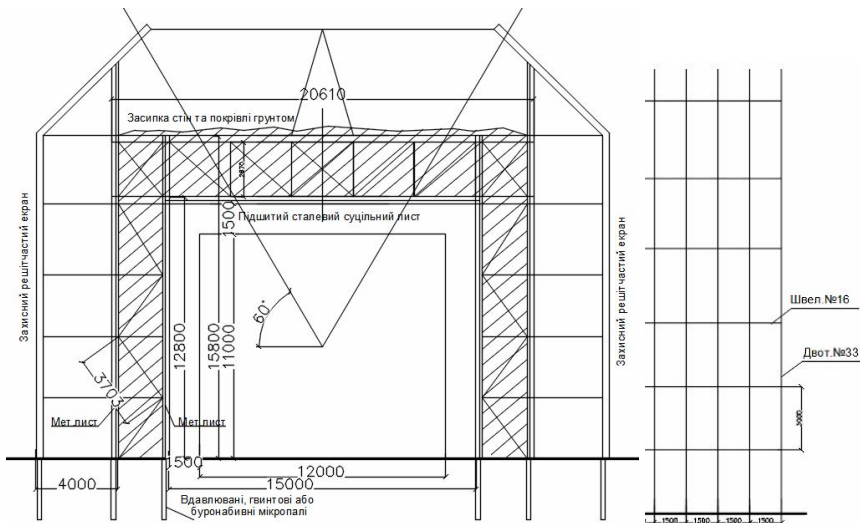


Рис. 7. Переріз пропонованого каркасу укриття для установки очищення технологічного газу на ОКІ від прямих влучань БПЛА “Shahed-136”

Відстань між гілками та поясами в осях складає 2,5 м. На 4 метри попереду споруди винесений захисний решітчастий екран, який являє собою вертикальну клітину 1,5х3 м із двотаврів. Також, із верхніх поясів ферм випускаються на покрівлі стояки, до яких, а також до конструкції захисного екрану кріпляться сталеві троси з чарункою 1,5х3 м.

Фундаменти запропоновано улаштувати із малогабаритних паль – задавлюваних, гвинтових, або буронабивних. Враховуючи щільність підземних комунікацій, палі можуть бути улаштовані нерівномірно, і об'єднуються сталевими, а в необхідних місцях – залізобетонними ростверками, які придають додаткову жорсткість споруді та забезпечують рівномірність осідань.

Модульність та болтові з'єднання елементів, невеликі розміри відправних марок – дозволяють досягти високої ремонтпридатності при ураженнях та експлуатації. З іншої сторони, багатов'язність – забезпечує високу живучість незалежно від напрямку та характеру влучання.

Полегшення покрівлі і стін, особливо при прольотах більше 15-20 м – раціонально досягати за рахунок влаштування замість ґрунтової засипки двох рознесених шарів спеціальних сталі-залізобетонних плит, запроєктованих із урахуванням фортифікаційних вимог (перший, сприймаючий шар плит – жертвний, другий – несучий, уловлюючий). Також, для широких будівель або споруд, може виявитися необхідним улаштування проміжних колон на окремо влаштованих фундаментах у просторі будівлі. З огляду на щільність устаткування, такі колони можливо улаштувати у місцях, найбільш прийнятних для того, а перерозподіл зусиль та перехід до конструкцій захисної оболонки здійснювати за допомогою підкрюквяних конструкцій, аутригерів.

Порядок дій щодо встановлення дворівневого укриття із захисним екраном і канатними елементами по покрівлі (із засипанням ґрунтом у стіни та на покрівлі) запропоновано принципово наступний:

1. Розрахунок та розмітка на місцевості для встановлення елементів укриття.

2. Встановлення перших двох рядів колон від споруди.

3. Монтаж металевих листів обшивки на першому і другому рівні колон поярусно.

4. Поярусне засипання ґрунтом простору між листами першого і другого рівня колон.

5. Монтаж сталевих ферм покриття.

6. Монтаж металевих листів підшивки на фермах покриття.

7. Монтаж стійок на покрівлі під канати.

8. Поярусне засипання ґрунтом шару на покрівлі.

9. Встановлення третього ряду колон від споруди (ряд захисного екрану).

10. Монтаж елементів перемичок екрану.

11. Монтаж канатних екранів на покрівлі.

Труби у верхній частині об'єкта укриття – пропускаються через спеціальні патрубки в покрівлі захисної оболонки. Для убезпечення від накопичення газів можуть бути встановлені додаткові газоаналізатори та улаштована примусова вентиляція із вибухозахищеними клапанами.

Для доступу повітря і виходу його згори в покрівлі захисної оболонки улаштовуються просвіти, які заповнюються частково-проникними екранами, що затримують уламки та послаблюють вибухову хвилю,

проте проникні для повітря. Частково-проникні екрани у захисних оболонках також можуть бути улаштовані для улаштування продухів, а також проходів та дверей [14]. Для пропуску комунікацій, у захисних оболонках мають бути застосовані Г-подібні патрубки, муфти тощо.

5. Висновки. Наукова новизна і практичне значення отриманих результатів

У роботі оголошено нагальну проблематику уразливості ОКІ України, та необхідності їх термінового захисту по принципу “країна-фортеця”, в тому числі інженерними заходами.

Встановлено конструктивні особливості та описано бойову частину БпЛА “Shahed-131” та “Shahed-136”. Вперше запропоновано методику розробки систем захисту ОКІ від прямих влучань БпЛА типу “Shahed”.

Запропоновано новітній підхід до інженерного вирішення захисту найбільш відповідальних елементів ОКІ за допомогою дворівневого захисту, який складається із захисного екрану та непроникної оболонки (“саркофагу”).

Наведено формули та алгоритм для розрахунку параметрів вибухового та осколкового навантаження від БпЛА, а також для обчислення захисних властивостей споруд. В даній роботі розглянуто одиночну живучість, кратна живучість є предметом можливих подальших наукових досліджень.

Наведено практичний приклад розрахунків та конструктивні рішення щодо конкретної ключової споруди об’єкта станції газотранспортної системи, та описане конструктивне рішення при захисті ОКІ, особливості його застосування та спорудження.

Перспективою подальших досліджень уявляється вдосконалення методик розрахунку і проектування об’єктів, диференціація методів і конструктивних рішень інженерного захисту відносно специфіки об’єктів різних типів, а також урахування здатності витримувати інші загрози, окрім БпЛА типу баражуючого боеприпасу.

Захист ОКІ є однією із ключових складових національної безпеки України, який сприяє стійкості держави до зовнішніх та внутрішніх загроз та наближає перемогу України у війні, нав’язаної рф нашій мирній державі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Білик А.С., Коваленко А.І. Порівняння методів розрахунку металевих каркасів висотних будівель на одиничну живучість // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. – Випуск 16. – Київ, Видавництво «Сталь», 2015. – С. 30-40
2. Білик А.С. / Кафедра металевих і дерев’яних конструкцій КНУБА для захисту батьківщини / А. С. Білик, А. В. Пікуль, В. В. Нужний, М. В. Шайдюк // Містобудування та територіальне планування. - 2016. - Вип. 61. - С. 33-44. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/MTP_2016_61_8
3. Бобро Д.Г. Визначення критеріїв оцінки та загрози критичній інфраструктурі / Д.Г. Бобро // Стратегічні пріоритети. – Серія «Економіка». – 2015. – № 4 (37). – С. 83-93.
4. ДБН В.1.2-2:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об’єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування
5. ДБН В.1.2-14:2018. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об’єктів

6. Зелена книга з питань захисту критичної інфраструктури в Україні: зб. матеріалів міжнар. експерт. нарад / Упоряд. Д.С. Бірюков, С.І Кондратов ; за заг. ред. О.М. Суходолі. – К. : НІСД, 2016. – 176 с.
7. Інформаційно-аналітичний матеріал щодо застосування безпілотних авіаційних комплексів з рф Shahed-136 (“Герань-2”), Shahed-129 та Mohajer-6. (затв. Заст. нач. ГШ ЗС України 29.09.2022) Київ. в/ч А4629. - 18 с.
8. Опір матеріалів: Підручник /Г.С.Писаренко, О.Л.Квітка, Е.С.Уманський; за ред.Г.С.Писаренка. – 2-ге вид., допов.і перер. – К.:Вища шк.,2004. – 655 с.
9. “Уроки російсько-української війни 2022 року: воєнні аспекти”(Інформаційно-аналітичні матеріали. Звіт №24) Аналіз досвіду застосування безпілотних літальних апаратів іранського виробництва у російсько-українській війні та рекомендації щодо боротьби з ними 19.03.2022 № 6131/С
10. Балаганский И.А., Мерзиевский Л.А. Действие средств поражения и боеприпасов: Учебник. – Новосибирск: Изд-во НГТУ. - 2004 – 408 с.
11. Бирбраер А.Н. Экстремальные воздействия на сооружения /А. Н. Бирбраер, А. Ю. Роледер. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – 594 с.
12. К установлению характеристик динамики процесса столкновения транспортных средств и наезда на препятствие Т.Г. Гасанов, М.Р. Гусейнов, Механика и машиностроение / Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. № 21, 2011
13. Ударно-волновые процессы взаимодействия высокоскоростных элементов с конденсированными средами : диссертация ... д.т.н. : 01.04.17 / Алексенцева С.Е.; Сам. гос. техн. ун-т - Самара, 2015. - 331 с.
14. Эффективность ракетных комплексов: учебное пособие. Кн. 2 / С.Н. Ельцин; Балт. гос. техн. ун-т. – СПб., 2018. – 117 с.
15. Design of Buildings to Resist Progressive Collapse: UFC 4-023-03 / USA, Department of Defense, 2009. – 245p. – (USA Standard).
16. EN 1991-1-7. Eurocode 1: Actions on structures - Part 4: Part 1-7: General actions - Accidental actions: EN 1991-1. - Brussels: Management Centre, 2006. - 69 p. - (European Standard).
17. Jeyarajan S., Richard Liew J.Y., Koh C.G. Progressive Collapse Mitigation Approaches for Steel-Concrete Composite Buildings // International Journal of Steel Structures. – Basel: KSSC and Springer, 2015. – Volume 15, Issue 1. - p. 175-191
18. Krishna Chaitanya M. Progressive collapse of structures // International Journal of Mechanical Civil and Control Engineering. – Vengatapathy: International Institute of Scientific Research and technology, 2015. – p. 23-29
19. Likely Shahed-136 UAS Technical Report/ FIT UK secret rel Ukraine, - 10 p.
20. Rinsha C., Biju M. Progressive collapse analysis of steel frame structures // International Research Journal of Engineering and Technology. - Volume 4 – Tamilnadu: IRJET, 2017. – p. 1653-1655
21. 'Suicide Drones' Linked to Iran - Режим доступу: <https://www.newsweek.com/suicide-drones-linked-iran-have-made-their-way-yemen-rebels-photos-suggest-1628204>
22. Honeycomb Nomex (product specification) - Режим доступу: <http://ua.haxcorematerial.com/honeycomb-core/nomex-honeycomb/nomex-honeycomb-core.html>
23. Glass filament fabrics for plastics reinforcement (product specification) - Режим доступу: <https://www.swiss-composite.ch/pdf/t-Glas-105g-Koepfer-91111-e.pdf>
24. Коцюруба В.І., Кривцун В.І., Колос О.І. Сукупність показників ефективності невибухових та комбінованих інженерних загороджень для прикриття важливих об'єктів // Збірник наукових праць Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України. Київ, 2019. Вип. 3(74). С. 141–147.
25. Коцюруба В.І., Кривцун В.І. Математична модель визначення бойового функціонування блочної загороджувальної перешкоди // Системи озброєння і військова техніка: шоквартальний науково-технічний журнал. Харків : ХУПС імені І. Кожедуба, 2019. Вип. 2(58). С. 33–38.
26. Коцюруба В.І., Кривцун В.І. Моделювання функціонування блочних загороджувальних перешкод під час прикриття блоків та контрольно-перепускних пунктів від

- вогневих засобів противника // Збірник наукових праць Національної академії Державної прикордонної служби України. Серія : військові та технічні науки. Хмельницький, 2019. № 1(79). С. 163–171.
27. *Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Polyulyak V.M., Cherevko R.M., Ivashchuk O.A., Furman I.I.* Influence of air shock wave on shelter // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 133-144.
28. *Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Tkach M.Y., Holda O.L., Holda M.A., Klontsak M.Y., Mykhailova A.V.* Justification of the requirements for the construction of protective structures by means underground workings in an explosive manner // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 129-140.
29. *Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Cherevko R.M., Androshchuk O.V., Tsybizov A.L., Kryvtsun V.I.* Methodological and scientific approach into the process of calculation a multilayer underground protective structure // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 159-169.

REFERENCES

1. Bilyk A.S., Kovalenko A.I. Porivniannia metodiv rozrakhunku metalevykh karkasiv vysotnykh budivel na odnychnu zhyvuchist (Comparison of methods for calculating metal frames of high-rise buildings for unit durability) // Zbirnyk naukovykh prats Ukrainskoho instytutu stalevykh konstrukttsii imeni V.M. Shymanovskoho. – Vypusk 16. – Kyiv, Vydavnytstvo «Stal», 2015. – S. 30-40
2. *Bilyk A.S.* / Department of Metal and Wooden Structures of the KNUBA for the Protection of the Motherland / A.S. Bilyk, A.V. Pikul, V.V. Nuzhny, M.V. Shaydyuk // Urban Planning and Territorial Planning. - 2016. - Issue 61. - pp. 33-44. Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/MTP_2016_61_8
3. *Bobro D.H.* Vyznachennia kryteriiv otsinky ta zahrozy krytychnii infrastrukturi (Determination of assessment criteria and threats to critical infrastructure) / D.H. Bobro // Stratehichni priorytety. – Serii «Ekonomika». – 2015. – № 4 (37). – S. 83-93.
4. DBN V.1.2-2:2006. Systema zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivelnnykh ob'ektiv. Navantazhennia i vplyvy. Normy proektuvannia (DBN V.1.2-2:2006. The system for ensuring the reliability and safety of construction objects. Loads and influences. Design standards).
5. DBN V.1.2-14:2018. Systema zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivelnnykh ob'ektiv (DBN V.1.2-14:2018. System for ensuring the reliability and safety of construction objects). Comparison of methods for calculating metal frames of high-rise buildings for unit durability.
6. Zelena knyha z pytan zakhystu krytychnoi infrastruktury v Ukraini: zb. materialiv mizhnar. ekspert. narod / Uporiad. D.S. Biriukov, S.I Kondratov ; za zah. red. O.M. Sukhodoli. – K. : NISD, 2016. – 176 s.
7. Informatsiino-analitychnyi material shchodo zastosuvannia bezpilotnykh aviatsiinykh kompleksiv zs rf Shahed-136 (“Heran-2”), Shahed-129 ta Mohajer-6. (zatv. Zast. nach. HSH ZS Ukrainy 29.09.2022) (Informational and analytical material on the use of unmanned aerial systems of the Russian Federation Shahed-136 (“Geranium-2”), Shahed-129 and Mohajer-6. (confirmed Deputy Head of the General Staff of the Armed Forces of Ukraine 09/29/2022) - Kyiv. v/ch A4629. - 18 s.
8. Опір матеріалів: Підручник (Strength of materials: Textbook) /H.S.Pysarenko, O.L.Kvitka, E.S.Umanskyi; za red.H.S.Pysarenka. – 2-he vyd., dopov.i perer. – K.:Vyshcha shk.,2004. – 655 s.
9. “Uroky rosiisko-ukrainskoi viiny 2022 roku: voieni aspekty”(Informatsiino-analitychni materialy. Zvit №24) Analiz dosvidu zastosuvannia bezpilotnykh litalnykh aparativ iranskoho vyrobnytstva u rosiisko-ukrainskii viini ta rekomendatsii shchodo borotby z nymy 19.03.2022 № 6131/S (“Lessons of the Russian-Ukrainian war of 2022: military aspects” (Information and analytical materials. Report No. 24) Analysis of the experience of using Iranian-made unmanned aerial vehicles in the Russian-Ukrainian war and recommendations for combating them 03/19/2022 No. 6131/C).

10. *Balahanskyi Y. A., Merzhyevskiy L.A.* Deistvye sredstv porazheniya y boeprypasov: Uchebnyk (Action of weapons of destruction and ammunition: Textbook). – Novosybrsk: Yzd-vo NHTU. - 2004 – 408 s.
11. *Byrbraer A. N.* Ekstremalnye vozdeistviya na sooruzheniya (Extreme impacts on structures) /A. N. Byrbraer, A. Yu. Roleder. – SPb. : Yzd-vo Polytekh. un-ta, 2009. – 594 s.
12. K ustanovleniyu kharakterystyk dynamyky protsessa stolknoveniya transportnykh sredstv y naezda na prepiatstviye (To establish the characteristics of the dynamics of the process of the collision of vehicles and hitting an obstacle T.G. Hasanov, M.R. Huseynov, Mechanics and mechanical engineering) / T.H. Hasanov, M.R. Huseinov, Mekhanika y mashynostroenye / Vestnyk Dahestanskoho hosudarstvennogo tekhnicheskoho unyversyteta. Tekhnicheskyye nauky. № 21, 2011.
13. Udarno-volnovyye protsessy vzaymodeistviya vysokoskorostnykh elementov s kondensirovannymi sredmami: dySSERTatsiya ... d.t.n. : 01.04.17(Shock-wave processes of interaction of high-speed elements with condensed media: thesis ... Ph.D. : 01.04.17) / Aleksentseva S.E.; Sam. hos. tekhn. un-t - Samara, 2015. - 331 s.
14. Effektivnost raketnykh kompleksov: uchebnoe posobyie. Kn. 2 (Effectiveness of missile complexes: textbook. Book 2)/ S.N. Eltsyn; Balt. hos. tekhn. un-t. – SPb., 2018. – 117 s.
15. Design of Buildings to Resist Progressive Collapse: UFC 4-023-03 / USA, Department of Defense, 2009. – 245p. – (USA Standard).
16. EN 1991-1-7. Eurocode 1: Actions on structures - Part 4: Part 1-7: General actions - Accidental actions: EN 1991-1. - Brussels: Management Centre, 2006. - 69 p. - (European Standard).
17. Jeyarajan S., Richard Liew J.Y., Koh C.G. Progressive Collapse Mitigation Approaches for Steel-Concrete Composite Buildings // International Journal of Steel Structures. – Basel: KSSC and Springer, 2015. – Volume 15, Issue 1. - p. 175-191
18. Krishna Chaitanya M. Progressive collapse of structures // International Journal of Mechanical Civil and Control Engineering. – Vengatapathy: International Institute of Scientific Research and technology, 2015. – p. 23-29
19. Likely Shahed-136 UAS Technical Report/ FIT UK secret rel Ukraine, - 10 p.
20. Rinsha C., Biju M. Progressive collapse analysis of steel frame structures // International Research Journal of Engineering and Technology. - Volume 4 – Tamilnadu: IRJET, 2017. – p. 1653-1655
21. 'Suicide Drones' Linked to Iran - Access mode: <https://www.newsweek.com/suicide-drones-linked-iran-have-made-their-way-yemen-rebels-photos-suggest-1628204>
22. Honeycomb Nomex (product specification) - Access mode: <http://ua.haxcorematerial.com/honeycomb-core/nomex-honeycomb/nomex-honeycomb-core.html>
23. Glass filament fabrics for plastics reinforcement (product specification) - Access mode: <https://www.swiss-composite.ch/pdf/t-Glas-105g-Koeper-91111-e.pdf>
24. *Kotsiuruba V., Kryvisun V., Kolos O.* Sukupnist pokaznykiv efektyvnosti nevybukhovyykh ta kombinovanykh inzhenernykh zahorodzhen dlia prykryttya vazhlyvykh ob'ektiv (A set of indicators of the efficiency of non-explosive and combined engineering barriers for covering important objects) // Zbirnyk naukovykh prats Tsentralnogo naukovo-doslidnogo instytutu Zbroinykh Syl Ukrainy. - Kyiv, 2019. Vyp. 3(74). - S. 141–147.
25. *Kotsiuruba V., Kryvisun V.* Matematychna model vyznachennia boiovoho funktsionuvannia blochnoi zahorodzhuvalnoi pereshkody (A mathematical model for determining the combat functioning of a block blocking obstacle) // Systemy ozbroiennia i viiskova tekhnika: shchokvartalnyi naukovo-tekhnichnyi zhurnal. - Kharkiv: KhUPS imeni I. Kozheduba, 2019. Vyp. 2(58). - S. 33–38.
26. *Kotsiuruba V., Kryvisun V.* Modeliuvannia funktsionuvannia blochnykh zahorodzhuvalnykh pereshkod pid chas prykryttya blokpostiv ta kontrolno-perepusknykh punktiv vid vohnevyykh zasobiv protivnyka (Modeling the functioning of block blocking obstacles during the covering of checkpoints and checkpoints from enemy firepower) // Zbirnyk naukovykh prats Natsionalnoi akademii Derzhavnoi prykordonnoi sluzhby Ukrainy. Seriya : viiskovi ta tekhnichni nauky. - Khmelnytskyi, 2019. № 1(79). - S. 163–171.
27. *Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovskiy V.O., Polyulyak V.M, Cherevko R.M., Ivashchuk O.A., Furman I.I.* Influence of air shock wave on shelter // Strength of Materials and Theory

- of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 133-144.
28. *Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Tkach M.Y., Holda O.L., Holda M.A., Klontsak M.Y., Mykhailova A.V.* Justification of the requirements for the construction of protective structures by means underground workings in an explosive manner // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 129-140.
29. *Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Cherevko R.M., Androshchuk O.V., Tsybizov A.L., Kryvtsum V.I.* Methodological and scientific approach into the process of calculation a multilayer underground protective structure // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 159-169.

Стаття надійшла 07.10.2022

Коцюрuba B.I., Білик A.C., Веретнов A.O., Гайдарли Г.С., Борта P.M., Тertiшньий B.I.

МЕТОДИКА ОБҐРУНТУВАННЯ ВИМОГ ТА ІНЖЕНЕРНОГО ЗАХИСТУ ОБ'ЄКТІВ КРИТИЧНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ ВІД БПЛА ТИПУ БАРАЖУЮЧОЇ БОЄПРИПАС

Анотація. Мета дослідження. Мета роботи – розробити методику розрахунків та обґрунтування вимог до елементів інженерного захисту об'єктів критичної інфраструктури (ОКІ) електроенергетичної та газотранспортної систем України від БПЛА типу «Шахед». **Методологія.** Розглянуто характеристики та конструкцію БПЛА «Шахед». Встановлено, що найбільшу небезпеку становлять БПЛА типу "Шахед-136", які мають найбільшу бойову частину. Для великих та/або ключових споруд ОКІ розглядається випадок прямого влучання БПЛА. Обґрунтовано вимоги до облаштування та запропоновано принципове рішення першочергового кільцевого інженерного захисту найважливіших споруд та обладнання ОКІ. Він включає два шари: захисний екран і непроникну оболонку. Захисний екран призначений для знищення БПЛА або передчасного підриву його заряду. Захисна оболонка, від якої на деякій відстані розташований екран, покликана затримувати сміття і витримувати хвилю від вибуху. Висновки. Отримано методику розрахунків та обґрунтування вимог до елементів інженерного захисту ОКІ. Наведено послідовність та аналітичні методи розрахунків обох рівнів захисту. При проектуванні захисного екрану розраховується зосереджений удар від зіткнення БПЛА, а для захисної оболонки розраховується тиск ударної хвилі та проникність уламків. Наукова інновація. У роботі вперше запропоновано методику розрахунків та обґрунтування вимог до елементів інженерного захисту ключових об'єктів інфраструктури. Практична цінність. Розроблено конструктивне рішення для інженерного захисту установки підготовки технологічних газів від прямих влучень БПЛА «Шахед-136» із застосуванням сталевих конструкцій і піщаної засипки. Запропоновано порядок проведення робіт з монтажу системи захисту.

Ключові слова: об'єкти критичної інфраструктури, ураження, вибух, інженерний захист, сталеві конструкції.

Kotsiuruba V.I., Bilyk A.S., Weretnow A.O., Gaydarly G.S., Borta R.M., Tertyshnyy B.I.

METHOD OF CALCULATIONS AND SUBSTANTIATION OF REQUIREMENTS FOR ENGINEERING PROTECTION OF CRITICAL INFRASTRUCTURE OBJECTS FROM UAVS WITH WARHEADS

Abstract. Aim of the study. The purpose of the work is to develop a methodology for calculations and substantiation of requirements for elements of engineering protection of key infrastructure objects (KIO) of the electric power and gas transportation systems of Ukraine against UAVs of the "Shahed" type. **Methodology.** The characteristics and design of the "Shahed" UAV were considered. It has been established that UAVs of the "Shahed-136" type pose the greatest danger, as they have the largest warhead. For large and/or key KIO structures, the case of a direct hit by a UAV is considered. The requirements for the arrangement are substantiated and a principled solution for the first-order circular engineering protection of the most important structures and equipment of KIO is proposed. It includes two layers: a protective screen and an impenetrable shell. The protective screen is designed to destroy the UAV or prematurely detonate

its charge. The protective shell, from which the screen is located at some distance, is designed to retain debris and withstand the wave from the explosion. **Findings.** The method of calculations and substantiation of requirements for elements of engineering protection of OKIS was obtained. The sequence and analytical methods of calculations of both levels of protection are presented. When designing a protective screen, a concentrated impact from a UAV collision is calculated, and for a protective shell, shock wave pressure and debris permeability are calculated. **Scientific innovation.** The method of calculations and substantiation of requirements for elements of engineering protection of key infrastructure objects is proposed in the work for the first time. **Practical value.** A constructive solution was developed for the engineering protection of the process gas treatment plant against direct hits of the "Shahed-136" UAV using steel structures and sand filling. The procedure for carrying out work on the installation of the protection system is proposed.

Key words: critical infrastructure objects, damage, explosion, engineering protection, steel structures.

УДК 624.014 (623.093, 351.86)

Коцюруба В.І., Білик А.С., Веретнов А.О., Гайдарли Г.С., Борта Р.М., Тертишний Б.І.

Методика розрахунків та обґрунтування вимог до інженерного захисту об'єктів критичної інфраструктури від БпЛА типу баражуючий босприпас // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 164-183. – Укр.

У статті розглядається методика розрахунків і способи інженерного конструктивного захисту об'єктів критичної інфраструктури від дії БпЛА типу баражуючий босприпас.

Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 29 назв.

UDC 624.014 (623.093, 351.86)

Kotsiuruba V.I., Bilyk A.S., Weretnow A.O., Gaydarly G.S., Borta R.M., Tertyshnyy B.I.

Method of calculations and substantiation of requirements for engineering protection of critical infrastructure objects from UAVs with warheads // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 164-183. - Ukr.

The article considers the method of calculations and types of engineering constructive protection of critical infrastructure objects from the action of "Shahed" UAVs with warheads.

Tabl. 1. Fig. 7. Ref. 29.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, заслужений винахідник України, професор кафедри оперативного та бойового забезпечення НУ оборони України ім.І.Черняхівського, КОЦЮРУБА Володимир Іванович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського.

Робочий тел.: +38(044) 271-06-68

Мобільний тел.: +38(67) 799-63-00

E-mail: kotcuru@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6565-9576>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА БІЛИК Артем Сергійович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-56

Мобільний тел.: +38(50) 765-23-54

E-mail: artem.bilyk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9219-920X>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, провідний науковий співробітник науково-дослідного відділу розвитку озброєння та військової техніки загального призначення науково-дослідного управління розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України, ВЕРЕТНОВ Андрій Олександрович
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України

Робочий тел.: +38 044 520-12-84, факс +38 044 520-12-84

Мобільний тел.: +38(93) 534-49-63

E-mail: weretnow5_5@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0160-7325>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат історичних наук, доцент кафедри Сухопутних військ НУ оборони України ім.І.Черняховського, ГАЙДАРЛИ Григорій Сидорович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-05-91

Мобільний тел.: +38(067) 789-33-04

E-mail: tatushe.net@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9197-5852>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): ад'юнкт кафедри Сухопутних військ НУ оборони України ім.І.Черняховського, БОРТА Руслан Михайлович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-05-91

Мобільний тел.: +38(093) 393-70-95

E-mail: Bortarus@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6090-9089>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): ад'юнкт кафедри оперативного та бойового забезпечення НУ оборони України ім.І.Черняховського, ТЕРТИШНИЙ Богдан Іванович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-06-68

Мобільний тел.: +38(093) 994-55-40

E-mail: hlor2007@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9060-761X>

УДК 624.131.7

**КЛАСИФІКАЦІЯ І ПРИЧИНИ ВИНИКНЕННЯ ЗСУВНИХ
ПРОЦЕСІВ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ СХИЛІВ****І.І. Солодей,**

д-р техн. наук, професор

Е.Ю. Петренко,

канд.техн. наук, доцент

В.М. Павленко,

аспірант

*Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.184-202

У роботі розглянуто найбільш розповсюджені класифікації зсувних процесів і систем. Проаналізовано фактори, що призводять до виникнення, активізації та розвитку зсувів. Проведено розгляд найпоширеніших методів і підходів для розрахунку стійкості схилів та визначення зсувного тиску.

Ключові слова: зсуви, зсувні та зсувонебезпечні території, поверхня ковзання, коефіцієнт стійкості, методи розрахунку схилів.

Вступ. Будівельна галузь постійно потребує залучення все більшої кількості потенційних майданчиків для проектування та зведення будівель і споруд різного призначення. Така необхідність примушує до використання територій, які у недалекому минулому або не розглядалися взагалі як майданчики будівництва, або розглядалися частково. До таких сильно еродованих територій відносяться зсувні та зсувонебезпечні ділянки. При проектуванні на таких ділянках необхідно враховувати не тільки природні зсувні процеси, що впливають апріорі, а й оцінювати існуючі техногенні фактори, що виникли при будівництві та експлуатації будівель і споруд. Навіть незначне локальне збільшення техногенного навантаження може спричинити зсувні деформації. Тому визначення можливості виникнення та оцінка ступеня впливу того чи іншого техногенного фактора або їх комбінації на таких територіях є актуальним і потребує ретельного вивчення.

Взаємодія техногенних чинників з існуючими природними умовами на схилі створюють нову картину його напружено деформованого стану. Вирішення такого класу завдань можливе лише з використанням чисельних методів. Це дає можливість моделювати роботу системи «основа-схил-спорудження» в умовах дії обумовленого техногенного фактора та оцінити його вплив у загальній системі сил, що діють на схилі. Значна вартість натурних експериментів і неможливість у деяких випадках їх проведення через складність моделювання реальних процесів, визначили широке поширення математичних, аналітичних і чисельних методів,

особливе місце серед яких займає метод скінчених елементів (МСЕ). У той самий час, у межах МСЕ, при розрахунках схилів недостатньо висвітлені питання використання нелінійних моделей ґрунтових основ для побудови дискретних схем. Таким чином, розробка та реалізація об'єктно-орієнтованих ефективних чисельних підходів вирішення задач нелінійного деформування ґрунтового середовища і стійкості схилів є актуальною проблемою будівельної механіки для реалізації інженерного захисту територій, що становить практичний інтерес.

1. Класифікація зсувів. Зсув – це процес зміщення масиву гірських порід, що відокремився від схилу з утворенням стінки відриву і збереженням зв'язку з ним [36]. По мірі того, як зсув відривається від більш стійкої частини схилу і зміщується вниз, у верхній частині зсувного масиву утворюється уступ або крута увігнута стінка – стінка відриву зсувного тіла (рис. 1).

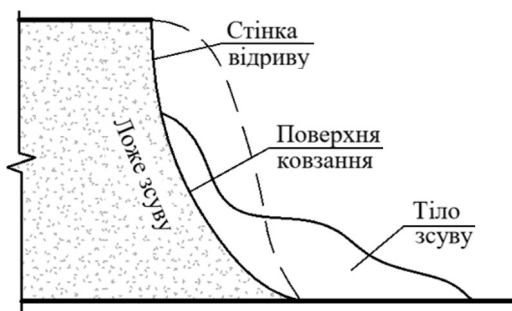


Рис. 1. Складові частини зсуву

Шантукова Д.А. [36] зазначає, що поверхня, по якій відбувається відрив і зсув, є поверхнею ковзання. Геометрична форма поверхні може бути різною: площина, сфера, ламана поверхня. У звичайних умовах поверхня ковзання виявляється нерівною і через це маса, що зміщується,

розбивається на ряд блоків, відокремлених один від одного тріщинами і площинами сколу. Породи, що змістилися, прийнято називати зсувним тілом, що має складну геометричну форму. Необхідно відзначити, що перебіг зсувного процесу здійснюється за допомогою взаємодії системи двох тіл – одного рухомого (тіло зсуву) та іншого нерухомого (ложе зсуву). Механізм зміщення зсуву залежить від матеріалу та швидкості переміщення, яку він набуває. Більш чітко визначення та приклад виникнення зсувів, на нашу думку, навів у своїх дослідженнях Калінін І.В. [13]. Так автор стверджує, що під зсувними явищами розуміють раптовий чи поступовий відрив масиву гірських порід та рух їх схилом під впливом сили тяжіння. Зсувами називають також масиви вже зміщених гірських порід схилу, включаючи лінії відриву, зони пересування та накопичення ґрунтів. Зазначається [13], що зсувні процеси виникають у тих випадках, коли дотичні напруги стають більшими за опір зсуву на даній ділянці схилу.

Зсуви відносяться до схилових процесів і класифікуються за багатьма схемами з виділенням ознак, необхідних для виявлення, контролю, стабілізації та інших критеріїв, включаючи визначення типу руху, швидкості руху, морфології ділянки накопичення, віку, причини та

ступеня невіршеності зміщених мас, залежності морфології зсуву від геологічної структури, ступеня активності тощо [20].

За глибиною залягання поверхні ковзання розрізняють зсуви [16]:

- глибокі – до 20 м;
- поверхневі – не глибше 1 м – опливини, спливи;
- дрібні – до 5 м;
- дуже глибокі - глибше 20 м.

Дранніков А.М. [9] класифікував зсуви за трьома ознаками: характер зміщення гірських порід, глибина захоплення схилу зсувною деформацією, морфологічні особливості зсувів. Зсуви об'єднувалися у дві групи: поверхневі, що розвиваються в зоні сезонних змін кліматичних показників (зсуви-опливини та зсуви-потоки) і глибинні (ковзання, зсуви видавлювання, суффозійні, контактні).

Поверхневими називають зсуви, що захоплюють лише частину схилу. Поверхневі зсуви утворюються в результаті перезволоження верхньої частини товщі ґрунту і супроводжуються зміною консистенції та зменшенням опору зсуву при інфільтрації дощових вод. Вода, що просочилася в проникну породу, просочуючи її, значно збільшує вагу породи і створює нестійкість мас.

Під глибокими розуміються зсуви, що захоплюють весь схил від брівки до урізу.

У своїй роботі Зеркаль С.В. [11] зазначає, щотиби зсувів можуть бути дуже різноманітними, в залежності від комплексу природних чинників. На жаль, досі немає загальноприйнятої класифікації зсувів, що зумовлено різницею термінологічної, а іноді й понятійної бази у різних країнах світу. В даний час число класифікацій зсувів досить велике. Вони базуються на різних принципах і не завжди мають чітке цільове призначення. Широко відомі універсальні класифікації зсувів: А.П. Павлова, Ф.П. Саваренського, Н.Н. Маслова, А.М. Драннікова, Г.С. Золотарева, О.П. Ємельянової, К. Терцагі, С. Шарпа, Д. Варнеса, Е.Б. Еккеля.

В результаті аналізу класифікацій зсувів зазначених дослідників автор [11] виділяє п'ять видів схилових деформацій: обвалення, обрушення, ковзання, видавлювання та перебіг.

Тихвинський І.О. [29] встановив класифікацію зсувів за різними ключовими ознаками: генезису, морфології і розміру зсувних зміщень, їх механізму, приналежності до певних комплексів гірських порід, швидкості руху та іншими. Для вирішення задач локального прогнозу стійкості схилів найбільш корисними являються класифікації за механізмом зсуву, так як результати зсуву неоднозначні за характером деформацій.

На основі аналізу відомих класифікацій автором [30] була складена схема типізації, що включає наступні типи та підтипи зсувів за механізмом: зсуви зрушення (ковзання) – зрізні, консеквентні та зрізно-консеквентні; видавлювання; в'язкопластичні – зсуви-потоки, спливи та оливини; гідродинамічного руйнування – суффозійні та гідродинамічного випору; раптового розрідження – несейсмогенного та сейсмогенного розрідження; комбінованого механізму. Типізація

виконана таким чином, щоб кожному типу та підтипу зсувів відповідали специфічні особливості розрахунків стійкості та прогнозу зсувних рухів.

Маркарян В.В. [17] зсувні процеси поділяє на дві групи. У першу групу об'єднуються контактна та об'ємна повзучість, що супроводжуються мікродеформаціями, у другу – ковзання та текучість, що дають макродеформації. Зсувні мікродеформації протікають, як правило, без видимого порушення суцільності порід. Амплітуда мікродеформацій визначається критичною деформацією після досягнення якої відбувається руйнування породи з утворенням макротріщин. Після руйнування початкової структури породи слідує макродеформації і переміщення швидкість яких перевищує 0,3 мм/добу і змінюється у широких межах.

Чалкова Ю.С. [34] передбачає виділення власне зсувів, і навіть їх різновидів, як спливів (чи спливин) і зсувів – обвалів. Власне зсуви відбуваються лише шляхом ковзання земляних мас схилом. Площина ковзання зазвичай розташовується на значних глибинах. Спливи – зміщення земляних мас на невеликій площі (сотні квадратних метрів) внаслідок водонасичення верхніх шарів. Глибина залягання площини ковзання до 1 м і властива весняному періоду року. Зсуви-обвали є зміщенням земляних мас одночасно за типом ковзання і обвалу і типові для крутих схилів.

Soren M. Andersen [40] стверджує, що в геологічній літературі, зсуви використовуються як загальний знаменник для процесів, включаючи каменепади, зрушення, селеві потоки, уламкові лавини, а також ковзання вздовж ковзної площини.

Астанін І.А. [2] на основі аналізів, опублікованих у різні роки (1903 – 2010) відомих універсальних класифікацій зсувів встановив, що при горизонтальному заляганні порід, характерних для річкових долин властиві простіші умови зсувоутворення. Тому на думку автора, для території дослідження підходить наступна класифікація зсувних процесів, де виділяється кілька різновидів зсувів (таб. 1).

Таблиця 1

Класифікація зсувів за ознаками

№ п/п	Класифікаційна ознака	Різновиди зсувів
1	Розмір	Дрібні, середні, великі
2	Механізм зміщення	Ковзання, видавлювання, випливання, просідання-течі
3	Форма у плані	Циркоподібні, фронтальні, зсуви-потоки, блокові зсуви
4	Закономірності формування зсувного схилу	Одноярусні, двоярусні, багатоярусні
5	Вік	Старі, молоді, сучасні
6	Геологічні умови	Зсуви із захопленням корінних порід, зсуви поверхневих відкладень
7	За проявом активності	Активні, частково активні, стабілізовані (чи старі)

Петров Н.Ф. [23, 24] у своїх працях поділяє зсуви на прості та складні. Прості зсуви – це одноблочні утворення. Їм відповідає простий механізм або проста система з двох тіл – зсувного (зсувне тіло) і нерухомого (ложе зсуву). Різноманітність простих зсувів визначається різноманітністю типів рухів зсувних тіл (блоків) і геологічних процесів, що зменшують міцність ґрунтів основи зсувних тіл. Блоки – це елементи зсувної системи, всі точки яких характеризуються однаковим типом руху та деформаційної поведінки. Складний зсув – це багатоблочний зсув або закономірне поєднання простих зсувів. Зсуви представлені цілісними багатокомпонентними системами ярусної, поверхової будови. Зсувний ярус – зсувне тіло другого рівня організації (одноблочні або багатоблочні), що характеризується загальною стінкою зриву та загальним язиком. Зсувний поверх – зсувне тіло третього рівня організації, представлене одним ярусом або декількома ярусами, розташованими один над одним. Різноманітність складних зсувів визначається різноманітністю природних поєднань структурних компонентів різної будови та складу. Поняття простий і складний стосовно зсувів логічніше пов'язувати зі структурною складністю зсувних систем, а не з масштабністю явищ і тим більше, не з випадками переходу зсуву в інше явище, наприклад, обвал, осип, і навпаки. Навіть грандіозний за розмірами зсув може бути простим за будовою. Випадки переходу рухів одного класу (обвал) до руху іншого (зсув) слід називати не складними зсувами, а складними схилувими рухами.

Варто зазначити, що найбільш повну та детальну класифікацію зсувів, на нашу думку, на підставі раніше відомих класифікацій, зробив Петров Н.Ф. [24, 25]. Автор запропонував єдину уніфіковану класифікацію зсувів (ЄУКЗ), у якій втілює теоретико-методологічні засади загального зсувознавства. Вона представлена класифікаційними таблицями простих і складних зсувів, покликаними охопити всю природну різноманітність зсувних систем за складністю будови, механізмом розвитку і за обсягами мас, що зміщуються (рис. 2).

Арешковичем О.О. [1] виділено ряд основних факторів на різних етапах, які можуть впливати на напружено-деформований стан ґрунтової основи зсувонебезпечної території:

- природні – рельєф, геологічна будова, гідрогеологічні умови, геоморфологія, кліматичні умови та біологічні процеси, сейсмічні явища, процес вивітрювання;
- техногенні – наявність підземних споруд, стан дренажних штольневих систем у період експлуатації, підрізання схилу у підніжжі, привантаження брівки схилу, заповнення ярів та балок слабкими ґрунтами;
- технологічні – динамічні навантаження, неефективні протизсувні заходи;
- антропогенні – невідале терасування, вирубування лісів;
- спеціальні – суфозія, гідродинамічна сила, кольматація, тиксотропія.

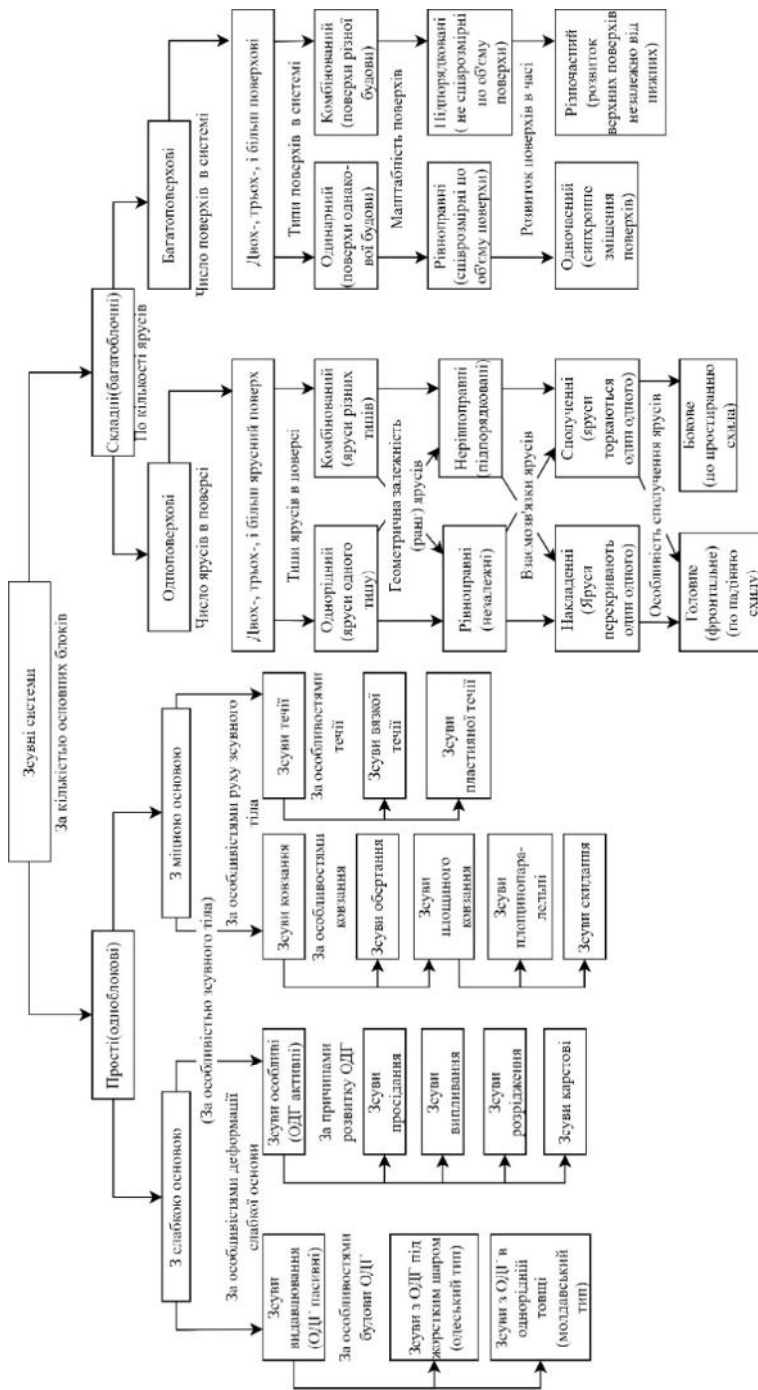


Рис. 2. Класифікація зсувних систем

У своїй науково-дослідній роботі Чернишова Н.А. [35] встановила, що на розвиток зсувних процесів впливають як природні, так і техногенні фактори.

До природних факторів вона віднесла особливості геологічної будови схилу, наявність у розрізі слабо літіфікованих порід з низькими значеннями показників міцності, обводненість порід за рахунок підземних вод неоген-палеогенових відкладень, наявність добре проникних лесових і піщаних ґрунтів, а також велика крутість схилу (більше 40°) при його висоті 50 – 55 м.

До техногенних факторів відносяться; будівництво об'єктів у безпосередній близькості від брівки схилу, витоку з водонесучих комунікацій; відсутність належного поверхневого стоку, а також інтенсивний рух транспорту по автомагістралі, що проходить у безпосередній близькості від зсувного схилу.

Результатом аналізу науково-технічної літератури з метою виявлення факторів, що впливають на зсувні деформації схилів, стала узагальнена таблиця 2 з внесеними до неї факторами, які розділені на природні та техногенні. Слід зазначити, що в деяких умовах природні фактори можуть переходити до категорії техногенних або створювати комбінацію.

Таблиця 2

Чинники які впливають на зсувні деформації схилів

Природні	Техногенні
<ul style="list-style-type: none"> - фізико-механічні властивості ґрунту; - висота, крутість, форма, гідрологічні умови схилу; - опади; - підмив берегів; - землетруси; - підвищення зволоженості; - вивітрювання; - підземні та поверхневі води; - сейсмічні поштовхи; - тектонічні рухи; - клімат; - рослинність; - водотоки; - динамічні дії хвиль; - фільтраційний тиск; - видавлювання; - дія льоду; - набухання при гідратації порід; - іонний обмін у глинах; - вилуговування та розчинення солей; - гравітаційний вплив; - зниження міцності; - винесення частинок ґрунту порід підземними водами. 	<ul style="list-style-type: none"> - підрізання схилів; - будівельна діяльність; - вирубка лісів; - вібраційні та вибухові роботи; - випасання худоби; - завантаження схилів; - зміна властивостей, стану та обсягу порід, що складають схил; - створення кар'єрів та водосховищ; - витік вод; - відвал ґрунту; - дренажні та штольні системи; - заповнення ярів та балок слабкими ґрунтами.

2. Нормативні та традиційні методи розрахунку схилів. Відповідно до нормативних документів [42] проектування фундаментів об'єктів, розташованих на схилах, потрібно виконувати з урахуванням можливості дії зсувних процесів згідно з ДБН В.1.1-46:2017 [43] щодо заходів захисту об'єктів на зсувонебезпечних територіях.

При проведенні інженерно-геологічних вишукувань фізико-механічні властивості ґрунтів повинні вивчатися для зсувної зони, товщі що підстиляється, прилеглих ділянок і в зоні зсуву окремо.

Розрахунки схилів необхідно проводити за другим граничним станом для врахування взаємодії об'єктів з ґрунтовим масивом у дограничній стадії.

Розрахунки протизсувних споруд проводять за граничними станами першої (міцністю та стійкістю) і другої (деформаціями) груп.

Статичні розрахунки утримуючих споруд потрібно виконувати як просторові системи відповідно «основа – утримуюча споруда» та «основа – фундамент – надфундаментні конструкції».

Визначення стійкості схилів, величин зсувного тиску та навантажень від обвалів встановлюють за допомогою [44].

Розрахунками необхідно встановлювати:

- маси порід, що зміщуються або готуються до зсуву по схилах;
- відношення діючих на певні частини схилів, в певний момент часу зрушуючих і утримуючих сил (у тому числі, коефіцієнти стійкості);
- різниці між зсувними та утримуючими силами за певними поверхнями на різних рівнях.

Вплив водоносних горизонтів, що дренуються на схилах, на стійкість схилів необхідно враховувати за умов зволоження порід, зважування, фільтраційного тиску, суффозійного виносу.

Гідрологічні розрахунки слід проводити з урахуванням швидкості абразії (ерозії), швидкості зміни рівня води на базисі ерозії, величин водозбірних басейнів, стік з яких направлений на ділянку схилу, що розглядається, з метою виявлення можливості зволоження порід присхилового масиву, надходження води в тріщини та у схиліві відкладення.

Сейсмічні впливи необхідно враховувати окремо, визначаючи зміну напружено-деформованого стану і властивостей міцності ґрунтів при проходженні в них сейсмічних хвиль, а також сейсмічних навантажень від мас ґрунтів, будівель і споруд.

При підготовці розрахункових схем стійкості схилів та величин зсувного тиску, розробці алгоритмів розрахунку та побудові математичних моделей схилів слід враховувати всі природні та техногенні навантаження і впливи та діапазони їх зміни, а також можливі діапазони зміни міцнісних характеристик ґрунтів і умов, за яких ці зміни можуть відбутися. При цьому особливу увагу слід приділяти положенню горизонтів, що піддаються зовнішнім впливам (основних горизонтів, що деформуються, ослаблених поверхонь і зон), їх розмірам і орієнтації.

Методи розрахунку стійкості схилів вибираються в залежності від інженерно-геологічних умов схилових ділянок та виду деформацій зсувних ґрунтів.

Розрахункові схеми повинні враховувати:

- потужності зон деформованих горизонтів, зони стиснення, розривні порушення тощо;
- типи зсувних деформацій схилів за механізмом зміщення;
- основні зсувоутворюючі фактори та їх вплив на утворення, розвиток та активізацію зсувів;
- різні види навантажень та впливів (постійних і тимчасових), їх поєднання (основні, особливі);
- вплив існуючих і тих, що проектуються, будівель і споруд на стійкість схилів;
- зміна з часом міцності ґрунтів з урахуванням можливої зміни їх вологості, впливу підземних вод, навантажень на поверхні схилу тощо.

Розрахунки зсувних (зсувнебезпечних) схилів, сформованих шаруватою товщею піщаних, глинистих і скельних ґрунтів, слід проводити за схемами плоского, змішаного та глибокого зсувів по плоскій, ламаній або змішаній площинах ковзання, місце розташування яких вибирають у найслабших шарах, прошарках, по контактних площинах, методом підбору з умови створення максимальних впливів на захисні споруди та заходи. За наявності у схилах шарів глинистих ґрунтів із показниками консистенції більше 0,4. Окрім зазначених вище розрахунків слід передбачати можливість формування в глинистих ґрунтах зон деформованих горизонтів і зміщення по них вищерозташованих мас ґрунтів або видавлювання цих ґрунтів з основи схилів.

При оцінці стійкості схилів слід проводити фільтраційні розрахунки міцності ґрунтів схилу на ділянках височування ґрунтових вод, на межах неоднорідних ґрунтів і за контактами ґрунтів і дренажних обсіпок.

При визначенні опору ґрунтового масиву зсуву (R) на зсувних схилах необхідно враховувати стан ґрунтів у зонах деформування або по поверхнях ковзання та прогноз зміни їх характеристик міцності на термін служби інженерного захисту об'єктів. На зсувних схилах зсувний тиск на будівельний період, що не перевищує 1 місяць, слід визначати з урахуванням тертя та повного зчеплення ґрунтів, а на експлуатаційний період слід враховувати лише опір тертю. На зсувнебезпечних схилах зсувний тиск слід визначати з урахуванням тертя і структурного зчеплення ґрунтів. Величину структурної міцності ґрунтів слід визначати методами польових випробувань на зріз у свердловинах або у гірничих виробках.

Починаючи з 30-х років минулого століття вчені-геотехніки всього світу активно займаються дослідженнями, присвяченими стійкості схилів і укосів. Вагомий внесок у розробку методів оцінки стійкості зробили такі вчені: Соколовський В.В., Бойко І.П., Сахаров О.С., Арешкович О.О., Маслов Н.Н., Білеуш А.І., Дорфман А.Г., Гольдштейн М. Н., Березанцев В.Г., Аристовський В.В., Крємез В.С.,

Светличний А.А., Тер-Мартirosян З.Г., Зоценко М.Л., Рижов А.М., Хазін А.М., Петренко Е.Ю., Price V.E., Bishop A.W., Taylor D. та інші.

Кашлев Р.І. [15] до основних методів прогнозу стійкості укосів та схилів відносить: натурні спостереження (у тому числі метод аналогій); аналітичний; моделювання в лабораторних і натурних умовах.

Найбільший інтерес становлять аналітичні методи, так як вони - дозволяють отримати кількісну оцінку інженерно-геологічних явищ, а значить, можливість їх прогнозування. Методи розрахунку стійкості укосів і схилів можна розділити на такі групи:

1. Наближені (інженерні) методи, засновані на заданні різних обрисів поверхонь ковзання та встановлення їх розташування в приукісній області за мінімальним значенням коефіцієнта стійкості. Ця група методів характеризується великою різноманітністю вибору розрахункових схем, вихідних передумов і розрахункових прийомів. Способи цієї групи застосовуються зазвичай в інженерній практиці для розрахунку стійкості земляних споруд (таких як насипи, виїмки, земляні греблі).

2. Методи, засновані на положеннях теорії граничної рівноваги, що полягають у спільному розв'язанні диференціальних рівнянь рівноваги довільного елемента, виділеного з ґрунтового середовища, та умови граничного напруженого стану, що записуються у залежності Мора (насамперед, праці Соколовського В.В.). Ці методи часто зводяться до вирішення двох практично важливих завдань: визначення величини максимального тиску на горизонтальну поверхню масиву, при якому укис заданого обрису залишається в рівновазі; визначення форми стійкого укосу граничної крутизни.

3. До цього часу з'явилися рішення, що дозволяють аналітично, в замкнутому вигляді, визначати напруження в ґрунтових масивах, обумовлені впливом їхньої власної ваги та інших поверхневих навантажень, при складних контурах, що обмежують поверхню напівплощини. При відомих характеристиках міцнісних властивостей і заданій умові граничного стану ці рішення можуть бути використані для наближеної оцінки стійкості масиву порід.

Цветкова О.В. [33], аналізуючи існуючі розрахункові методи, підкреслює, що успішне розв'язання проблеми можливе тільки при спільному використанні аналітичних і лабораторних методів, а також методу натурних спостережень.

Автор умовно поділяє аналітичні методи на чотири групи:

- засновані на теорії граничної рівноваги, які передбачають, що весь ґрунтовий масив знаходиться в граничному стані;

- що базуються на теорії затверділого відсіку або призми обвалення. У більшості випадків визначається форма поверхні руйнування, що відповідає найменшому запасу стійкості за умови, що гранична рівновага настає одночасно у всіх точках цієї поверхні;

- розрахунку стійкості укосів, що знаходяться у дограничному стані і враховують у тій чи іншій мірі напружено-деформований стан масиву

грунту. У цих методах використовується переважно теорія лінійно-деформованого середовища;

- розрахунку кутів укосів по кутах зсуву.

Цветкова О.В. [33], розробляючи методи розрахунку та прогнозу стійкості навантажених схилів, встановила, що стійкість навантажених укосів обумовлена такими параметрами: висотою, кутом укосу, інтенсивністю навантаження, її шириною відстанню від вершини укосу, щільністю та зчепленням, коефіцієнтом бічного тиску, кутом внутрішнього тертя ґрунту, відношенням модулів деформації шарів.

Аналітичне рішення для оцінки *стійкості* укосу, складеного як однорідними, так і неоднорідними ґрунтами, отримав В.В. Соколовський [28]. Поряд з іншими плоскими *задачами* було отримано рішення про визначення конфігурації рівностійкого укосу шляхом спільного розв'язання диференціальних рівнянь рівноваги та відомої умови граничної рівноваги.

Соколовський В.В. отримав бездоганне за точністю рішення рівняння кривої, що обмежує рівномісний укіс граничного контуру для випадку $\varphi=0, c \neq 0$.

Загальне рішення [28] допускає і випадок $\varphi \neq 0, c \neq 0$, але практичне використання такого варіанта ускладнено математичними труднощами. Однак, при бездоганності цього рішення з математичної точки зору, слід зазначити, що припущення про настання граничного стану одночасно у всіх точках контакту сповзаючого блоку, з рештою масиву, передбачає високу однорідність ґрунту. Це призводить до істотного спотворення дійсної оцінки стійкості схилів та укосів.

Теорія граничної рівноваги дозволяє вирішувати завдання про стан незв'язаного ґрунту при похилій поверхні, визначати критичну висоту укосу та форму поверхні руйнування, вирішувати завдання для плоского граничного стану вагомого сипучого середовища з використанням гіпотези міцності Мора-Ренкіна. Також, з використанням чисельних методів, вирішувати крайові задачі, що описуються рівняннями гіперболічного типу, за допомогою комп'ютерних програм обчислювати координати точок граничних контурів рівностійких укосів для різних значень кута внутрішнього тертя і графічно вирішувати завдання теорії граничної рівноваги з урахуванням об'ємних сил [33].

Другу групу розрахункових методів автор [33] розділив на підгрупи залежно від виду поверхні руйнування.

При плоскій поверхні руйнування розглядається розподіл сил, що діють в укосі відносно поверхні зсуву. Призму обвалення вважають твердим тілом і складають рівняння рівноваги, з якого визначають граничну висоту укосу.

При ламаній поверхні руйнування, враховуються нашарування татріщинуватість порід, визначається гранична висота підрізування шарів, а також позавідкісного уступу, складеного шарами порід, що падають у бік виїмки та укосу шаруватих порід.

Також розроблено метод розрахунку, заснований на гіпотезі круглоциліндричних поверхонь ковзання.

Положення найбільш ймовірної поверхні ковзання визначається підбором такої круглоциліндричної поверхні, для якої коефіцієнт стійкості мінімальний. Величина цього коефіцієнта визначається або як відношення моментів утримуючих і зсувних сил щодо центру відповідного кола, або як відношення суми утримувальних і зсувних сил, що діють уздовж круглоциліндричної поверхні ковзання. При цьому рівняння рівноваги складають для всього укосу в цілому або для його елементарних відсіків.

Третя група методів представлена нині також великою кількістю робіт: спосіб компенсуючих навантажень [7], тобто визначаються сили, які необхідно прикласти до межі напівплощини, щоб у кінцевому числі точок, розташованих на межі майбутнього вирізу, дотичні та нормальні напруження дорівнювали нулю; метод сіток [21]; метод скінчених елементів; розв'язання задачі теорії пружності для напівнескінченного клину [4, 6, 27].

До четвертої групи входить метод Маслова Н.Н. [18, 19]. Слід звернути увагу, що при розрахунку стійкості однорідних укосів коефіцієнт стійкості, визначений методами цієї групи, виходить явно заниженим. Справді, в природі не зазнають обвалення укоси з набагато більшими кутами нахилу, ніж обчислені за методом F_p . З іншого боку, при дослідженні стійкості зсувних схилів часто зазначений метод більш точно визначає величину коефіцієнта стійкості ніж методи, засновані на використанні ваги стовпа вищезалягаючих порід [5, 22].

Використовуючи пружне рішення для напівнескінченного клину та умов міцності Мора-Ренкіна, визначається стан ґрунту та межі між пружними та пластичними областями [31, 38].

На базі аналізу напруженого стану насипу та основи визначаються відносні розміри пластичних зон та оцінюється стійкість системи насип-основа.

Методи, які задовольняють загальну умову рівноваги моментів. Зокрема до таких входить метод Феленюса [32], особливістю якого є те, що він використовується тільки для круглоциліндричних поверхонь ковзання, в якому розглядається загальна умова рівноваги моментів, а сили, що діють уздовж граней відсіків, ігноруються.

Метод Бішопа [3], в якому задовольняються умови рівноваги загальних моментів та вертикальних сил.

Метод « $\varphi=0$ », відноситься до круглоциліндричних поверхонь ковзання, використовується при складанні графіків стійкості для аналізу в повних напруженнях.

Особливістю методу логарифмічних спіралей є те, що, незалежно від величин нормальних сил уздовж поверхні ковзання, рівнодіюча цих сил і сил тертя завжди проходить через полюс спіралі.

Методи рівноваги сил [1] – це методи, які задовольняють лише загальну рівновагу вертикальних і горизонтальних сил, а також рівновагу

сил для окремих відсіків або блоків. Це такі як: метод «зсувного клина», «метод горизонтальних сил», метод Маслово-Берера та інші.

Методи рівноваги моментів і сил. Такі методи використовуються як для круглоциліндричних, так і довільних поверхонь ковзання. До таких методів належать метод Ямбу, за яким має бути довільно задане положення нормальних складових сил взаємодії або лінія тиску.

У методі Моргенштерна та Прайса розглядаються для кожного елемента умови рівноваги не тільки щодо напрямків нормалі та дотичної, але також і моментів [39].

У методі Спенсера [41] передбачається, що сили взаємодії є паралельними, тобто кут нахилу дпостійний на кожній вертикальній грані.

Метод дослідження напружено-деформованого стану ґрунтової основи з використанням комп'ютерної техніки на основі методу скінчених елементів. У цьому методі визначення нормальних і дотичних напружень у зоні потенційної поверхні ковзання здійснюється з урахуванням пружнопластичних властивостей ґрунтів [1].

Кан Тхе Сан [14] у своїй науково-дослідній роботі досліджуючи лінійне програмування для оцінки стійкості укосів і схилів зазначає, що лінійне програмування – це один із сучасних математичних методів, на основі якого можуть бути вирішено багато складних математичних та технічних задач. Задача лінійного програмування полягає у знаходженні екстремуму лінійної функції, область визначення якої дається скінченим числом лінійних обмежень-рівностей і обмежень-нерівностей. Система обмежень визначає багатогранну множину, що має кутові точки. Лінійна функція цілі досягає мінімуму або максимуму в кутовій точці цієї множини. Для вирішення цієї задачі Дж. Данцигом був запропонований симплекс-метод [8], який забезпечує направлений перебір кутових точок, при якому оптимальне рішення знаходиться по найкоротшому шляху [12, 37].

Слід зазначити, що Єрховим В.І. була розроблена методика вирішення задач статички жорстко-пластичного тіла як задач лінійного програмування за допомогою симплекс-метода [10]. В результаті чого отримано рішення ряду складних за граничними умовами задач несучої здатності циліндричних оболонк.

Застосування методів лінійного програмування для вирішення завдань механіки ґрунтів вперше було здійснено Поштаном Ю.М. та Колесниченком А.Л. [26]. Ці дослідження присвячені оцінці стійкості укосів і схилів. Мета розв'язку полягала у встановленні розподілу нормальних і дотичних напружень вздовж лінії ковзання, якому відповідає мінімальне відхилення дотичних напруг від їх граничних значень.

Висновки. Здійснено системний аналіз науково-технічної літератури з метою вивчення існуючих класифікацій зсувів. Встановлено, що найбільш широка класифікація розроблена Петровим Н.Ф., яка представлена класифікаційними таблицями простих і складних зсувів, покликаними охопити всю природну різноманітність зсувних систем за складністю будови, механізмом розвитку і за обсягами мас, що зміщуються.

Проведено аналіз літератури по виявленню та вивченню факторів, що впливають на зсувні процеси. Внаслідок чого встановлено, що основною причиною активізації зсувних процесів на схилах є природна або техногенна вода.

Наведено огляд сучасного стану існуючих методів розрахунку стійкості ґрунтових масивів, проаналізовано їхні переваги та недоліки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Арешикович О. О.* Напружено-деформований стан ґрунтової основи зсувонебезпечної території : дис... канд. наук: 05.23.02 - Київ, 2007. – 179 с.
2. *Астанин И. А.* Оползневые процессы на правом берегу среднего течения реки Кубань и тенденции их развития по данным автоматизированных наблюдений: дис. ... канд. географ. наук: 25.00.25 - Краснодар, 2011. – 247 с.
3. *Бишон А. У.* Параметры прочности при сдвиге ненарушенных и мятых образцов грунта // Определяющие законы механики грунтов. - М.: Мир, 1975. С. 7-75.
4. *Бойко И. П.* Прогрессивные методы проектирования оснований фундаментов на ЭВМ. – К.: Знание, 1986. - 20 с.
5. *Браславский В. Д.* Роль сцепления глинистых грунтов в степени устойчивости склонов и откосов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.02 М., 1975. – 25 с.
6. *Будков В. П., Ильин А. И., Кузнецов В. Ф.* Расчет напряжений в откосах плоского профиля // Вопросы маркшейдерского дела на открытых разработках. – Белгород, 1971. – 154 с.
7. *Головин А. Я.* Равновесие тяжелой упругой полуплоскости с непрямолинейной границей // Науч.-техн. информ. бюллетень «Гидротехника». - Л.: ЛПИ, 1957. - № 8.
8. *Данциг Дж.* Линейное программирование, его применение и обобщения - М.: Прогресс, 1966. - 600 с.
9. *Дранников А. М.* Оползни. Типы, причины образования, меры борьбы. – К.: Укргидросельстрой, 1956. - 102 с.
10. *Ерхов В. И.* Теория идеально пластических тел. - М.: Наука, 1978. - 352 с.
11. *Зеркаль С. В.* Математическое моделирование движения оползней-потоков методом частиц: диссер. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18 - Москва, 2002. - 99 с.
12. *Зуховицкий С. И.* Линейное и выпуклое программирование. - М.: 1964. – 230 с.
13. *Калинин И. В.* Оценка структурно-тектонического строения оползневых откосов угольных разрезов с применением электрической томографии: на примере Лучегорского бурогоугольного разреза: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.16 - Владивосток, 2006. - 200 с.
14. *Кан Тхэ Сан.* Исследование силового воздействия оползневых массивов на удерживающие конструкции симплекс-методом: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.02 - Новосибирск, 2005. - 180 с.
15. *Кашлев Р. И.* Оценка устойчивости двухслойных ґрунтовых откосов и склонов на основе анализа их напряженного состояния: дис. канд. техн. наук: 25.00.08 - Волгоград, 2005. - 177 с.
16. *Кюнтцель В. В.* Закономерности и прогноз оползневого процесса на Русской платформе и в прилегающей зоне Альпийской складчатости: автореф. дис. ... докт. геогр. наук: 25.00.36 - М., 1979. - 24 с.
17. *Маркарьян В. В.* Исследование и прогноз оползневого процесса в майкопских отложениях (на примере оползневых районов Абхазии): дис. ... канд. геолого-минерал. наук: 04.00.07 - Москва, 1984. – 270 с.
18. *Маслов Н. Н., З. И. Рогозина.* Опыт оценки степени устойчивости склонов с развитыми на них покровными оползнями: тр. МАДИ, 1976. - Вып. 129.
19. *Маслов Н. Н.* Условия устойчивости склонов и откосов в гидро-энергетическом строительстве. - М.,: Госэнергиздат, 1955.
20. *Николаевский В. Н.* Дилатансия и законы необратимого деформирования грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1979. - № 5. - С. 29-32.
21. *Ножин А. Ф.* Определение напряжений в бортах глубоких карьеров // Устойчивость бортов карьеров и управление горным давлением: тр. ИГД Минчермет СССР. - Свердловск, 1972. - Вып. 37.

22. *Перковский Л. Л.* Элементы расчета устойчивости оползневого массива. - Ставропольское кн. изд., 1964.
23. *Петров Н. Ф.* Оползневые системы. Простые оползни (аспекты классификации). - Кишинев: Штиинца, 1987. - С. 162.
24. *Петров Н. Ф.* Прикладные проблемы таксономии оползней // Вестник Чувашского университета. - 2006. - № 2. - С. 171-182.
25. *Петров Н. Ф.* Теоретические основы классификации оползней // Вестник Чувашского университета. - 2005. - № 3. - С. 267-284.
26. *Почтман Ю. М., Колесниченко А. Л.* Методы математической оптимизации в механике грунтов. - Киев-Донецк: «Вища школа», 1977. - 102 с.
27. *Русаков, Б. А.* Расчет устойчивости многослойных откосов сложного профиля // Изв. вузов. Горный журнал. - 1975. - № 2.
28. *Соколовский В. В.* Статика сыпучей среды. - М.: Физмат-издат, 1960. - 207 с.
29. *Тихвинский И. О.* Количественная оценка и прогноз устойчивости склонов с учетом механизма оползней на равнинных и предгорных территориях : автореферат дис. ... д-ра геолог.-минерал. наук: 04.00.07 - М., 1989. - 38 с.
30. *Тихвинский И. О.* Оценка и прогноз устойчивости оползневых склонов. - М.: Наука, 1988. - 144 с.
31. *Флорин В. А.* Основы механики грунтов. - М.: Госстройиздат, 1959. - Т. 1.
32. *Фелленюс В.* Статика грунтов. - М.: Стройиздат, 1933.
33. *Цветкова Е. В.* Разработка метода расчета и прогноза устойчивости нагруженных откосов и склонов как оснований сооружений на основе анализа напряженного состояния грунтов: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.02 - Волгоград, 2007. - 187 с.
34. *Чалкова Ю. С., Б. М. Черепанов.* Оползневые процессы, их прогнозирование и борьба с ними // Ползуновский вестник №1-2. - 2007. - С. 80-89.
35. *Чернышова Н. А.* Геоэкологическая оценка и прогноз развития осадок грунтовых толщ при длительном водопонижении на оползнеопасной территории г. Томска: дис. ... канд. геолого-минералог. наук: 25.00.36 - Томск, 2007. - 158 с.
36. *Шантукова Д. А.* Исследования, классификация и мониторинг оползневых массивов Кабардино-Балкарской Республики. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.т.н.: Спец. 25.00.36 - Владикавказ, 2004. - 22 с.
37. *Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г.* Линейное программирование. Теория, методы и приложения. - М.: «Наука», 1969.
38. *Akai K.* On the stress distribution in the earth embankment and the foundation. // Proceeding of the 4th Japan National Congress for Appl.-Mech., 1954.
39. *Negre M. R., P. Stuts.* Contribution a l'etude des fondations de revolution dand h'hypothese de la plasticite parfait // Int. J. Solids and Struct. - 1970. - № 1. - pp. 53-68.
40. *Soren M. Andersen.* Material-Point Analysis of Large-Strain Problems: Modelling of Landslides. PhD thesis by December 2009. Aalborg University.
41. *Taylor R. L., C. B. Brown Darcy.* Flow Solutions with a free surface // Proc. An. Soc. Civ. Eng. - 1967. - Vol. 93. - PP. 25-33.
42. *ДБН В.2.1-10:2018* Основи і фундаменти будівель та споруд. Основні положення. - К.: Мінрегіонбуд України, 2018. - 36 с.
43. *ДБН В.1.1-46:2017* Інженерний захист територій, будівель і споруд від зсувів та обвалів.
44. *ДБН В.1.1-24:2009* Захист від небезпечних геологічних процесів. Основні положення проектування. - К.: Мінрегіонбуд України, 2010. - 108 с.

REFERENCES

1. *Areshkovych O. O.* Napruzhenno-deformovanyi stan gruntovoi osnovy zsvonebezpechnoi terytorii (The stressed-deformed state of the grounded base of the landslide-prone area) : dys... kand. nauk: 05.23.02 - Kyiv, 2007. - 179 s.
2. *Astanin I. A.* Opolznevie protsessi na pravoberezhie sredneho techeniia reki Kuban i tendentsii ikh razvitiia po dannym avtomatizirovannykh nabliudenii (Landslide processes on the right bank of the middle reaches of the Kuban River and trends in their development according to automated observations): dis. ... kand. heohraf. nauk: 25.00.25 - Krasnodar, 2011. - 247 s.
3. *Bishop A. U.* Parametry prochnosti pri sdvihe nenarushennykh i miatykh obratzov hrunta (Shearstrengthparametersofundisturbedandcrumpledsoilsamples)// Opredel'aiushchie zakony mekhaniki hruntov. - M.: Mir, 1975. S. 7-75.

4. *Boiko I. P.* Prohressivnye metody proektirovaniia osnovani i fundamentov na EVM (Progressive methods for designing bases and foundations on a computer). – K.: Znanie, 1986. – 20 s.
5. *Braslavskii V. D.* Rol stsepleniia hlinistykh hruntov v stepeni ustoichivosti sklonov i otkosov (The role of adhesion of clays oils in the degree of stability of slopes and slopes): avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.02 M., 1975. – 25 s.
6. *Budkov V. P., A. I. Ilin., V. F. Kuznetsov.* Raschet napriazhenii v otkosakh ploskogo profilia (Calculation of stresses in slopes of a flat profile)// Voprosy marksheiderskogo dela na otkrytykh razrabotkakh. – Belhorod, 1971. – 154 s.
7. *Holovin A. Ya.* Ravnovesie tiazheloi upruhoi poluploskosti s nepriamolineinoi hranitseii (Equilibrium of a Heavy Elastic Half-Plane with Nonrectilinear Boundary)// Nauch.-tekhn. inform. biulleten «Hidrotekhnika». – L.: LPI, 1957. – № 8.
8. *Dantsih Dzh.* Lineinoe programmirovaniie, eho primeneniie i obobshcheniia (Linear programming, its application and generalizations) – M.: Prohress, 1966. – 600 s.
9. *Drannikov A. M.* Opolzni. Tipy, prichiny obrazovaniia, mery borby (Landslides. Types, causes of education, control measures). – K.: Ukrhidroselstroii, 1956. – 102 s.
10. *Erkhov V. I.* Teoriia idealno plasticheskikh tel (Theory of ideal plastic bodies). – M.: Nauka, 1978. – 352 s.
11. *Zerkal S. V.* Matematicheskoe modelirovaniie dvizheniia opolznei-potokov metodom chastits (Mathematical modeling of the movement of landslides-flows by the particle method): disser. ... kand. fiz.-mat. nauk: 05.13.18 - Moskva, 2002. – 99 s.
12. *Zukhovitskii S. I.* Lineinoe i vypukloe programmirovaniie (Linear and convex programming). – M.: 1964. – 230 s.
13. *Kalinin I. V.* Otsenka strukturno-tektonicheskogo stroeniia opolznevykh otkosov uholnykh razrezov s primeneniem elektricheskoi tomografii: na primere Luchehorskogo burouholnogo razreza (Assessment of the structural-tectonic structure of landslideslopes of coal minesusing electrical tomography on the example of the Luchegorsk brown coalmine): dis. ... kand. tekhn. nauk: 25.00.16 - Vladivostok, 2006. – 200 s.
14. *Kan Tke San.* Issledovaniie silovoho vozdeistviia opolznevykh massivov na uderzhivayushchie konstruktssii simpleks-metodom (Investigation of the force impact of landslide masses on retaining structures by the simplex method): dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.02 - Novosibirsk, 2005. – 180 s.
15. *Kashlev R. I.* Otsenka ustoichivosti dvukhsloinykh hruntovykh otkosov i sklonov na osnove analiza ikh napriazhennoho sostoianiia (Evaluation of the stability of two-layers oil slopes and slopes based on the analysis of their stress state): dis. ... kand. tekhn. nauk: 25.00.08 - Volhograd, 2005. – 177 s.
16. *Kiuntsel V. V.* Zakonomernosti i prohnoz opolznevooho protsessa na Russkoi platforme i v prilehaiushchei zone Alpiiskoi skladchatosti (Patterns and forecast of the landslide process on the Russian platform and in the adjacent zone of the Alps (folding)): avtoref. dis. ... dokt. heohr. nauk: 25.00.36 - M., 1979. – 24 s.
17. *Markarian V. V.* Issledovaniie i prohnoz opolznevooho protsessa v maikopskikh otlozheniiaakh (na primere opolznevykh raionov Abkazi) (Study and forecast of the landslide process in Maikop deposits (on the example of landslide regions of Abkhazia)): dis. ... kand. geolohomineral. nauk: 04.00.07 - Moskva, 1984. – 270 s.
18. *Maslov N. N., Z. I. Rohozina.* Opyt otsenki stepeni ustoichivosti sklonov s razvityimi na nikh pokrovnymi opolzniami (Experience in assessing the degree of stability of slopes with cover landslides developed on them): tr. MADI, 1976. – Vyp. 129.
19. *Maslov N. N.* Usloviia ustoichivosti sklonov i otkosov v hidro-enerheticheskom stroitelstve (Conditions for the stability of slopes and slopes in hydropower construction). – M.: Hosenerhoizdat, 1955.
20. *Nikolaevskii V. N.* Dilatansii i zakony neobratimoho deformirovaniia hruntov (Dilatancy and laws of irreversible oil deformation) // Osnovaniia, fundamenty i mekhanika hruntov. – 1979. – № 5. – S. 29-32.
21. *Nozhin A. F.* Opredeleniie napriazhenii v bortakh hlubokikh karerov (Determination of stresses in the sides of deep pits) // Ustoichivost bortov karerov i upravleniie hornym davleniim: tr. IHD Minchermet SSSR. – Sverdlovsk, 1972. – Vyp. 37.
22. *Perkovskii L. L.* Elementy rascheta ustoichivosti opolznevooho massiva (Elements for calculating the stability of a landslide mass). – Stavropolskoe kn. izd., 1964.
23. *Petrov N. F.* Opolznevyie sistemy. Prostye opolzni (aspekty klassifikatsii) (Landslide systems. Simple landslides (aspects of classification)). – Kishinev: Shtiintsa, 1987. – S. 162.

24. *Petrov N. F.* Prikladnye problemy taksonomii opolznei (Applied problems of landslide taxonomy)// Vestnik Chuvashskogo universiteta. - 2006. - № 2. - S. 171-182.
25. *Petrov N. F.* Teoreticheskie osnovy klassifikatsii opolznei (Theoretical basis for the classification of landslides)// Vestnik Chuvashskogo universiteta. – 2005. - № 3. - S. 267-284.
26. *Pochtman Yu. M., Kolesnichenko A. L.* Metody matematicheskoi optimizatsii v mekhanike hruntov (Methods of mathematical optimization in soil mechanics). - Kiev-Donetsk: «Vishcha shkola», 1977. – 102 s.
27. *Rusakov, B. A.* Raschet ustoichivosti mnohosloinykh otkosov slozhnogo profilia (Calculation of the stability of multilayer slopes of a complex profile) // Izv. vuzov. Hornyi zhurnal. - 1975. - № 2.
28. *Sokolovskii V. V.* Statika sypuchei sredy (Statics of loose environment). – M.: Fizmat-izdat, 1960. – 207 s.
29. *Tikhvinskii I. O.* Kolichestvennaia otsenka i prognoz ustoichivosti sklonov s ucheto mekhanizma opolznei na ravninnykh i predhornykh territoriakh (Quantitative assessment and prediction of slope stability, taking into account the mechanism of landslides in the plain and foothills): avtoreferat dis. ... d-ra heoloh.-mineral. nauk: 04.00.07 – M., 1989. – 38 s.
30. *Tikhvinskii I. O.* Otsenka i prognoz ustoichivosti opolznevykh sklonov (Assessment and forecast of stability of landslide slopes). - M.: Nauka, 1988. - 144 s.
31. *Florin V. A.* Osnovy mekhaniki hruntov (Bases of soil mechanics). - M.: Hosstroizdat, 1959. - T. 1.
32. *Fellenius V.* Statika hruntov (Soil statics). – M.: Stroizdat, 1933.
33. *Tsvetkova E. V.* Razrabotka metoda rascheta i prognoza ustoichivosti nahruzhenykh otkosov i sklonov kak osnovanii sooruzhenii na osnove analiza napriazhennoho sostoiannia hruntov (Development of a method for calculating and predicting the stability of loaded slopes and slopes as the foundations of structures based on the analysis of the stress state of soils): dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.02 - Volhohrad, 2007. - 187 s.
34. *Chalkova Yu. S., B. M. Cherepanov.* Opolznevye protsessy, ikh prognozirovanie i borba s nimi (Landslide processes, their forecasting and control) // Polzunovskii vestnik №1-2. - 2007.- S. 80-89.
35. *Chernyshova N. A.* Heoekologicheskaia otsenka i prognoz razvitiia osadok hruntovykh tolshch pri dlitelnom vodoponizhenii na opolzneopasnoi territorii (Geocological assessment and forecast of the development of sedimentation of soil strata during long-term water drawdown in landslide-prone area) h. Tomsk: dis. ... kand. heoloho-mineraloh. nauk: 25.00.36 - Tomsk, 2007. - 158 s.
36. *Shantukova D. A.* Issledovaniia, klassifikatsiia i monitorinh opolznevykh massivov Kabardino-Balkarskoi Respubliki (Research, classification and monitoring of landslide massifs in the Kabardino-Balkarian Republic). Avtoref. dis. na soisk. uchen. step. k.t.n.: Spets. 25.00.36 – Vladikavkaz, 2004. - 22 s.
37. *Yudin D. B., E. H. Holshteyn.* Lineinoe programmirovaniie. Teoriia, metody i prilozheniia. (Linear programming. Theory, methods and applications.) - M.: «Nauka», 1969.
38. *Akai K.* On the stress distribution in the earth embankment and the foundation. // Proceeding of the 4th Japan National Congress for Appl.-Mech., 1954.
39. *Negre M. R., P. Stuts.* Contribution a l'etude des fondations de revolution dand h hypothese de la plasticite parfait // Int. J. Solids and Struct. – 1970. - № 1. - pr. 53-68.
40. *Soren M. Andersen.* Material-Point Analysis of Large-Strain Problems: Modelling of Landslides. PhD thesis by December 2009. Aalborg University.
41. *Taylor R. L., C. B. Brown Darcy.* Flow Solutions with a free surface // Proc. An. Soc. Civ. Eng. – 1967. - Vol. 93. - PP. 25-33.
42. *DBN V.2.1-10:2018* Osnovy i fundamenti budivel ta sporud. Osnovni polozhennia. – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2018. – 36 s.
43. *DBN V.1.1-46:2017* Inzhenernyi zakhyst terytorii, budivel i sporud vid zsuviv ta obvaliv. Osnovni polozhennia. – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2017. – 47 s.
44. *DBN V.1.1-24:2009* Zakhyst vid nebezpechnykh heolohichnykh protsesiv. Osnovni polozhennia proektuvannia. – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2010. – 108 s.

Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Pavlenko V.M.

КЛАСИФІКАЦІЯ І ПРИЧИНИ ВИНИКНЕННЯ ЗСУВНИХ ПРОЦЕСІВ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ СХИЛІВ

У статті відображені результати системного аналізу науково-технічної літератури з метою вивчення існуючих класифікацій зсувів і зсувних процесів, причин активізації зсувів, а також нормативних і традиційних методів розрахунку стійкості схилів. Постійна потреба у залученні нових майданчиків для будівництва призводить до активного використання ділянок зі складними інженерно-геологічними умовами, в тому числі, зсувних і зсувонебезпечних територій. Використання таких ділянок несе певні ризики і являє собою складну інженерну задачу. Розв'язок цієї задачі неможливий без детального аналізу існуючого стану схилу та прогнозу його поведінки під дією потенційних природних і техногенних впливів. В статті розглянуті різноманітні класифікації зсувів, зсувних процесів і зсувних систем. Відзначається, що і досі немає загальноприйнятої класифікації зсувів, що обумовлено різницею термінологічної, а також понятійної бази у різних країнах. Складність і різнотипність морфології та генезису схилів, а також велика кількість природних і техногенних факторів, що можуть впливати на нього, фактично унеможливають розробку уніфікованої класифікації, зручної для використання у різних випадках. Проведено аналіз науково-технічної літератури з метою виявлення природних і техногенних факторів, які мають вплив на розвиток зсувних деформацій. У роботі розглянуті нормативні та традиційні методи розрахунку схилів. Згідно нормативних документів наведено загальні вимоги і рекомендації щодо розрахунку зсувних і зсувонебезпечних схилів. Розглянуто поділ аналітичних методів на певні групи, виконаний різними авторами та короткий огляд найбільш розповсюджених методів. Наведені методи мають певні переваги і недоліки, які обумовлюють раціональність їх застосування в різних умовах.

Ключові слова: зсуви, зсувні та зсувонебезпечні території, поверхня ковзання, коефіцієнт стійкості, методи розрахунку схилів.

Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Pavlenko V.M.

CLASSIFICATION AND CAUSES OF SHEARING PROCESSES AND METHODS OF CALCULATING SLOPES

The article reflects the results of a systematic analysis of scientific and technical literature for the purpose of studying the existing classifications of landslides and landslide processes, the reasons for the activation of landslides, as well as normative and traditional methods of calculating the stability of slopes.

The constant need to attract new sites for construction leads to the active use of areas with difficult engineering and geological conditions, including landslide and landslide-prone areas. The use of such areas entails certain risks and is a complex engineering task. Solving this problem is impossible without a detailed analysis of the existing state of the slope and a forecast of its behavior under the influence of potential natural and man-made influences. Various classifications of landslides, landslide processes and landslide systems are considered in the article. It is noted that there is still no generally accepted classification of landslides, which is due to the difference in terminological and conceptual bases in different countries. The complexity and heterogeneity of the morphology and genesis of slopes, as well as a large number of natural and man-made factors that can affect it, actually make it impossible to develop a unified classification convenient for use in various cases. An analysis of scientific and technical literature was carried out in order to identify natural and technogenic factors that have an impact on the development of shear deformations.

The work considers normative and traditional methods of calculating slopes. According to normative documents, general requirements and recommendations for the calculation of landslide and landslide-prone slopes are given. The division of analytical methods into certain groups, performed by different authors, and a brief overview of the most common methods are considered. These methods have certain advantages and disadvantages, which determine the rationality of their application in various conditions.

Key words: landslides, landslide-prone and landslide-prone territory, sliding surface, stability coefficient, slope calculation methods.

УДК 624.131.7

Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М. Класифікація і причини виникнення зсувних процесів та методи розрахунку схилів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109.– С. 184-202.

В роботі розглянуто найбільш розповсюджені класифікації зсувних процесів і систем.

Проаналізовано фактори, що призводять до виникнення, активізації та розвитку зсувів.

Проведено розгляд найпоширеніших методів і підходів для розрахунку стійкості схилів та визначення зсувного тиску.

Іл. 2. Таб. 2. Бібліогр. 44 назв.

UDC 624.131.7

Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Pavlenko V.M. Classification and causes of shearing processes and methods of calculating slopes // Strength of materials and theory of structures: Scientific-and-technical collected articles- K.: KNUBA, 2022. – Issue 109. - P. 184-202.

The work considers the most common classifications of shear processes and systems. The factors that encourage the occurrence, lead to the activation and development of landslides are analyzed.

The most common methods and approaches for calculating the stability of slopes and determining shear pressure are considered.

Fig. 2.Tab.2 Ref. 44.

Автор: доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки СОЛОДЕЙ Іван Іванович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб.тел.: +38 (044) 241-55-55

Моб. тел.: +38 (050)357-44-90

E-mail: solodei.ii@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-7638-3085>

Автор: кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геотехніки ПЕТРЕНКО Едуард Юрійович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ПЕТРЕНКУ Е.Ю.

Email: petrenko.ey@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-9792-4757>

Автор: аспірант кафедри будівельної механіки ПАВЛЕНКО Василь Михайлович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ПАВЛЕНКУ В.М.

Моб. тел.: +38 (098) 783-46-10

Email: pavlenko_vm@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4525-5405>

UDK 539.3

THE ANALYSIS OF THE CONTINUOUS FRACTURE PROCESS OF THE STEAM-TURBINE ROTOR WITH THE LOCAL DEFECT**S.O. Pyskunov¹,**
Dr. Sci., Professor**R.M. Ostapenko²,**
Assistant**I.D. Kara²,**
PhD, Associate Professor¹*National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»
Peremogy Ave., 37, Kyiv, 03056*²*Kyiv National University of Construction and Architecture
Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.203-212

The problem about the determination of the life time value of the steam-turbine rotor with the primary defect regarding growth of the continual fracture zone using the semi-analytical finite element method is considered. The investigation of the damage accumulation process and the evolution of the continual fracture zone is carried out under condition of the creep.

Keywords: semi-analytical finite element method, creep, damage parameter, local defect, heterogeneity of a material.

Introduction. A considerable quantity of responsible elements of spatial structures of a complex form which work in a long-term load condition under an influence of high temperatures. The main factor, that determine the lifetime in such condition are the accumulation of creep deformations and the concomitant accumulation of the material damage. The authors have been dealing with this problem for a long time for various objects of power engineering. Various effects were considered that determine the value of the main resource of these structural elements [1, 2, 3]. The objects that are characterized by the same operating conditions and lifetime exhaustion include steam turbine rotors. Such problems are considering usually in the axisymmetric setting that provides the certain idealization the homogeneity of material properties for example [4]. At the same time the technological processing causes considerable divergences of physical-mechanical properties of the material during the creep consideration [5].

The most susceptible part of the forging rotor is the internal surface because it suffers the smaller impact during the forging. This region during processes of the annealing and the hardening is the most susceptible to the nascence of the anisotropy of material properties the presence of which affects on the working endurance during the operation. The heterogeneity of the material that is caused by the local deterioration of its properties leads to the nascence of the defect that is the concentrator of stresses. Whereas the rotor is the body of the rotation it is rational the using of a semi-analytical finite element method (FEM) [4].

That is why the investigation of the continuous fracture process and the determination of the work lifetime of the steam-turbine rotor considering the local deterioration of material properties and also the determination of the additional rotor lifetime in the presence of the defect on the basis of the modeling of the evolution of the continuous fracture zone are actual.

1. Basic Relations. The description of the elastic deformation of the material is executed using the Hooke's law; the augment of creep strains is determined on the basis of the theory of the strengthening:

$$d\varepsilon_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial f_c}{\partial s^{ij}} = \lambda_c s_{ij}, \quad (1)$$

where f_c is the function that determine the creep surface.

To describe the dispersed damages impact on the material strength the function of the damage is applied the value of what changes from 0 to 1 during the operation process: the value $0 < \omega_0 < 1$ corresponds to the existence of primary defects in the material, the value $\omega^* = 1$ corresponds to the fracture (loss of bearing capacity) of the material.

The expression of the function of the creep surface f_c in the presence of the continuous fracture is:

$$f_c = \frac{3}{2} s_{ij} s^{ij} - \left[\sigma_i(\vartheta_c, T, \xi_c^i, \omega) \right]^2 = 0, \quad (2)$$

where $\sigma_i(\vartheta_c, T, \xi_c^i, \omega)$ is the fluidity boundary at the pure shear;

$\vartheta_c = \int_{\varepsilon_{ij}^c} \sqrt{\frac{2}{3}} d\varepsilon_{ij}^c d\varepsilon^{ijc}$ is the Odqvist's parameter of the strengthening;

$\xi_c^i = \frac{\partial \varepsilon_c^i}{\partial t} = \int_{\varepsilon_{ij}^c} \sqrt{\frac{2}{3}} d\xi_{ij}^c d\xi^{ijc}$ is the intensity of the velocity of creep strains.

To describe the deformation of the material under creep condition the expression (2) needs to be supplemented by the equation that describes changes of the damage parameter ω in time. During construction of that equation in general is assumed that the augment of the function $\omega(t)$ during the short period of time t depends on the current state of the material (the value of the parameter of the damage) and loads [6-8]:

$$\frac{d\omega}{dt} = \Phi(\omega, p_j), \quad (3)$$

where $\Phi(\omega, p_j)$ is the certain function; p_j is the vector of loads, that defines external force, deformation and temperature impacts.

2. The Solution Algorithm of Spatial Creep Problems. The process of the non-linear deformation can be presented as the summation of discrete steps by parameters of external loads and time. Thereby, using the step-by-step algorithm is necessary for solving the problem. In turn, iterative algorithms are used at every step for solving of the system of non-linear equations.

To considerate changes of physical-mechanical properties of the material depending on external loads the possibility of their adjustment is provided at

the beginning of every step. Physical-mechanical properties are expected constant in the borders of the step.

The vector of unknown displacements $\{u_l\}_n^m$ of the system of non-linear equations FEM at each iteration n of the step m can be presented as:

$$\{u_l\}_{n+1}^m = \{u_l\}_n^m + \beta [K_{ll}]^{-1} \left(\{Q_l\}_n^m - \{R_l\}_n^m \right), \quad (4)$$

where $\{Q_l\}_n^m$ is the vector of joints loads at the step m ; $\{R_l\}_n^m$ is the vector of joints reactions at the iteration n that is defined depending on values of stresses σ_{ij} changing values of what occurs due to the augment of external loads or time and the corresponding non-linear deformation of the material.

The condition of the coinciding of the iteration process at the step is the inequality:

$$\sum_{l=0}^L \left(\{\Delta u\}_l^n \right)^2 \leq \xi \sum_{l=0}^L \left(\{u\}_l^n \right)^2, \quad (5)$$

where $\xi = 10^{-4} \dots 10^{-6}$ is the correctness parameter of the solving of the system of non-linear equations that can be evaluated on the basis of the investigation of the obtained equation.

At the beginning of each iteration n of the step m components of the tensor of stresses σ_{ij} are defined using the formula:

$$(\sigma_{ij})_n = (\sigma_{ij})_{n-1} + (\Delta \sigma_{ij})_n, \quad (6)$$

where $(\Delta \sigma_{ij})_n$ is the augment of stresses that are determined in accordance with the Hooke's law depending on the value of the augment of total deformations.

Real values of stresses $(\bar{\sigma}_{ij})_n^m$ that are used to define components of the vector of joints reactions $\{R\}_n^m$ are determined using the formula:

$$(\bar{\sigma}_{ij})_n^m = \frac{1}{3} \delta^{ij} (\sigma_{ij})_n^m + (\bar{s}_{ij})_n^m = (\sigma_0)_n^m + (\bar{s}_{ij})_n^m, \quad (7)$$

where $(\bar{s}_{ij})_n^m$ are components of the deviator of stresses that consider the augment of non-linear creep deformations:

$$(\bar{s}_{ij})_n^m = (s^{ij})_n^m - G_1 (\Delta \varepsilon_{ij}^c)_n^m, \quad (\Delta \varepsilon_{ij}^c)_n^m = (\xi_{ij}^c)_n^m \Delta t_m, \quad (8)$$

$$G_1 = E / (1 - 2\nu),$$

$$(\xi_{ij}^c)_n^m = \frac{3}{2} \left[\xi_i^c \right]_m^n \frac{(s_{ij})_n^m}{(\sigma_i)_m^n},$$

$$\xi_i^c = \frac{d\varepsilon_i^c}{dt} = \xi_i^c (\sigma_i, \nu_c, T, \omega),$$

where Δt_m is the value of the step in time.

Stresses that were obtained using expressions (6), (7), (8) are checked by the condition (5). After the execution of this check the calculation of the augment of creep deformations $(\Delta\varepsilon_{ij}^c)_m$ and the damage parameter $(\Delta\omega)_m$ is doing using stresses that were obtained at the last iteration of the step and corresponding accumulated values $(\varepsilon_{ij}^c)_m$ and ω_m :

$$(s_{ij}^c)_m = (s_{ij}^c)_{m-1} + (\Delta s_{ij}^c)_m = (s_{ij}^c)_{m-1} + (\xi_{ij}^c)_m \Delta t, \quad (9)$$

$$\omega_m = \omega_{m-1} + (\Delta\omega)_m = \omega_{m-1} + \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_m \Delta t_m. \quad (10)$$

Formulas (6)–(9) are invariant with respect to the concrete form of expressions for ξ_i^c and $\frac{d\omega}{dt}$.

At the end of the step the check of the condition of the local loss of the bearing capacity for all points of the body is performed:

$$\omega \square \omega^*. \quad (11)$$

where ω^* is the critical value of the damage parameter that corresponds to the material fracture moment.

Theoretically $\omega^* = 1$ [6, 8], but to prevent getting the incertitude in the denominator of expressions for ξ_i^c and $\frac{d\omega}{dt}$ is assuming $\omega^* < 1$ ($\omega^* = 0,9$ [7], $\omega^* = 0,95$ - $0,96$ [9], $\omega^* = 0,99$ [10]).

The moment of time t^* when at least in one of finite element is satisfied the condition (11) is fixed as the moment of the transition from the process of the accumulation of pores and the discontinuity in the material that are considering integrally using the damage parameter to the process of the nascence of macroscopic defects. Modeling of their evolution to the formation of primary cracks can be performed on the basis of correlation of continuum fracture mechanics [9, 10].

3. Modeling of the evolution process of the fracturezone of the steam-turbine rotor with the defect. The disc of the steam-turbine rotor is the massive axisymmetric body with the central through hole and the rim for fixing the bandage (Fig. 1).

Forces that affect the disc are conditioned by its rotation with the frequency $n_o = 3000$ rpm and consist of the uniformly distributed along the plane of the bandage rim S facial load with the intensity 68 MPa that models the impact of scapulas and the mass force that are distributed along the volume of the disc.

The mass force dP that acts on the elementary volume of the material dV that rotates around the axis with the frequency n_o and is located at the distance from the axis $R = z^2$ is calculated using the expression:

$$dP = \rho w^2 R dV, \quad (12)$$

where $\rho = 7850$ kg/m³ is the density of the disc material; $w = \pi n_o / 30$ is the angular frequency of the disc rotation.

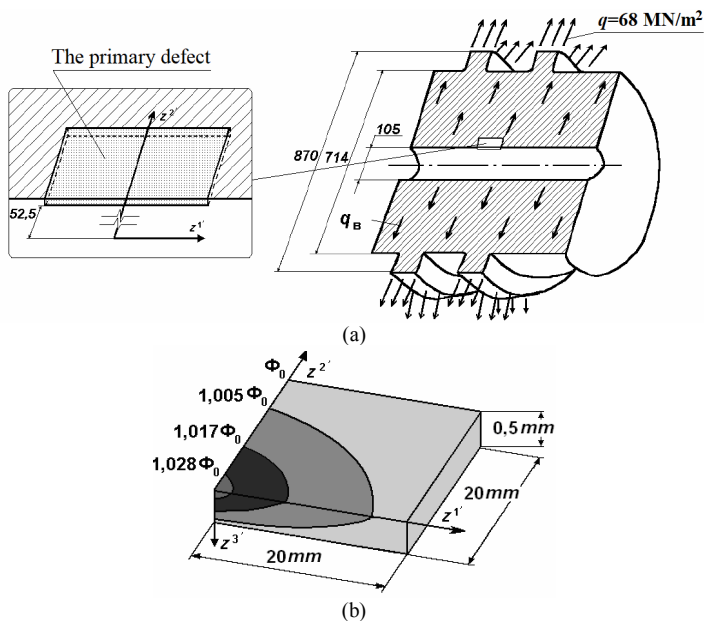


Fig. 1. The steam-turbine rotor with the primary defect (a) – general view, (b) – model of defect

We consider the impact of the initial defect (a local variance of the mechanical properties of the material taking place within this defect) on the rotor design life-time value. The defect is shaped as parallelepiped with dimensions $40 \times 20 \times 0.5$ mm placed in plane of the meridional section, (Fig. 1). The variance of mechanical properties under creep is described by the change of the degree index ϕ in (13) in a cross-sectional plane and by a circular coordinate by nonlinear law. The numerical values illustrated with isolines within local defect area are shown in Fig. 1 (b). The maximum constant deviation from the nominal value is observed near the axis of rotation of the rotor, outside the constant defect value is equal to nominal.

The equation that describes the body deformation in the creep circumstances considering the material damage accumulation:

$$\xi_i^c = A \left(\frac{\sigma_i}{1 - c\omega} \right)^n t^m, \quad \frac{d\omega}{dt} = B \left[\frac{(1 - \alpha)\sigma_i + \alpha\sigma_1}{1 - \omega} \right]^\phi, \quad (13)$$

where $A = 3.523 \cdot 10^{-21}$ MPa $^{-n}$ hour $^{-m-1}$; $B = 6.555 \cdot 10^{-19}$ MPa $^{-\phi}$ hour $^{-1}$; $c = 0.7$; $n = 5.51$; $m = -0.47$; $\alpha = 0.7$; $\phi = 4.23$ – material constants.

To perform the research of the coinciding depending on the quantity of nodes N in finite element model in the cross-section some discrete models are considered: $N = 235$ (Fig. 2 (a)), $N = 731$ (Fig. 2 (b)) and $N = 2047$ (Fig. 2 (c)). The structure of discrete models is oriented to the description of stress-strain state features around the defect and further modeling of the evolution of the continuous fracture zone.

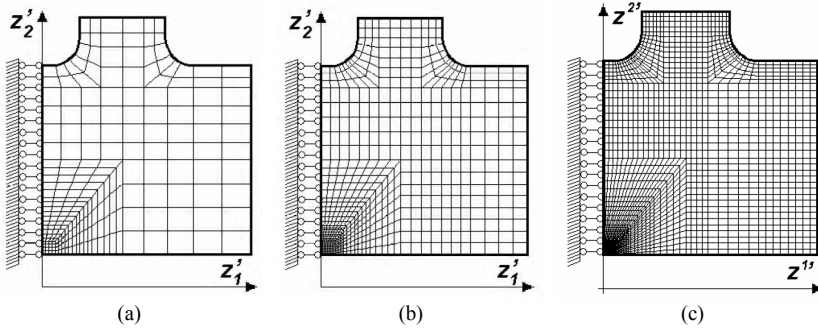


Fig. 2. Finite-element models of the rotor cross-section

The concentration of the finite-element model leads to obtaining of more exact results. Using of the thicker discrete model (Fig. 2 (b)) allows to clarify the rotor basic lifetime value on 2%. But using the next more thicker discrete model at $N = 2047$ (Fig. 2 (c)) allows to clarify the rotor basic lifetime value less than on 1%. Considering the significant volume of computing costs the further increasing of the joints quantity more than 731 is inexpedient.

Considering conducted researches of the coinciding depending on the quantity of harmonicas that were performed using the finite-element model with $N = 731$ the rotor basic lifetime value in the presence of the defect is near of 104000 hours that is less by 15% than in the case of the defect absence [4].

Using the distribution of isolines of the damage parameter within the rotor cross-section that includes the defect (Fig. 3, a,b,c) can be traced the evolution of the fracture process and the character of the defect impact on the nascence of the crack initiation region. The maximum value of ω can be observed on isolines (Fig. 3, a) right nearby the defect at the moment of time 2200 hours already and the difference between maximum values of the damage parameter for the rotor with the defect and hereunto is 30% that increases over time and at the moment of time 103000 hours reaches 70%.

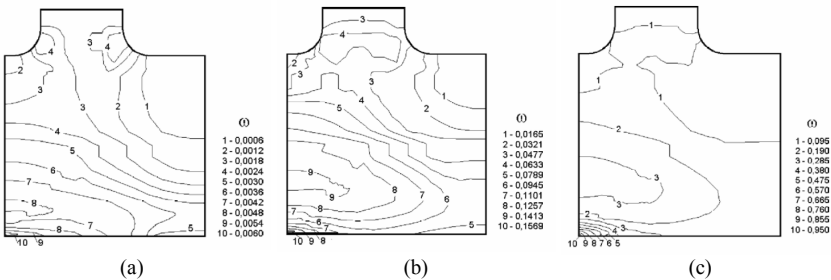


Fig. 3. The distribution of the damage parameter in the cross-section of the rotor with the defect at the moment of time: (a) – $t = 2200$ h, (b) – $t = 60400$ h, (c) – $t = 103650$ h

Scilicet the presence of the defect influences the fracture process at the initial stage already. At the moment of time 103650 hours it can be observed

that the distribution of maximum values of ω occurs in two directions within the plane of the rotor cross-section. It can be seen in the Fig. 3, c that the presence of the defect the contour of which is described by the dashed line has already the local character.

The impact of the heterogeneity of the material on the distribution of the damage parameter around the primary defect in more details is shown in the Fig. 4. The accumulation of the damage along the axis of the rotation occurs faster than by the radius.

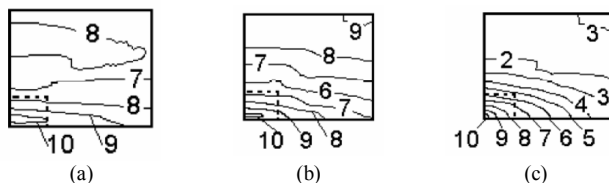


Fig. 4. The distribution of the damage parameter around the primary defect at the moment of time: (a) – $t = 2200$ h, (b) – $t = 60400$ h, (c) – $t = 103650$ h

At the moment of time 104000 hours that corresponds to the rotor basic lifetime value it's too early to talk about the form of the continuous fracturezone. But the accumulation region of the maximum values of ω increases in both directions of the rotor cross-section over time in such way that the augment of the maximum values of the damage parameter occurs more intensively in the rotation axis direction. At the moment of time 107000 hours the correlation between characteristic dimensions of the region in axes directions z^1 and z^2 is $2/3$. The qualitative character of this correlation is preserved in the future and at the moment of time 110000 hours the correlation between dimensions of the continuous fracture region in the plane of the rotor cross-section is about $1/2$. Thus the rotor additional lifetime value is 6000 hours.

Herewith the value of the damage parameter in finite elements those border with the fracture region doesn't exceed 0,3 scilicet the accumulation of the damage has the pronounced local character.

Conclusion. In this paper the problem about the determination of the basic lifetime value of the steam-turbine rotor with the defect on the basis of the semi-analytical finite element method is considered. Obtained results allow analyzing the evolution of the rotor fracture process at different progress stages of the accumulation of the damage parameter value and show the character of the heterogeneity presence impact on the lifetime value. The presence of divergences of material physical-mechanical properties affects on the region location in which the process of the accumulation of the damage parameter occurs faster and the fracture begins earlier. Continuous fracturezone increase time to the crack-like formation is 6000 hours. The continuous fracturezone extends within the rotor cross-section and takes the form of semi-elliptical crack with correlation between semi-axes $1/2$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Bazhenov, V.A., Gulyar, A.I. & Piskunov, S.O.* Modeling Creep and Continuous Fracture Process Zones in Spatial Prismatic Bodies. *Int Appl Mech* 41, 1016–1030 (2005). <https://doi.org/10.1007/s10778-006-0009-z>.
2. *Bazhenov, V.A., Gulyar, A.I., Piskunov, S.O. et al.* Design life assessment of the blade root of a gas turbine unit under thermomechanical loading. *Strength Mater* 45, 329–339 (2013). <https://doi.org/10.1007/s11223-013-9463-0>.
3. *Bazhenov, V.A., Pyskunov, S.O., Maksym'yuk, Y.V. et al.* Effect of Geometric Nonlinearity on the Life of a Herringbone Lock Joint in Creep. *Strength Mater* 54, 372–377 (2022). <https://doi.org/10.1007/s11223-022-00412-4>.
4. *Баженів В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах континуальногоруйнування просторових тіл: Монографія – К.: КНУБА, 2014. – 230 с.
5. *Шульженко М., Протасова Т., Мележик І.* Неосесиметричне деформування та тріщиностійкість роторів парових турбін // *Машинознавство.* – 2007. – №8. – С.13-17.
6. *Качанов Л. М.* Теория ползучести. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1960. – 456 с.
7. *Болотин В. В.* Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
8. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 732 с.
9. *Шевченко Ю. Н., Мазур В. Н.* Решение плоских и осесимметричных задач термовязкопластичности с учетом повреждаемости материала при ползучести // *Прикл. механика.* – 1986. – № 8. – С. 3–14.
10. *Бойл Дж.* Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1976. – 360 с.

REFERENCES

1. *Bazhenov, V.A., Gulyar, A.I. & Piskunov, S.O.* Modeling Creep and Continuous Fracture Process Zones in Spatial Prismatic Bodies. *Int Appl Mech* 41, 1016–1030 (2005). <https://doi.org/10.1007/s10778-006-0009-z>.
2. *Bazhenov, V.A., Gulyar, A.I., Piskunov, S.O. et al.* Design life assessment of the blade root of a gas turbine unit under thermomechanical loading. *Strength Mater* 45, 329–339 (2013). <https://doi.org/10.1007/s11223-013-9463-0>.
3. *Bazhenov, V.A., Pyskunov, S.O., Maksym'yuk, Y.V. et al.* Effect of Geometric Nonlinearity on the Life of a Herringbone Lock Joint in Creep. *Strength Mater* 54, 372–377 (2022). <https://doi.org/10.1007/s11223-022-00412-4>.
4. *Bazhenov, V. A., Hulyar, O.I., Pyskunov, S.O., Saharov, O.S.*(2014). Semi-Analytical Finite Element Method in Problems of Continual Fracture of Spatial Bodies: The monograph. Kyiv: KNUCA, 230p. [in Ukrainian].
5. *Shulzhenko, M., Protasova, T., Melezhyk, I.* (2007). Non-axisymmetric Deformation and Crack Resistance of Steam-Turbine Rotor. *Machine Science*, №8, P.13-17. [in Ukrainian].
6. *Kachanov, L.M.* (1960). Theory of Creep. Moscow: FIZMATLIT, 456 p. [in Russian].
7. *Bolotin, V.V.* (1990). Lifetime of Machines and Constructions. Moscow: Mechanical Engineering, 448 p. [in Russian].
8. *Rabotnov, Yu.N.* (1966). Creep of Constructions Elements. Moscow: Science, 732 p. [in Russian].
9. *Shevchenko, Yu.N., Mazur, V.N.* (1986). Solving of Plane and Axisymmetric Problems of Thermoviscoplasticity Considering Damage of Material for Creep. *Appl. Mechanics*, № 8, P.3-14. [in Russian].
10. *Boyle, J.* (1976). Stresses Analysis in Constructions for Creep. Moscow: Mir, 360 p. [in Russian].

Стаття надійшла 14.10.2022

Пискунов С.О., Остапенко Р.М., Кара І.Д.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ РОЗВИТКУ КОНТИНУАЛЬНОГО РУЙНУВАННЯ РОТОРА ПАРОВОЇ ТУРБИНИ З ЛОКАЛЬНИМ ДЕФЕКТОМ

Найголовнішими факторами, що визначають ресурс роботи роторів парових турбін, які працюють в умовах тривалого навантаження під дією високих температур, є накопичення деформацій повзучості і супутнє накопичення пошкодженості матеріалу. Неоднорідність матеріалу призводить до виникнення дефекту, який є концентратором напружень. Для опису впливу розсіяних пошкоджень на міцність матеріалу конструкції застосовується функція пошкодженості, значення якої змінюється в процесі експлуатації. Для проведення дослідження розглядаються дискретні моделі при $N = 235$, $N = 731$ та $N = 2047$. Використання густіших дискретних моделей дозволяє уточнити величину основного ресурсу ротора на 2% та 1% відповідно. Для скінченноелементної моделі при $N = 731$, величина основного ресурсу роботи ротора при наявності дефекту становить 104000 годин, що на 15% менше, ніж при відсутності дефекту. Величина додаткового ресурсу роботи ротора складає 6000 годин. На ізолініях у межах поперечного перерізу ротора в момент часу 2200 годин можна спостерігати найбільші значення параметра пошкодженості поблизу дефекту, а різниця максимальних значень параметра пошкодженості для ротора з дефектом та без нього складає 30%, яка з часом збільшується до 70%. Після 104000 годин область накопичення максимальних значень ω збільшується в обох напрямках поперечного перерізу ротора таким чином, що в напрямку осі обертання приріст максимальних значень параметра пошкодженості відбувається інтенсивніше. В момент часу 107000 годин співвідношення між характерними розмірами зони континуального руйнування в напрямках осей становить 2/3, а в моменту часу 110000 годин становить приблизно 1/2. Значення параметра пошкодженості у скінчених елементах, що межують із зоною руйнування не перевищує 0,3, тобто накопичення пошкодженості є локальним.

Ключові слова: напіваналітичний метод скінченних елементів, повзучість, параметр пошкодженості, локальний дефект, неоднорідність матеріалу.

Pyskunov S.O., Ostapenko R.M., Kara I.D.

THE ANALYSIS OF THE CONTINUOUS FRACTURE PROCESS OF THE STEAM-TURBINE ROTOR WITH THE LOCAL DEFECT

Main factors that determine the steam-turbine rotors work lifetime which work in a long-term load circumstances under an influence of high temperatures are the accumulation of creep deformations and the concomitant accumulation of the damage of the material. The heterogeneity of the material leads to the nascence of the defect that is the concentrator of stresses. To describe the dispersed damages impact on the construction material strength the function of the damage is applied the value of what changes during the operation process. To perform the research discrete models with $N = 235$, $N = 731$ and $N = 2047$ are considered. Using thicker discrete models allows clarifying the rotor basic lifetime value on 2% and 1% respectively. For the finite-element model with $N = 731$ the rotor basic lifetime value in the presence of the defect is 104000 hours that is less by 15% than in the absence of the defect. The rotor additional lifetime value is 6000 hours. The maximum value of the damage parameter can be observed on isolines nearby the defect at the moment of time 2200 hours and the difference between maximum values of the damage parameter for the rotor with the defect and hereunto is 30% that increases over time to 70%. After 104000 hours the accumulation region of the maximum values of the damage parameter increases in both directions of the rotor cross-section over time in such way that the augment of the maximum values of the damage parameter occurs more intensively in the rotation axis direction. At the moment of time 107000 hours the correlation between dimensions of the continuous fracture region in axes directions is 2/3 and to the moment of time 110000 hours is about 1/2. The value of the damage parameter in finite elements those border with the fracture region doesn't exceed 0,3 scilicet the accumulation of the damage is local.

Keywords: semi-analytical finite element method, creep, a parameter of a damage, local defect, heterogeneity of a material.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Остапенко Р.М., Кара І.Д. Дослідження процесу розвитку континуального руйнування ротора парової турбіни з локальним дефектом // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 203-212.

Розглядається задача про визначення величини основного і додаткового ресурсу ротора парової турбіни з початковим дефектом з використанням напіваналітичного методу скінчених елементів.

Іл. 4. Бібліогр. 10 назв.

UDK 539.3

Pyskunov S.O., Ostapenko R.M., Kara I.D. The Analysis of the Continuous Fracture Process of the Steam-Turbine Rotor with the Local Defect // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 203-212.

The problem about the determination of the basic and additional lifetime value of the steam-turbine rotor with the primary defect using the semi-analytical finite element method is considered.

Fig. 4. Ref. 10.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедрою динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» ПИСКУНОВ Сергій Олександрович.

Адреса робоча: 03056 Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», ПИСКУНОВУ Сергію Олександровичу.

Моб. тел. + 38(050) 9626614

E-mail: s.piskunov@kpi.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3987-0583>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): асистент кафедри будівельної механіки ОСТАПЕНКО Роман Миколайович.

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури ОСТАПЕНКУ Роману Миколайовичу.

Роб. тел. + 38(044) 2415412

E-mail: ostapenko.rm@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3770-9913>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки КАРА Ірина Дмитрівна.

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури КАРА Ірині Дмитрівні.

Роб. тел.:+ 38(044) 2454829

E-mail: karaidknuba@tutanota.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4700-997X>

УДК 624.072

СТІЙКІСТЬ ПРУЖНИХ СТРИЖНІВ З ПОЧАТКОВИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ СТАЛЕВИХ ФЕРМ З ЖОРСТКИМИ ВУЗЛАМИ

С.І. Білик,

д-р техн. наук, професор

А.С. Білик,

канд. техн. наук, професор

Є.І. Цюпин,

асистент

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський пр., 31, м. Київ*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.213-228

Аннотація. Досліджено стійкість пружних елементів в деформованому стані при початкових недосконалостях конструктивної форми для елементів ферм з жорсткими вузлами. Робота стиснених стрижнів ферм з жорсткими зварними з'єднаннями найбільш точно описується моделлю, в якій одна опора жорстка, а інша має пружні умови обпирання. За методом початкових параметрів отримана систему алгебраїчних рівнянь, яка описує стійкості пружного стрижня з початковими відхиленнями при рівних умовах обпирання. Досліджені вплив на деформований стан значень початкових параметрів зміщення опор і початковий кут відхилення жорсткої опори при заданих характеристиках пружної опори. Проведено числові дослідження впливу навантажувального фактору на деформований стан пружного стрижня. Встановлені закономірності між деформованою віссю стрижня і навантажувальним фактором при різних початкових відхиленнях жорсткої опори. Розроблений й удосконалений методологічний підхід дає змогу визначати деформований стан центрально-стиснутих стрижнів при максимальних відхиленнях, які отримані під час виготовлення, монтажу або експлуатації конструкції.

Ключові слова: стійкість за Ейлером, стійкість пружних стрижнів, жорстка опора, пружна опора, гнучкість стрижнів, пружна робота, критерій стійкості, моделювання стійкості конструкцій, коефіцієнт розрахункової довжини елементів сталевих ферм з жорсткими вузлами.

Вступ

Стійкість центрально-стиснутих стрижнів з початковими відхиленнями є актуальною проблемою проектування сучасних металевих конструкцій. Відповідно вплив початкових відхилень в залежності від умов обпирання стрижнів недостатньо вичени та освітлений у науковій літературі. Через коефіцієнт розрахункової (ефективної) довжини всі умови обпирання стрижнів приводяться до шарніро-опертого стрижня, для якого вплив початкових ексцентристетів і недосконалостей вичено.

За нормативними документами України [1, 6] перевірка стійкості центрально-стиснутих сталевих елементів при стиску N виконується за формулою через використання коефіцієнта повздовжнього згину (коефіцієнту стійкості) φ в залежності від форми перерізу та початкових

недосконаlostей та умовної гнучкості - $\bar{\lambda}_x$, [1,6]: $\gamma_n N / (\varphi R_y \gamma_c A) \leq 1$. При коефіцієнті надійності за відповідальністю $\gamma_n = 1,0$ та коефіцієнті умов роботи $\gamma_c = 1,0$ та розрахунковому опорі сталі R_y , маємо: $N \leq (\varphi R_y A)$. Відповідно форма перерізу та вплив початкових недосконаlostей враховується через коефіцієнт δ та коефіцієнти α і β :

$$\varphi = \frac{0,5}{\bar{\lambda}_x^2} \left[\delta - \sqrt{\delta^2 - 4\pi^2 \bar{\lambda}_x^2} \right], \delta = \bar{\lambda}_x^2 + 9,87(1 - \alpha + \beta \bar{\lambda}_x). \quad (1)$$

За Європейськими нормативними документами [1] перевірка стійкості центрально-стиснутих сталевих елементів відбувається через знижувальний коефіцієнт (далі за текстом фактор стійкості) - χ (*Reduction factor for buckling*).

$$N_{b,Rd} = \chi \beta_A A f_y / \gamma_{M1}; \chi = \frac{1}{\Phi + [\Phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{0,5}}, \chi \leq 1, \quad (2.a)$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]; \bar{\lambda} = \left[\frac{\beta_A A f_y}{N_{cr1}} \right]^{0,5} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_1} \right) [\beta_A]^{0,5}, \quad (2.b)$$

$$\lambda_1 = \pi \left[\frac{E}{f_y} \right]^{0,5} = 93,9 \epsilon; \epsilon = \left[\frac{235}{f_y} \right]^{0,5} (f_y, \text{Н/мм}^2). \quad (2.c)$$

У формулах (2) позначено: Φ - фактор для визначення знижувального коефіцієнта χ , λ_1 - значення гнучкості для визначення умовної гнучкості, λ - гнучкість стрижня, α - коефіцієнта початкових недосконаlostей певної форми, β_A для поперечних перерізів різних класів. Тобто рекурентна формула між умовною гнучкістю у формулі (2.b) за європейськими нормами і державними нормами у формулі (1.f) при $\beta_A = 1,0$ має вид.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y \lambda_x^2}{\pi^2 E}} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{\bar{\lambda}_x}{\pi} \rightarrow \bar{\lambda} = \frac{\bar{\lambda}_x}{\pi}. \quad (2.d)$$

Таким чином, формули (1) і (2) показують, що коефіцієнт поздовжнього згину φ є величиною аналогічною за фізико-математичним змістом до фактора стійкості χ [1, 6].

У статті розвивається підхід, щодо врахування початкових недосконаlostей пружних стрижнів, та їх вплив на напружено-деформований стан сталевих елементів при різних умовах експлуатації і початкових недосконаlostях форми і ексцентриситетів, які можуть бути вище проектних даних.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Великий внесок в розвиток теорії стійкості стрижнів зроблено відомими вченими [2, 3, 4, 5, 6]: Л. Ейлером (Euler, L., 1759 p.), Т. Юнгом (Youngs T., 1807), Е. Ламарлем, М. Хеймі, Г. Эйнгельгардтом, Ф. Енгесером (F. Engesser, 1889), А. Консидера (Considere A., 1891 p.), Карманом Т. (Theodore von Kármán, 1908). У 1892-1893 рр. Ясинським Ф.С. [2, 4, 5, 6] було узагальнено результати експериментальних досліджень (Баушингера, Тетмайера і

Консідера) і складені таблиці критичних напружень для стрижнів з різною гнучкістю. Це дало практичну методику перевірки стійкості центрально-стиснутих металевих колон за табличними даними. Окрім поширення використання теорії стійкості стрижнів з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій, відомими вченими С.П. Тимошенко та А.Н. Дінником розвивається теорія перевірки стійкості наскрізних сталевих колон постійного і змінного перерізів [5, 6, 7]. Також запропоновані формули для апроксимації кривих стійкості Дж. Джонсоном (Johnson, J.B.) для визначення критичних напружень при розвитку обмежених пластичних деформацій: $\sigma_{cr} = \alpha - \beta \lambda^2$, де α і β – деякі коефіцієнти характеристик стрижня і сталі. Формулу Джонсона для аналітичних досліджень стійкості центрально-стиснутих елементів для діапазону гнучкості $\lambda \leq \lambda_1$ (зона розвитку обмежених пластичних деформацій) використовують у такій формі запису: $\sigma_{cr} = f_y - (f_y - \sigma_e)(\lambda_1/\lambda)^2$. Така параболічна залежність між коефіцієнтом ϕ і умовною гнучкістю стрижня λ_1/λ має запис: $\phi = \sigma_{cr}/f_y = 1 - (1 - \sigma_e/f_y)(\lambda_1/\lambda)^2$. Лінійну апроксимацію для визначення критичних напружень використовували Тетмайер та Ясинський Ф.С. Тетмайер використовував таку залежність: $\sigma_{cr} = \sigma_u [1 - a \lambda]$, де $a_1 = (1/\pi) [(\sigma_e/E)(1 - \sigma_e/\sigma_u)]^{0.5}$, σ_e – границя пропорційності роботи сталі на розтяг, σ_u – тимчасовий опір сталі [2 - 6]. При пружній втраті стійкості сталі при $\lambda_1 = \pi (E/f_y)^{0.5}$ та використанні діаграми розтягу сталі Прандтля ($\sigma_e = f_y$) пружна втрата стійкості стрижня за формулою Тетмайера [2 - 6, 10] набуває вигляду: $\sigma_{cr} = \sigma_u [1 - a_1(\lambda/\lambda_1)]$, де $a_1 = [(1 - \sigma_e/\sigma_u)]^{0.5}$. Ясинський Ф.С. способом найменших квадратів, обробляє експериментальні дані Тетмайера і Косіндера, й запропоновану формулу: $\sigma_{cr} = a - b\lambda$, де λ – розрахункова гнучкість стрижня, гнучкість стержня; $a = 310$ МПа, коефіцієнт $b = 1,14$ МПа. Однією з формул для визначення стійкості стрижня з урахуванням розвитку пластичних деформацій за діаграмою Прандтля стала відома формула Ренкіна (Rankine W.J.) [6]: $\sigma_{cr} = \sigma_0 / (1 + \alpha \lambda^2)$, де σ_{cr} – критичні напруження, λ – гнучкість елемента, α – емпіричний коефіцієнт. В останній формулі є можливість прийняти $\sigma_0 = \sigma_y$, та $\alpha = \sigma_y / (\pi^2 E)$, де $\sigma_{EI} = \pi^2 E / \lambda^2$ – критичні напруження за Ейлером. Тепер критерій стійкості буде: $\sigma_{cr} = \sigma_y / (1 + \lambda^2 \sigma_y / (\pi^2 E)) = 1 / (1/\sigma_y + 1/\sigma_{EI})$. $\sigma_{cr} = \sigma_y / (1 + \nu)$; $\nu = \sigma_y / \sigma_{EI}$. Остаточо: $\sigma_{cr} / \sigma_y + \sigma_{cr} / \sigma_{EI} \leq 1$. Для практичних розрахунків та перевірки стійкості стрижнів використовувалась формула: $\sigma_{cr} = f_y (1 + \nu) / (1 + \nu + \nu^2)$. В подальшому найбільш правильно описують стійкість стрижнів з урахуванням деформації зсуву перерізу при дії початкових ексцентриситетів і дії згинальних моментів та поперечних сил формули отримані Тимошенко С.П. [2, 3, 4]. Теоретичні положення досліджень аналізу експериментальних даних пружних центрально-стиснутих стрижнів з урахуванням початкових геометричних недосконалостей базуються на дослідженнях Тимошенко С.П. і Соусвелла (Southwell, R.V., 1932) [2, 3, 4, 6, 13]. В подальшому ряд вчених отримали співпадіння результатів рішення приблизного і точного диференціальних рівнянь стійкості пружних стрижнів, також був виявлений вплив врахування обтиску стрижнів на їх стійкість [2, 3, 4, 6, 13, 19]. Розвитку нелінійним процесам втрати стійкості

присвячені роботи [8, 12, 15, 16, 19]. На сьогодні особливу увагу приділяють дослідженням стійкості тонкостінних стрижнів [11, 17, 18, 19].

Основна проблема. При перевірці стійкості центрально-стиснутих елементів сталевих елементів використовують нормативні документи, в яких враховують початкові недосконалості. Так, ексцентриситет, між віссю поздовжньої сили і віссю стрижня, складає прийнято в межах $e_b \leq i_x / 20$. Початковий вигин осі центрально-стиснутого стрижня приймають в розрахунках: $\delta_0 = l_0 / 750 \dots l_0 / 500$ (l_0 – довжина стрижня, відстань між опорами). Але під час виготовлення і подальшої експлуатації конструкцій необхідно виникають додаткові ексцентриситети і відхилення, які перевищують проектні початкові відхилення та недосконалості. Більшість досліджень стосується вивченню впливу початкових недосконалостей на стійкість шарнірно опертих стрижнів. Але особливо це важливо при розрахунках на стійкість пружних стрижнів при пружному защемленні: колон, стрижнів ферм з жорсткими вузлами [9, 19].

Методика досліджень. Для проведення досліджень розглянута стійкість пружного стрижня в загальному вигляді довжиною l_0 на пружних опорах (рис. 1).

Стрижень має наступні геометричні характеристики I_x – постійний момент інерції перерізу, і площу перерізу – A .

Прийнята Декартова система координат, яка розташована із центром в центрі ваги симетричного перерізу.

Стояк стиснутий силою N , яка діє поздовж осі OZ . За методом початкових параметрів початкове значення згинального моменту прийнято позначати – M_{x0} , значення згинального моменту в довільному перерізі з координатою z позначено – через M_{xz} , при $z = l \rightarrow M_{xn}$. Переміщення кінця стрижня з координатою $z=0$ позначено через η_0 , переміщення перерізу стояка з довільною координатою z позначено через η_z . Відповідно кути повороту перерізу $z = 0 \rightarrow \eta'_0$, $z = z_i \rightarrow \eta'_z$, $z = l \rightarrow \eta'_n$. Прийнято позначення поперечної сили: $z = 0 \rightarrow Q_0$, $z = z_i \rightarrow Q_z$, $z = l \rightarrow Q_n$.

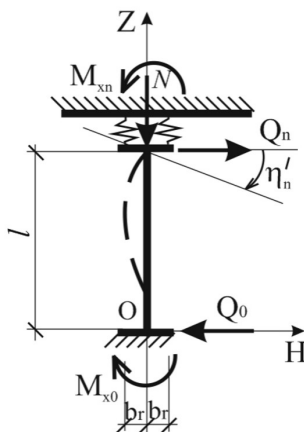


Рис.1. Розрахункова модель центрально-стиснутого стрижня сталевій фермі з жорсткими вузлами - розрахункова модель стрижня з пружною опорою

Рівняння рівноваги стійкості пружного стрижня описується лінійним диференціальним рівнянням другого ступеня

$$\eta''_{tz} + k^2 \eta_{tz} = k^2 \eta_0 - \frac{M_{x0} l^2}{EI_{x0}} - \frac{Q_0 l^3}{EI_{x0}} t_z. \quad (3.a)$$

Рішення диференціального рівняння (1) відоме [2, 3, 6, 9, 19]. Маємо запис у формі метода початкових параметрів

$$\begin{aligned} \eta_{tz} &= \eta_0 + \frac{\eta'_{t0} l}{k} \sin kt_z + \frac{M_{x0} l^2}{k^2 EI_{x0}} (\cos kt_z - 1) + \frac{Q_0 l^3}{k^3 EI_{x0}} (\sin kt_z - kt_z), \\ \eta'_{tz} &= l \eta'_{t0} \cos kt_z - \frac{M_{x0} l^2}{k EI_{x0}} \sin kt_z - \frac{Q_0 l^3}{k^2 EI_{x0}} (1 - \cos kt_z), \\ \eta''_{tz} &= -l \eta'_{t0} k \sin kt_z - \frac{M_{x0} l^2}{EI_{x0}} \cos kt_z - \frac{Q_0 l^3}{k EI_{x0}} \sin kt_z, \\ M_{xz} &= -\eta''_{tz} EI_{x0} = -\eta''_{tz} \frac{EI_{x0}}{l^2} = \frac{EI_{x0} k}{l} \eta'_{t0} \sin kt_z + M_{x0} \cos kt_z + \frac{Q_0 l}{k} \sin kt_z. \end{aligned} \quad (3.b)$$

Результат. Модель 1. Розглянуто стрижень, який має одну жорстку опору, а іншу - пружне защемлене ($\eta_0 = 0$, $\eta'_{t0} = 0$, $t_z = 1 \rightarrow M_{xn} = -2k_{r1} b_r^2 \eta'_{tn}$). Прийнято позначення згинального моменту в пружній опорі в залежності від кута повороту перерізу - η'_{tn} : $\eta_{tn} = 0$, $\eta'_{tn} = -M_{xn} / 2k_{r1} b_r^2$. У випадку $\eta'_{tn} = -M_{xn} / 2k_{r1} b_r^2$ критерій стійкості [9] буде мати вид

$$\begin{aligned} B_C &= (1 - \cos k) \left[k(1 - \cos k) + k^2 \frac{EI_{x0}}{2lk_{r1} b_r^2} \sin k \right] - \\ &- (k - \sin k) \left[k(\sin k) + k^2 \frac{EI_{x0}}{2lk_{r1} b_r^2} (\cos k) \right] = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Отримане аналітичне рівняння стійкості (3,б) співпадає із отриманими узагальненими рішеннями досліджень [9, 19]. Таке рішення дозволяє проводити числові дослідження для універсальних випадків при різних жорсткості опор.

На рис. 2 показані результати числових досліджень функції (4) при різних значення жорсткості пружних опор від $|2lk_{r1} b_r^2 / EI_{x0}| = 0,4$ до значення $|2lk_{r1} b_r^2 / EI_{x0}| = 10000$. Показано, що при зміні пружності защемлення однієї із опор, при високих значення жорсткості пружності защемлення ($|2lk_{r1} b_r^2 / EI_{x0}| = 10000$) рішенням рівняння (4) є значення $k = 6,2827 \rightarrow \mu_x < 0,5$, що достатньо близько наближається до стандартного значення $k = 2\pi = 6,28319 \rightarrow \mu_x = 0,5$. При слабкому защемленні ($|2lk_{r1} b_r^2 / EI_{x0}| = 0,4$) рішенням рівняння (4) є значення

$k=4,561 \rightarrow \mu_x < 0.6888$, що достатньо наближається до стандартного значення $\mu_x = 0.7$ ($k=4,488$). Результати числових досліджень зміни коефіцієнтів розрахункової довжини в залежності від пружності опор показано в табл. 1. Важливою закономірністю є, що всі функції (4) перетинаються в одній точці – це точка буде фокусі функцій за критерієм (4) відповідає точці $\mu_x = 0.7$ ($k=4,488$), за числовими дослідженнями $k=4,4933$ (відхилення становить - 0,00119), що достатньо для підтвердження достовірності числових досліджень.

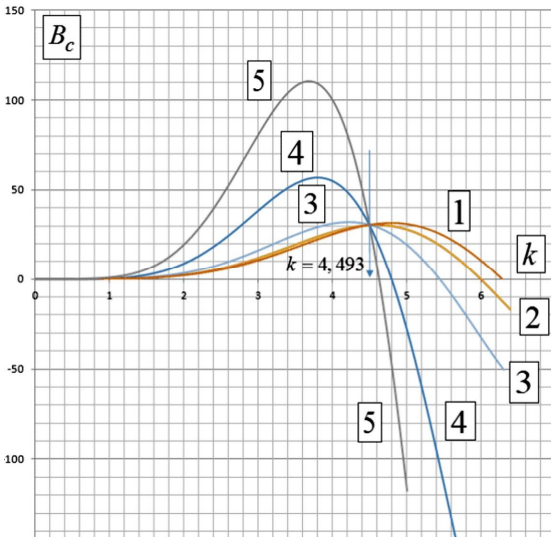


Рис. 2. Графіки функції (4) при різній приведеній жорсткості пружного защемлення одного кінця стрижня: графік 1 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 10000$; графік 2 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 20$; графік 3 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 5,0$; графік 4 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 1,0$; графік 5 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 0,4$

Таблица 1

Коефіцієнти розрахункової довжини μ_x

$\frac{2lk_{r1}b_r^2}{EI_{x0}}$	k	μ_x	$\frac{2lk_{r1}b_r^2}{EI_{x0}}$	k	μ_x
20	4,4933	0,69917	0,07	4,8967	0,64157
8	4,49275	0,69926	0,5	5,0182	0,62604
6	4,49215	0,69935	0,2	5,4383	0,5777
5	4,5605	0,68887	0,1	5,7579	0,5456
3	4,6031	0,68249	0,05	5,9918	0,52432
2	4,654	0,675	0,001	6,277	0,5005
1	4,7926	0,65551	0,0001	6,2827	0,5

Модель 2. Вплив початкових недосконалостей. Розглянуто схему розвитку переміщень стрижня, який защемлений з двох боків. Стрижень має відомі початкові переміщення ($t_{z0} = 0; \rightarrow \eta_{t0} \neq 0; \eta'_{t0} \neq 0$). Друга опора має пружне защемлення, віносне значення жорсткості пружної опори відомо, $EI_{x0} / (2k_{r1}b_r^2l) = \text{const}$:

$$t_z = 1 \rightarrow \eta_m = 0; \eta'_{m} = -M_{xn} / (2k_{r1}b_r^2) \rightarrow M_{xn} = \eta'_{m}(-2k_{r1}b_r^2).$$

За системою рівнянь (3) остаточно маємо систему трьох алгебраїчних рівнянь з трьома невідомим: $Q_0/l, M_{x0}l/EI_{x0}, M_{xn}l/EI_{x0}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M_{x0}l}{EI_{x0}} \frac{(\cos k - 1)}{k} + \frac{Q_0l^2}{EI_{x0}} \frac{(\sin k - k)}{k^2} = -\left(k \frac{\eta_0}{l} + \eta'_{t0} \sin k \right), \\ \frac{M_{x0}l}{EI_{x0}} \frac{\sin k}{k} - \frac{Q_0l^2}{EI_{x0}} \frac{(1 - \cos k)}{k^2} - \frac{M_{xn}l}{EI_{x0}} \left(\frac{EI_{x0}}{2k_{r1}b_r^2l} \right) = -\eta'_{t0} \cos k, \\ \frac{M_{x0}l}{EI_{x0}} \frac{\cos k}{k} + \frac{Q_0l^2}{EI_{x0}} \frac{\sin k}{k^2} - \frac{M_{xn}l}{EI_{x0}} \frac{1}{k} = -\eta'_{t0} \sin k. \end{array} \right. \quad (5.a)$$

Рішення системи (5.a) знайдено через головний і допоміжні визначники системи

$$\frac{M_{x0}l}{EI_{x0}} = \frac{\Delta_{M0}}{\Delta_G}, \quad \frac{M_{xn}l}{EI_{x0}} = \frac{\Delta_{Mn}}{\Delta_G}, \quad \frac{Q_0l}{EI_{x0}} = \frac{\Delta_{Q0}}{\Delta_G}. \quad (5.b)$$

У формулах (5.b) традиційно позначено: Δ_G - головний визначник системи (детермінант) (3,a) складений з коефіцієнтів при невідомих членах основної частини системи. Через $\Delta_{M0}, \Delta_{Q0}, \Delta_{Mn}$ - допоміжні визначники системи для визначення невідомих членів.

Проведені числові дослідження деформованого стану стиснутого стрижня за представленою моделлю з урахуванням початкових недосконалостей за системою рівнянь (5).

Приклад 1. Проведені числові дослідження деформованого стану стрижня умовно центрально-стиснутого з початковими недосконалостями. Стрижень жорстко защемлений з одного кінця і має початкові недосконалості: початковий зсув опорного перерізу і початковий кут повороту ($\eta'_{t0}=0,01; \eta_0/l=0,03$). З протилежного кінця стрижень пружно защемлений з ($\eta_n = 0; EI_{x0} = EI_{xn}; EI_{xn}/2k_{r1}b_r^2l = 0,0001$).

При незначному значення повздовжньої сили силового фактору ($k=0,05$) і пружної опори слабкий, при зростанні повздовжньої сили зі значенням характеристичного параметра стійкості до $k=5,5$ відбувається зростання відносного значення максимальних переміщень до $\eta_m/l=0,0306$ порівняно з початковим відхиленням $\eta_0/l=0,003$. Відбувається також зростання розрахункових значень згинальних моментів по довжині стрижня, що вказує на вплив повздовжнього згину.

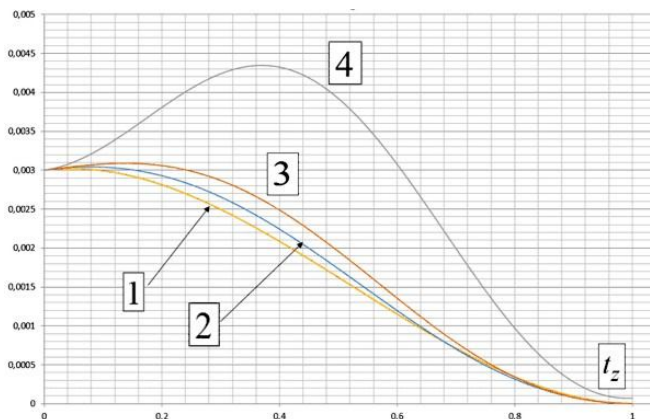


Рис. 3. Приклад 1. Деформований стан стиснутого пружного стрижня жорстко защемленого з одного кінця з початковими (залежність прогинів від початкових недосконалостей, вид вигнутої осі стрижня при центральному стиску) недосконалостями ($\eta'_0 = 0,01$; $\eta_0 / l = 0,03$); і пружно защемленого з протилежного кінця ($\eta_n = 0$; $EI_{x0} = EI_{xn}$; $EI_{xn} / 2k_r b_r^2 l = 0,0001$): графік 1: $k=0,05$; графік 2: $k=4,5$; графік 3: $k=5,5$; графік 4: $k=6,2$

Якщо при незначному навантаженні з параметром $k=0,05$ відносні значення максимальні згинальних моментів (Q_0/l , $M_{x0}l/EI_{x0}$, $M_{xn}l/EI_{x0}$) виникають на опорах при заданих початкових відхиленнях, то зростання силового фактору повздожньої сили до $k=5,5$ приводить до нелінійної зміни розподілу згинального моменту по довжині стрижня (рис. 4). При подальшому навантаженні при зростанні параметра стиснутої сили повздожнього згину до значення $k=6,2$ відбувається різке зростання відносних прогинів до відного значення $\eta_{\max}/l=0,004344$ (при $k=5,5$ маємо $\eta_{\max}/l=0,00306$). Розрахункові значення згинальних моментів на опорах і по довжині стрижня зростають більше ніж в 2 рази $M_{xz \max}l/(EI_{x0})=0,0466$, тепер маємо $\eta_{\max}/l=0,0449$, $\eta_{\max}/l=0,0447$, при $k=5,5$ $\eta_{\max}/l=0,0175$). Проте при достатньо значній жорсткості пружної опори ($M_{xz \max}l/(EI_{x0})=0,0001$) кут повороту перерізу в пружному защемленні зростає на незначну величину до $\eta'_m=0,000385$.

Приклад 2. Для впливу жорсткості пружної опори проведені додаткові числові дослідження деформованого стану стрижня умовно центрально-стиснутого з початковими недосконалостями.

Початкові недосконалості залишились без змін: початковий зсув опорного перерізу і початковий кут повороту ($\eta'_0=0,001$; $\eta_0/l=0,005$). Пружність опори на протилежному кінці зменшена

($\eta_n = 0$; $EI_{x0} = EI_{xn}$; $EI_{xn} / (2k_{r1}b_r^2l) = 0,0001$). Граничні відхилення на опорі $\eta_0/l = 0,005$ близькі до граничних прогинів $-f_u/l = 1/200$.

Таблиця 2

Значення згинальних моментів на опорах і максимальні значення по довжині стрижня при $\eta'_{l0} = 0,001$; $\eta_0/l = 0,005$

k	$M_{xz \max} l / (EI_{x0})$		
	$t_0 = 0$	$t_m = z_m / l$	$t_n = 1$
4,5	0,017947	0,025075	-0,02159
5,5	0,004187	0,02935	-0,1753
6,02	-0,0186	0,03939	-0,027
6,15	-0,04412	0,0576	-0,0485

При досягненні значення параметра силового фактора елемента до $k=5,5$ відбувається незначне зростання відносного значення максимальних переміщень до $\eta_m/l = 0,00505$ порівняно з початковим відхиленням $\eta_m/l = 0,005$. При збільшенні параметра елемента центрально-стиснутого до $k=6,02$ зростання прогинів досягає відносного значення $\eta_m/l = 0,00527$, а при $k=6,15$ відповідно $\eta_m/l = 0,00594$. Таким чином, зростання розрахункових згинальних моментів відбувається швидше ніж зростання максимальних прогинів (рис. 4).

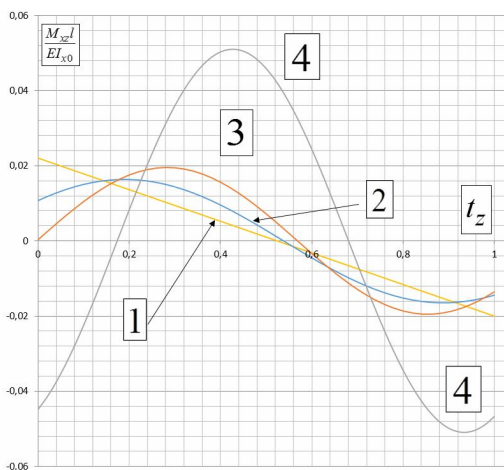


Рис. 4. Приклад 1. Зміна згинальних моментів деформованого стану стиснутого пружного стрижня жорстко защемленого з одного кінця з початковими недоскональностями

($\eta'_{l0} = 0,01$; $\eta_0/l = 0,003$); і пружно защемленого з протилежного кінця

($\eta_n = 0$; $EI_{x0} = EI_{xn}$; $EI_{xn} / (2k_{r1}b_r^2l) = 0,0001$): графік 1: $k = 0,05$; графік 2: $k = 4,5$; графік 3: $k = 5,5$; графік 4: $k = 6,2$

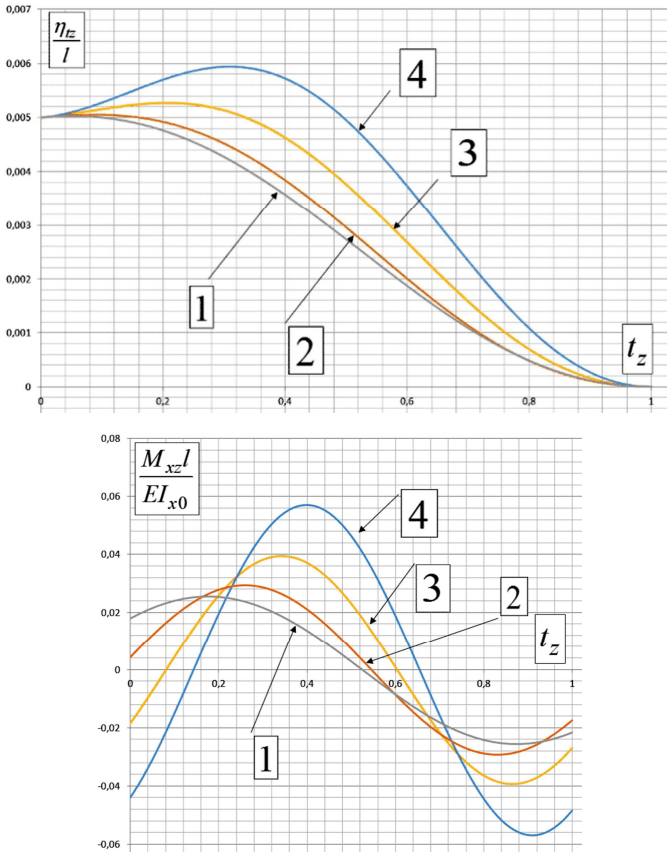


Рис. 5. Приклад 2. Деформований стан (відносні значення переміщень зліва і прогинів справа) стиснутого пружного стрижня жорстко защемленого з одного кінця з початковими недосконалістьми ($\eta'_{t_0}=0,01$; $\eta_0/l=0,03$); і пружно защемленого з протилежного кінця ($\eta_n=0$; $EI_{x_0}=EI_{x_n}$; $EI_{x_n}/2k_{r1}b_r^2l=0,001$): графік 1: $k=4,5$; графік 2: $k=5,5$; графік 3: $k=6,02$; графік 4: $k=6,2$

Приклад 3. Виконано числові дослідження зміни напружень в центральо-стиснутих пружних сталевих трубчастих стрижнів при роботі у складі ферм із жорсткими вузлами при різних початкових відхиленнях. Початкові відхилення прийняті більше традиційних значень. Зміна згинальних моментів деформованого стану стиснутого пружного стрижня жорстко защемленого з одного кінця з початковими недосконалістьми (в діапазоні $\eta'_{t_0}=0,001\dots 0,002$; $\eta_0/l=0,003\dots 0,005$); і пружно защемленого з протилежного кінця ($\eta_n=0$). Напруження визначались за відомою формулою, де M_{x_m} - максимальний згинальний момент, який враховує повздовжній згин та вплив початкових недосконалістей, $d = a_d i_x$ -

діаметр (висота) трубного перерізу, i_x - радіус інерції площі перерізу, a_d - перехідний коефіцієнт між радіусом інерції і діаметром труби

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{xm}}{W_x} = \frac{N}{A} + \frac{M_{xm}(d/2)}{I_x}. \quad (6)$$

Для переходу до відносних параметрів силових факторів прийнято такі залежності: $N/A = k^2 E / \lambda_E^2$; $\lambda_E^2 = l^2 / i_x^2$, де λ_E - гнучкість шарнірно опертого стрижня

$$\sigma = \frac{k^2 E}{\lambda_E^2} + \left(\frac{M_{xm} l}{EI_{x0}} \right) \frac{Ed}{2l} = \frac{k^2 E}{\lambda_E^2} + \left(\frac{M_{xm} l}{EI_{x0}} \right) \frac{a_d E}{2\lambda_E}. \quad (7)$$

За рівнянням (7) проведені числові дослідження (таблиця 3). Ці результати показали, що при зниженні параметра повздовжньої сили k , вплив початкових відхилень на стійкість зменшується швидше ніж зменшення параметра k . Таким чином, при виявленні початкових відхилень при виготовленні або монтажу конструкцій при відповідному розвантаженні конструкцій, є можливість уникнути заміну або підсилення конструкцій елементів сталевих ферм з жорсткими вузлами. З іншого боку при новому проектуванні конструкцій сталевих ферм з жорсткими вузлами для гнучких стрижнів слід виконувати розрахунок з урахуванням початкового ексцентриситету.

Таблиця 3

Результати досліджень повздовжнього згину пружних сталевих стрижнів

k	$\frac{k^2 E}{\lambda_E^2}$	$\frac{M_{xm} l}{EI_{x0}}$	$\left(\frac{M_{xm} l}{EI_{x0}} \right) \frac{a_d}{2\lambda_E} E$, МПа	σ , МПа	$\frac{\sigma}{R_y} \left(\frac{\sigma}{f_y} \right)$
$R_y = 240 \text{ МПа}, \eta'_{t0} = 0,002; \eta_0 / l = 0,005$					
6,02	230,4174	0,057572	11,85986	242,277	1,01
5,5	192,3302	0,023707	4,883644	197,214	0,822
5	158,9506	0,011201	2,307321	161,258	0,672
4	101,7284	0,004405	0,907412	102,636	0,428
$R_y = 240 \text{ МПа}, \eta'_{t0} = 0,001; \eta_0 / l = 0,003$					
6,02	230,4174	0,057572	7,911195	238,3286	0,993
5,5	192,3302	0,023707	3,305813	195,6361	0,815
5	158,9506	0,011201	1,401298	160,3519	0,6681
4	101,7284	0,004405	0,454179	102,1826	0,4258

В представленій моделі стрижня з жорсткою опорою, і початковими відхиленнями прикріплення стрижня (початкове зміщення опори, початковий кут пороту перерізу, та другою опорою з пружним защемленням, зростання розрахункових згинальних моментів відбувається швидше ніж зростання параметра повздовжньої сили.

Висновки

Удосконалено та узагальнено методологічний підхід оцінки впливу натурних початкових ексцентриситетів та кутів повороту перерізу на опорах для елементів сталевих ферм з жорсткими вузлами. Досліджені вплив на деформований стан значень початкових параметрів зміщення опор і початковий кут відхилення жорстокої опори при заданих характеристиках пружної опори. Проведено числові дослідження впливу навантажувального фактору на деформований стан пружного стрижня. Встановлені закономірності між деформованою віссю стрижня і навантажувальним фактором при різних початкових відхиленнях жорстокої опори. Розроблений методологічний підхід дає змогу визначати деформований стан центрально-стиснутих стрижнів при максимальних відхиленнях, які отримані під час виготовлення, монтажу або експлуатації конструкції. Методологічний підхід може бути розповсюджений на інші центрально-стиснуті пружні елементи з початковими відхиленнями отриманими під час експлуатації, виготовленні або монтажу конструкцій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings : EN 1993-1-1:2005. – Brussels : CEN–CENELEC Management Centre, 2005. – 91 p. – (European Standard).
2. *Bazhenov V.A., Perelmuter A.V., Vorona Yu.V.* Structural mechanics and theory of structures. History essays. – LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Deutschland, 2017. -580 p.
3. *Timoshenko S. P.* Theory of Elastic Stability / S. P. Timoshenko, J. M. Gere. – New York : McGraw Hill Kogakusha Ltd., 1961. – 541 p. <https://archivebooks.online/download/4715293-timoshenko-and-gere-theory-of-elastic-stability>.
4. *Timoshenko S. P.* History of Strength of Materials / S.P. Timoshenko. – New York: McGraw-Hill, 1953. – 452. https://www.academia.edu/33492992/_Timoshenko_Stephen_P_History_of_Strength_of_Ma_BookZZ_org_pdf.
5. *Білик С.І.* Коефіцієнт зменшення прогину центрально-стиснутих сталевих елементів з урахуванням початкових геометричних дефектів і залишкових напружень / С.І. Білик, А.С. Білик // Будівництво, матеріалознавство, машинобудування]. PGASA. Дніпропетровськ, 2015, вип. 82, сс. 32–37. <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/3402/1/Bilyk.pdf>.
6. *Білик С.І.* Теоретичне порівняння коефіцієнта зменшення продольності центрально стиснутих сталевих колон з урахуванням початкових деформацій і вигинів // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. - 2015. – Вип. 15. - С. 48-61.- http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2015_15_4.
7. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I.* Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154. <http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/12/201604.pdf>.
8. *Bilyk Sergiy, Tonkacheiev Vitaliy.* Determining sloped-load limits inside von Mises truss with elastic support. *Materiali in tehnologije, Ljubljana, Slovenija* 52 (2018), 105-109, doi:10.17222/mit.2016.083 <http://mit.imt.si/Revija/izvodi/mit182/bilyk.pdf>.
9. *Білик А., Цюпин С.* (2020). Стійкість елементів сталевих ферм із жорстким зварним з'єднанням. - Містобудування та просторового планування (75), 55–71. <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2020.75.55-71>.
10. *Bleich F.* Buckling Strength Of Metal Structures / F. Bleich. – New York: McGraw-Hill Book Co., Inc., 1952. – 498 p.

11. *Yurchenko V.V., Bilyk S.I.* Size optimization of single edge folds for cold-formed structural members // *Strength of Materials and Theory of Structures*. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P.73 – 86. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.73-86.
12. *Barabash M.* Some aspects of modelling nonlinear behaviour of reinforced concrete // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles* – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 164-171. http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/13-100_barabash.pdf
13. *Southwell R. V.* On The Analysis Of Experimental Observations In Problems Of Elastic Stability / R. V. Southwell // *Proc. Roy. Soc. – London : Series A. 135, 1932.* – P. 601–616. http://shellbuckling.com/presentations/otherTopics/pages/page_23.html
14. *Shanley F.R.* Inelastic column theory / F. R. Shanley // *Journal of the Aeronautical Sciences.* – 1947. – Vol. 14, May. – P. 261–268. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/8.1346>
15. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tonkacheiev V.H.* The stability of low-pitched von Mises trusses with horizontal elastic supports // *Strength of Materials and Theory of Structures*. – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P.131 – 144. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.131-144.
16. *N.L.Ings, N.S.Trahair.* Lateral buckling of restrained roof purlins// *Thin-Walled Structures.*- Volume 2, Issue 4, 1984, Pages 285-306. [https://doi.org/10.1016/0263-8231\(84\)90001-6/](https://doi.org/10.1016/0263-8231(84)90001-6/) <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0263823184900016>
17. *N.C. Huang.* Inelastic buckling of eccentrically loaded columns /*AIAA JOURNAL*-2012-Vol.11.NO7.- P. 974-979. <https://doi.org/10.2514/3.6856/> <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.6856>.
18. *Pawel Wyszmulski, Andrzej Teter, Hubert Debski.* Effect of load eccentricity on the buckling of thin-walled laminated C-columns/ *AIP Conference Proceedings* 1922, 080008 (2018). <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5019079>.
19. *Z.P. Bazant and L. Cedolin.* *Stability of Structures. Elastic, Inelastic. Fracture and Damage Theories*, Oxford University Press UK, 2010.– 1039 p. <https://bayanbox.ir/view/6662278601023334205/Stability-Of-Structures.pdf>

REFERENCES

1. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings : EN 1993-1-1:2005. – Brussels : CEN–CENELEC Management Centre, 2005. – 91 p. – (European Standard).
2. *Bazhenov V.A., Perelmuter A.V., Vorona Yu.V.* *Structural mechanics and theory of structures. History essays.* – LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Deutschland, 2017. -580 p.
3. *Timoshenko S.P.* *Theory of Elastic Stability* / S. P. Timoshenko, J. M. Gere. – New York: McGraw Hill Kogakusha Ltd., 1961. – 541 p.<https://archivebooks.online/download/4715293-timoshenko-and-gere-theory-of-elastic-stability>
4. *Timoshenko S.P.* *History of Strength of Materials* / S. P. Timoshenko. – New York : McGraw-Hill, 1953. – 452.https://www.academia.edu/33492992/_Timoshenko_Stephen_P_History_of_Strength_of_Ma_BookZZ_org_pdf
5. *Bilyk S.I.* Reduction factor for buckling of central-compressed steel elements considering initial geometrical imperfections and residual stresses / S.I. Bilyk , A.S. Bilyk // *Construction, materials science, mechanical engineering*. PGASA. Dnipropetrovsk, 2015, no. 82, pp. 32–37 <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/3402/1/Bilyk.pdf>. {in Ukrainian}.
6. *Bilyk S.I.* Theoretical comparison of the Reduction factor for buckling of centrally compressed steel columns taking into account the initial deformations and bends // *Collection of scientific works of the Ukrainian Institute of Steel Structures named after V. M. Shymanovsky.* - 2015. - Issue 15. - P. 48-61. - http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2015_15_4. {in Ukrainian}.
7. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I.* Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles* – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154. <http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/12/201604.pdf>.
8. *Bilyk S., Tonkacheiev V.* Determining sloped-load limits inside von Mises truss with elastic support. *Materiali in tehnologije*, Ljubljana, Slovenija 52 (2018), 105-109, doi:10.17222/mit.2016.083 <http://mit.imt.si/Revija/izvodi/mit182/bilyk.pdf>.

9. *Bilyk, A., & Tsyuryn, E.* (2020). Stability of steel elements of a steel trusses with a rigid welded joints. *Urban Development and Spatial Planning*, (75), 55–71. <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2020.75.55-71> {in Ukrainian}
10. *Bleich F.* *Buckling Strength Of Metal Structures / F. Bleich.* – New York : McGraw-Hill Book Co., Inc., 1952. – 498 p.
11. *Yurchenko V., Bilyk S.* Size optimization of single edge folds for cold-formed structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures.* – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P.73 – 86. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.73-86.
12. *Barabash M.* Some aspects of modelling nonlinear behaviour of reinforced concrete // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles* – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 164-171. http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/13-100_barabash.pdf
13. *Southwell R. V.* On The Analysis Of Experimental Observations In Problems Of Elastic Stability / R.V. Southwell // *Proc. Roy. Soc. – London : Series A.* 135, 1932. – P. 601–616. http://shellbuckling.com/presentations/otherTopics/pages/page_23.html
14. *Shanley F. R.* Inelastic column theory / F. R. Shanley // *Journal of the Aeronautical Sciences.* – 1947. – Vol. 14, May. – P. 261–268. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/8.1346>
15. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tonkacheiev V.H.* The stability of low-pitched von Mises trusses with horizontal elastic supports // *Strength of Materials and Theory of Structures.* – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P.131 – 144. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.131-144
16. *N.L.Ings, N.S.Trahair.* Lateral buckling of restrained roof purlins// *Thin-Walled Structures.*- Volume 2, Issue 4, 1984, Pages 285-306.[https://doi.org/10.1016/0263-8231\(84\)90001-6](https://doi.org/10.1016/0263-8231(84)90001-6)<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0263823184900016>
17. *N. C. Huang.* Inelastic buckling of eccentrically loaded columns /*AIAA JOURNAL*-2012-Vol.11.NO7.- P. 974-979. <https://doi.org/10.2514/3.6856/>[https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.6856.](https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.6856)
18. *Pawel Wyzmowski, Andrzej Teter, Hubert Debski.* Effect of load eccentricity on the buckling of thin-walled laminated C-columns/ *AIP Conference Proceedings* 1922, 080008 (2018). [https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5019079.](https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5019079)
19. *Z.P. Bazant and L. Cedolin.* *Stability of Structures. Elastic, Inelastic. Fracture and Damage Theories,* Oxford University Press UK, 2010.– 1039 p. <https://bayanbox.ir/view/6662278601023334205/Stability-Of-Structures.pdf>

Стаття надійшла 01.11.2022

Білик С.І., Білик А.С., Цюпин Є.І.

СТІЙКІСТЬ ПРУЖНИХ СТРИЖНІВ З ПОЧАТКОВИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ СТАЛЕВИХ ФЕРМ З ЖОРСТКИМИ ВУЗЛАМИ

Анотація. Мета. Досліджено стійкість пружних елементів в деформованому стані при початкових недосконалостях конструктивної форми для елементів ферм з жорсткими та пружними вузлами. **Методика.** Робота стиснених пружних стійок ферм з жорсткими зварними з'єднаннями найбільш точно описується моделлю, в якій одна опора жорстка, а інша має пружні умови опирання. За методологією початкових параметрів аналітичними методом з рішення диференціального рівняння стійкості стрижня, отримана систему алгебраїчних рівнянь, яка описує стійкість пружного стрижня з початковими відхиленнями при різних умовах опирання. **Результати.** Проведені числові дослідження деформованого стану пружного стрижня при різних початкових відхиленнях, параметрів силового впливу, та параметрів пружності опор. Досліджено вплив на деформований стан пружного стрижня зміщення опор і початкового кута повороту опори, та при різних жорсткостних хахарактеристиках пружної опори. Проведено числові дослідження впливу навантажувального фактору на деформований стан пружного стрижня. Встановлено

нелінійний характер зростання розрахункових згинальних моментів і максимальних прогинів стрижня. При повздовжньому згині зростання максимальних згинальних моментів при прийнятій моделі стрижня відбувається швидче ніж збільшення максимального прогину. Встановлені закономірності між деформованою віссю стрижня і навантажувального фактору при різних початкових відхилення жорсткої опори. Розроблений й удосконалений методологічний підхід дає змогу визначати деформований стан центрально-стиснутих стрижнів при максимальних відхиленнях, які отримані під час виготовлення, монтажу або експлуатації конструкції.

Наукова новизна. На підставі узагальнених теоретичних досліджень деформованого стану центрально-стиснутого пружного стрижня з урахуванням початкових недосконалостей та проведених числових досліджень удосконалена методика виявлення закономірностей між несучою здатністю стрижня та впливом максимальних початкових недосконалостей. **Практична значимість.** Отримані результати та розроблена методика дає змогу уточнити напружено-деформований стан пружних елементів ферм з жорсткими вузлами з урахуванням виявлених недосконалостей умов обпирання.

Ключові слова: стійкість за Ейлером, стійкість пружних стрижнів, жорстка опора, пружна опора, гнучкість стрижнів, пружна робота, критерій стійкості, моделювання стійкості конструкцій, коефіцієнт розрахункової довжини елементів сталевих ферм з жорсткими вузлами.

Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tsyupyn E.I.

THE STABILITY OF ELASTIC ELEMENTS IN A DEFORMED STATE WITH INITIAL STRUCTURAL FORM IMPERFECTIONS FOR TRUSS ELEMENTS WITH RIGID NODES WAS STUDIED

Abstract. Goal. The stability of elastic elements in a deformed state with initial imperfections of the structural form for truss elements with rigid and elastic nodes was studied. **Method.** The operation of compressed elastic elements of trusses with rigid welded joints is most accurately described by a model in which one support is rigid and the other has elastic resistance conditions. According to the methodology of the initial parameters, the analytical method from the solution of the differential equation of rod stability, a system of algebraic equations was obtained, which describes the stability of an elastic rod with initial imperfections and deviations. **The results.** Numerical studies of the deformed state of the elastic rod at various initial imperfections and deviations, force impact parameters, and support elasticity parameters were carried out. The impact on the deformed state of the elastic rod of the displacement of the supports, and the initial imperfections - angle of rotation of the support, as well as different stiffness characteristics of the elastic support, were studied. Numerical studies of the influence of the loading factor on the deformed state of the elastic rod have been carried out. The non-linear nature of the growth of calculated bending moments and maximum rod deflections has been established. In the case of longitudinal bending, the growth of the maximum bending moments when adopting the rod model occurs faster than the increase in the maximum deflections. Regularities between the deformed axis of the rod and the loading factor at different initial deviations of the rigid support are established. The developed and improved methodological approach makes it possible to determine the deformation state of centrally compressed rods with maximum deviations, obtained during the construction, installation, or operation of the structure. **Scientific novelty.** On the basis of generalized theoretical studies of the deformed state of a centrally compressed elastic rod, taking into account the initial imperfections and conducted numerical studies, the method of identifying regularities between the load-bearing capacity of the rod and the influence of maximum initial imperfections, Method has been improved. **Practical significance.** The obtained results and the developed methodology make it possible to clarify the stress-strain state of elastic elements of trusses with rigid nodes, taking into account the revealed imperfections of the various initial imperfections and deviations, force impact parameters, and elasticity parameters supports.

Keywords: Euler's stability, stability of elastic rods, rigid support, elastic support, flexibility of rods, elastic work, stability criterion, modeling of the stability of structures, coefficient of the calculated length of elements of steel trusses with rigid nodes, modeling stability by limit states.

УДК 624.072

Білик С.І., Білик А.С., Цюпин Є.І. Стійкість пружних стрижнів з початковими недосконаlostями сталевих ферм з жорсткими вузлами // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 213-228.

Табл. 3. Іл. 5. Бібліогр. 19 назв.

UDC 624.072

Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tsyupyn E.I. The stability of elastic elements in a deformed state with initial structural form imperfections for truss elements with rigid nodes was studied // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 213-228. - Ukr.

Tabl. 3. Fig. 5. Ref. 19.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА Білик Сергій Іванович

Робочий тел.: +38(044) 241-55-56

Мобільний тел.: +38(067) 588-8-295

E-mail: vartist@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8783-5892>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА БЛИК Артем Сергійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 241-55-56

Мобільний тел.: +38(50) 765-23-54

E-mail: artem.bilyk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9219-920X>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): асистент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА Цюпин Євген Іванович

Мобільний тел.: +38(063) 280-93-62

E-mail: standartbc@gmail.com

UDC 539.375

RESEARCH OF THE STRESSED AND DEFORMED STATE OF A METAL STRIP DURING THE BROACHING PROCESS**Yu.V Maksimyyuk¹,**
Doctor of Engineering**M.P. Kuzminets²,**
Doctor of Engineering**I.Yu. Martyniuk¹,**
Candidate of Technical Sciences**O.V. Maksimyyuk¹**¹*Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*²*National Transport University, Omelyanovicha-Pavlenka 1, Kyiv, 01010*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.229-238

In papers [2, 4, 5] the solution relations and the algorithm of the method of block iterations of solving linear and nonlinear equations by the semianalytic finite element method for curvilinear inhomogeneous prismatic bodies are realized. In paper [1], a numerical study of the convergence of solutions was performed, and a wide range of test problems for bodies with smoothly and abruptly changing physical and geometric characteristics in elastic and resilient-plastic formulation was considered. In paper [6], to confirm the reliability of the results obtained on the basis of the semi-analytical finite element method, the effectiveness of this approach for the calculation of curvilinear inhomogeneous prismatic objects is shown. Solving control problems of the theory of elasticity, thermoelasticity and thermoplasticity, as well as problems of shape change makes it possible to draw conclusions about the reliability of the results of the study of a selected class of objects based on the developed methodology and implements its application package.

In this work, using the methodology outlined in the above works, the solution of the spatial problem of plastic deformation of a prismatic body was solved on the basis of the semi-analytical method of finite elements, and the process of broaching a strip in the process of metal embossing was analyzed. The purpose of this study is to determine the spatial picture of the stress-strain state of the strip during drawing and to compare the spatial resolution with the flat one. A comparison of the parameters of the stress-strain state of the workpiece during the broaching process, obtained in flat and spatial settings, allows us to conclude that the research must be carried out on the basis of spatial calculation.

Keywords: finite element method (FEM), semi-analytical finite element method (SAFEM), stress-strain state, elastic and elastic-plastic deformation, shape change, strip broaching, metal embossing, flat and spatial production.

Introduction. The broaching operation is used to increase the length of the workpiece by reducing its cross-section (Fig. 1, 2). The contact of the workpiece and the tool during broaching is not carried out over the entire surface of the workpiece, but only on its part, i.e. There are quite extensive external zones that do not interact with the tool.

Broaching is an important operation of processing metals by pressure, this method is used during the production of many important parts of energy and

transport engineering. The development of broaching technology requires a correct assessment of the nature of the stressed-deformed state of the workpiece.

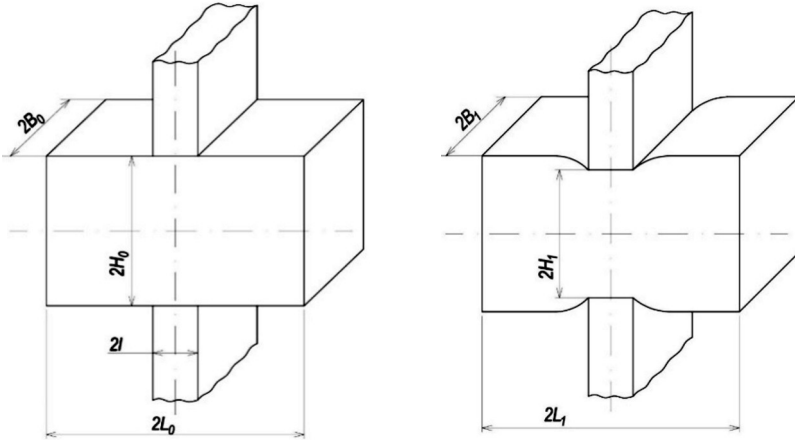


Fig. 1. The workpiece is in an undeformed state Fig. 2. The workpiece is in a deformed state

Obtaining such information is possible only on the basis of numerical methods, among which the finite element method has become the most common. There are known publications [3, 7] in which the broaching process is considered by FEM in a flat setup.

Analysis of the process of broaching a strip of rectangular section. Consider a stretch of strip, the dimensions of the cross-section of which are in the undeformed state $2H_0=2B=80$ mm, its length $2L_0=130$ mm, and the length of the working part of the striker $2L=25$ mm. The workpiece material is D16 alloy. The physical characteristics of the material are taken in accordance with the strain hardening curve schedule at $T=450$ °C.

To substantiate the adequacy of the initial ratios of the deformation process, the trajectories of points *C* and *D* lying on the surface of the freely deforming body were constructed (Fig. 3). Their configuration is close to a straight line, which indicates the correctness of the selection of the state levels.

The calculation scheme is shown in Fig. 4. In the plane of the longitudinal section, a grid of finite elements is drawn, uneven in the Z^2 , direction, along the Z^3 axis, expansion into a series of polynomials was used. The movement of the tool was modeled by the problem of rigid shifts $\Delta U^{1'}$ in the direction Z^1 .

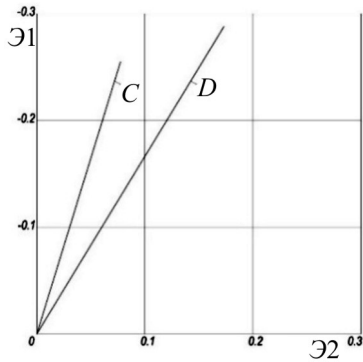


Fig. 3. Trajectories of points *C* and *D*

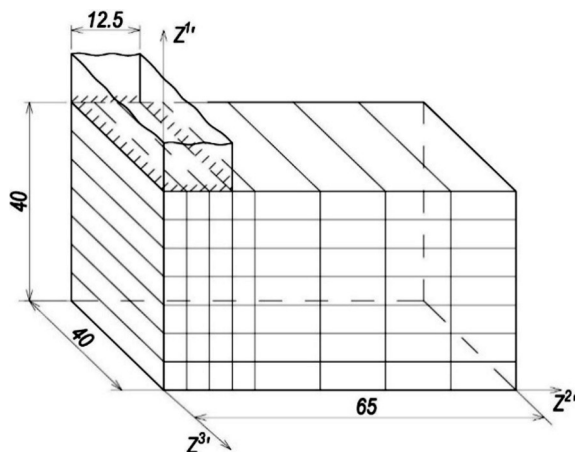


Fig. 4. Settlement scheme

As experiments show [8, 9], with the selected ratios of the geometric dimensions of the working part of the hammers and the cross-section of the workpiece, there is no contact sliding during broaching between dry rough plates. Therefore, boundary conditions corresponding to complete "sticking" are adopted on the contact surfaces of the workpiece and the tool. When solving the problem in a flat setting, the absence of displacements U^3 of the side surface of the body was assumed to simulate the conditions of plane deformation in the Z^3 direction.

The plastic deformation process is considered up to the degree of height compression, which is 18.8%.

To substantiate the reliability of the obtained results, a number of convergence studies were conducted depending on the number of finite elements in the plane $Z^3 = 0$, the number of retained members, the expansion along Z^3 , the size of the step in the displacement parameter, and the accuracy of solving systems of nonlinear equations.

It was found that to approximate the object, it is sufficient to use a grid with a total number of nodes in the plane of the longitudinal section, equal to 96, and to keep the first 5 expansion members along Z^3 . Thickening the mesh of finite elements by 1.5 times and increasing the number of retained expansion members by 2 times leads to a refinement of the result by less than 3%. The size of the step of the forced shift ΔU^{11} is chosen equal to 1.5 mm and has little effect on the convergence of the result. Thus, increasing the step by 3 times resulted in a loss of calculation accuracy by only 1%. The study of the accuracy of solving systems of nonlinear equations showed that for this problem, convergence was achieved at $\xi = 10^{-5}$. An increase in the ξ parameter by an order of magnitude resulted in a refinement of 1.7%.

One of the variants of the position of the approximating grid in the deformed state is presented in fig. 5.

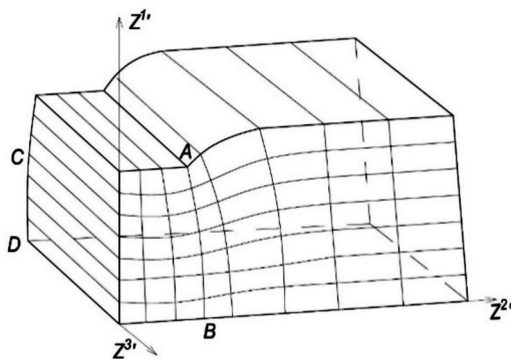
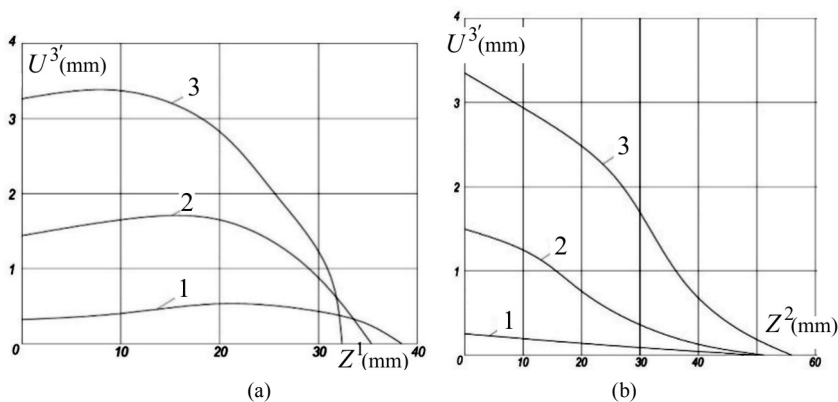


Fig. 5. The approximating grid in a deformed state

To detail the change in body shape during stretching, consider the movement of the most characteristic parts of the body. In Fig. 6 (a,b), 7 shows the graphs of the movements of points $U^{3'}$ of the lateral surface of the body in the transverse plane of symmetry, $U^{3'}$ in the longitudinal plane of symmetry, and U^2 along the line AB in the longitudinal plane of symmetry at different stages of broaching. Numbers 1 indicate the curves obtained at $\xi_1=3,8\%$, numbers 2 – at $\xi_1=11,3\%$, 3 – at $\xi_1=18,8\%$. The dashed line (Fig. 8) shows the corresponding plot U^2 , built based on the results of solving the planar problem.

Fig. 6. Plots of movements $U^{3'}$

The main difference between the spatial solution and the planar solution is that the barrel formation occurs not only in the plane $Z^3=0$, but also along the entire side surface of the workpiece (Fig. 6 (a),(b)).

Accounting for movements $U^{3'}$ leads to a significant quantitative change in the pattern of movements of body points in the longitudinal plane of symmetry (Fig. 7). In the area of maximum displacements U^2 the planar solution gives a result that is overestimated by almost 60% compared to the spatial solution.

Plots of deformations along the Z^1 coordinate on the axis of symmetry of the workpiece at the maximum degree of compression are presented in Fig. 8 (a). The planar solution (dashed line) gives the longitudinal strains ϵ_{22} the axis of symmetry by 60% overestimated compared to the three-dimensional one. The lower level of ϵ_{22} , deformations obtained in the spatial setting is due to the consideration of shape change along Z^3 and, therefore, the presence of ϵ_{33} deformations. A similar discrepancy in results is also observed from the comparison of ϵ_{22} , graphs constructed along the longitudinal axis of symmetry of the workpiece (Fig. 8 (b)).

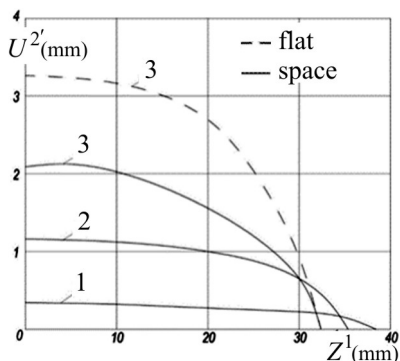


Fig. 7. Plots of movements $U^{2'}$

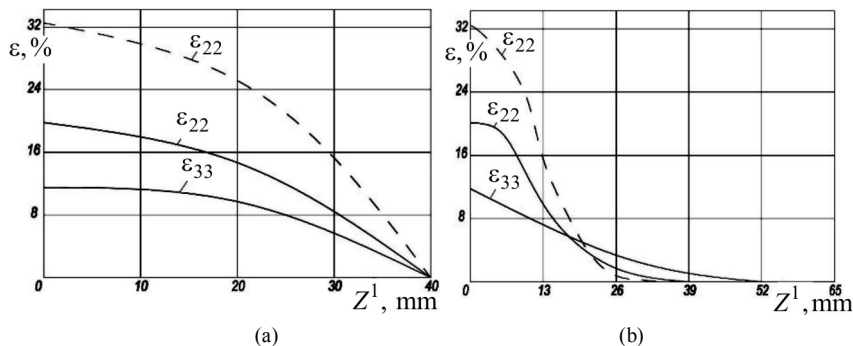


Fig. 8. Plots of deformations

In Fig. 9 (a), (b) shows the isolines of the intensity of plastic deformations in the longitudinal section of the body in the $Z^3=0$ plane, respectively, for the spatial and planar resolution. It turned out that in this field, the distribution of plastic deformations, obtained by both calculation options, is quite close.

The stress plots $\sigma^1 \sigma^1$, constructed along the vertical axis of symmetry of the workpiece (Fig. 10) for the planar and spatial solutions, have qualitatively the same character. At the boundary of the region of difficult deformation in both cases, an increase in compressive stresses is observed, and in the near-contact region, they are somewhat reduced. This is in good agreement with the results given in [7] taking into account a flat calculation.

Quantitative discrepancies between the values of $\sigma^1 \sigma^1$ obtained in the three-dimensional and planar setting in the region of the maximum amount to approximately 60%.

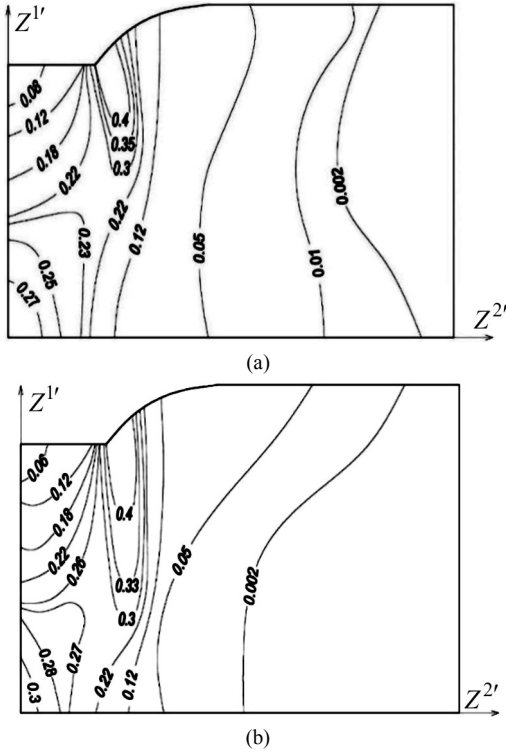


Fig. 9. Isolines of intensity of plastic deformations

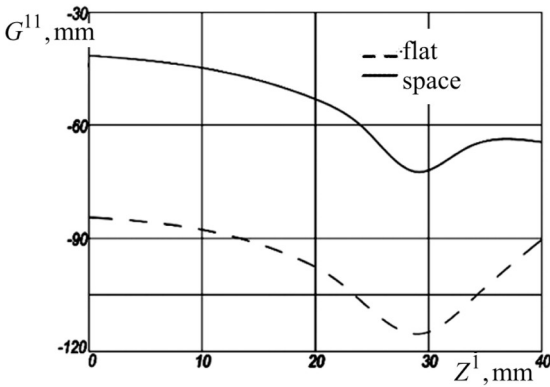


Fig. 10. Plots of voltage $\sigma^{2'} \sigma^{2'}$

One of the important characteristics of the considered process is the broaching effort. The graphs of the dependence of the broaching force on the degree of deformation in height are shown in Fig. 11.

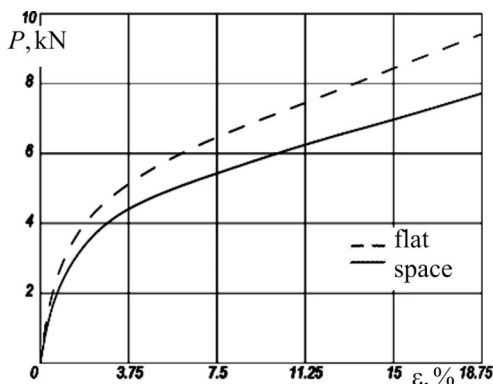


Fig. 11. Graphs of the fall of force in the degree of deformation in height

Their comparison shows that at the maximum degree of deformation, the planar solution gives a result more than 30% higher in comparison with the spatial solution.

Conclusion. Thus, the comparison of the parameters of the stress-strain state of the workpiece during the broaching process, obtained in the flat and spatial settings, allows us to conclude that the research must be conducted on the basis of spatial calculation.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometrical parameters / V.A. Bazhenov, M.V. Horbach, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymyuk // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – S. 92-104.
2. *Huliar O.I.* Universalnyi pryzmatychnyi skinchenyi element zahalnoho typu dlia fizychno I heometrychno neliniinykh zadach deformuvannya pryzmatychnykh til (Universal prismatic finite element of general type for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies) / O.I. Huliar, Yu.V. Maksymyuk, A.A. Kozak, O.V. Maksymyuk // Budivelni konstruktzii teoriia i praktyka – 2020. – Vyp. 6. – S. 72–84.
3. *Kobayashi S.* Three-dimensional Finite Element Analysis of Block Compression // Int. J. Mech. Sci. 1984. – v.26 – N 3. – P.165-176.
4. *Maksymyuk Yu.V.* Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies / Yu.V. Maksymyuk, S.O. Pyskunov, A.A. Shkrlil, O.V. Maksymyuk // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 104. – S. 255–264.
5. *Maksymyuk Yu.V.* Alhorytm rozv'iazannia systemy liniinykh ta neliniinykh rivnian napivanalitichnym metodom skinchenykh elementiv dlia kryvoliniinykh neodnorodnykh pryzmatychnykh til (Algorithm for solving a system of linear and nonlinear equations by the semianalytical finite element method for curvilinear inhomogeneous prismatic bodies) / Yu.V. Maksymyuk, M.V. Honcharenko, I.Iu. Martyniuk, O.V. Maksymyuk // Budivelni konstruktzii teoriia i praktyka – 2020. – Vyp. 7. – S. 101–108.
6. *Vorona Y.V.* Reliability of results obtained by semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters / Y.V. Vorona, Yu.V. Maksymyuk, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymyuk // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 184-192.

7. Malinin N.N. Issledovanie protsessa vyityazhki polosyi v usloviyah ploskoy deformatsii (Investigation of the Strip Drawing Process under Plane Deformation Conditions) / N.N. Malinin, K.I. Romanov, A.I. Hanin //Izv. vuzov. Mashinostroenie. – 1985. – # 12. – С.108-111.
8. Tarnovskiy I.Ya. Formoizmenenie pri plasticheskoy obrabotke metallov davleniem (Form change in the plastic processing of metals by pressure). – М.: Metallurgizdat, 1954. – 534 s.
9. Unksova E.P. Teoriya plasticheskogo deformirovaniya metallov (Theory of plastic deformation of metals) / E.P. Unksova, A.G. Ovchinnikova. – М.: Mashinost., 1983. – 599 s.

Стаття надійшла 26.07.2022

Максим'юк Ю.В., Кузьмінець М.П., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В.

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ МЕТАЛЕВОЇ СМУГИ У ПРОЦЕСІ ПРОТЯЖКИ

У роботах [2,4,5] реалізовано розв'язувальні співвідношення та алгоритм методу блочних ітерацій розв'язання лінійних і нелінійних рівнянь напіваналітичним методом скінчених елементів для криволінійних неоднорідних призматичних тіл. У роботі [1] виконано чисельне дослідження збіжності розв'язання, розглянуто широке коло тестових задач для тіл з плавно і стрибкоподібно мінливими фізичними та геометричними характеристиками в пружній і пружно-пластичній постановці. В [6] для підтвердження достовірності одержуваних результатів на основі напіваналітичного методу скінчених елементів, показано ефективність застосування даного підходу для розрахунку криволінійних неоднорідних призматичних об'єктів. Розв'язання контрольних задач теорії пружності, термопружності та термопластичності, а також задач формозмінення дає можливість зробити висновок про достовірність результатів дослідження виділеного класу об'єктів на базі розробленої методики та реалізує її пакет прикладних програм.

У даній роботі, використовуючи методику, викладену в наведених вище роботах, було виконано на основі напіваналітичного методу скінчених елементів розв'язання просторової задачі пластичного формозмінення призматичного тіла і проведено аналіз процесу протягування смуги в процесі обробки металу тисненням. Мета цього дослідження полягає у визначенні просторової картини напружено-деформованого стану смуги у процесі протяжки та зіставленні просторового розв'язання з плоским. Зіставлення параметрів напружено-деформованого стану заготовки в процесі протяжки, отриманих у плоскій та просторовій постановках, дозволяє зробити висновок, що дослідження необхідно проводити на базі просторового розрахунку.

Ключові слова: метод скінчених елементів, напіваналітичний метод скінчених елементів, напружено-деформований стан, пружне та пружно-пластичне деформування, формозмінення, протяжка полоси, обробка металу тисненням, плоска та просторова постановка.

Maksymyuk Yu.V., Kuzminets M.P., Martyniuk I.Yu., Maksymyuk O.V.

RESEARCH OF THE STRESSED AND DEFORMED STATE OF A METAL STRIP IN THE BROACHING PROCESS

In papers [2,4,5] the solution relations and the algorithm of the method of block iterations of solving linear and nonlinear equations by the semianalytical finite element method for curvilinear inhomogeneous prismatic bodies are realized. In paper [1], a numerical study of the convergence of solutions was performed, and a wide range of test problems for bodies with smoothly and abruptly changing physical and geometric characteristics in elastic and resilient-plastic formulation was considered. In paper [6], to confirm the reliability of the results obtained on the basis of the semi-analytical finite element method, the effectiveness of this approach for the calculation of curvilinear inhomogeneous prismatic objects is shown. Solving control problems of the theory of elasticity, thermoelasticity and thermoplasticity, as well as problems of shape change makes it possible to draw conclusions about the reliability of the results of the study of a selected class of objects based on the developed methodology and implements its application package.

In this work, using the methodology outlined in the above works, the solution of the spatial problem of plastic deformation of a prismatic body was solved on the basis of the semi-analytical method of finite elements, and the process of broaching a strip in the process of metal embossing was analyzed. The purpose of this study is to determine the spatial picture of the stress-strain state of the strip during drawing and to compare the spatial resolution with the flat one. A comparison of the parameters of the stress-strain state of the workpiece during the broaching process, obtained in flat and spatial settings, allows us to conclude that the research must be carried out on the basis of spatial calculation.

Keywords: finite element method, semi-analytical finite element method, stress-strain state, elastic and elastic-plastic deformation, shape change, strip broaching, metal embossing, flat and spatial production.

УДК 539.375

Максим'юк Ю.В., Кузьмінець М.П., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В. Дослідження напружено-деформованого стану металевієї смуги у процесі протяжки // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 229-238.

В даній роботі, використовуючи методику, викладену в роботах [1,2,4-6] було виконано на основі напіваналітичного методу скінчених елементів розв'язання просторової задачі пластичного формозмінення призматичного тіла і проведено аналіз процесу протягування смуги в процес обробки металу тисненням. Мета цього дослідження полягає у визначенні просторової картини напружено-деформованого стану смуги у процесі протяжки та зіставленні просторового розв'язання з плоским. Зіставлення параметрів напружено-деформованого стану заготовки в процесі протяжки, отриманих у плоскій та просторовій постановках, дозволяє зробити висновок, що дослідження необхідно проводити на базі просторового розрахунку.

Табл. 0. Іл. 11. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.375

Maksymyuk Yu.V., Kuzminets M.P., Martyniuk I.Yu., Maksymyuk O.V. Research of the stressed and deformed state of metal strip in the broaching process // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – С. 229-238.

In this work, using the methodology outlined in works [1,2,4-6], the solution of the spatial problem of plastic deformation of a prismatic body was solved on the basis of the semi-analytical method of finite elements, and the analysis of the strip broaching process in the process of metal embossing was carried out. The purpose of this study is to determine the spatial picture of the stress-strain state of the strip during drawing and to compare the spatial resolution with the flat one. A comparison of the parameters of the stress-strain state of the workpiece during the broaching process, obtained in flat and spatial settings, allows us to conclude that the research must be carried out on the basis of spatial calculation.

Table 0. Fig 11. Ref. 9.

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА МАКСИМ'ЮК Юрій Всеволодович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки МАКСИМ'ЮКУ Юрію Всеволодовичу

Роб. тел.: +38(044) 241-55-38

Моб. тел.: +38(067) 230-94-72

E-mail: maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедрою комп'ютерної, інженерної графіки та дизайну НТУ КУЗЬМІНЕЦЬ Микола Петрович

Адреса: 01010 Україна, м. Київ, Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, кафедра комп'ютерної, інженерної графіки та дизайну КУЗЬМІНЦЮ Миколі Петровичу

Моб. тел.: +38(098) 360-08-12

E-mail: Kuzminecnp@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9636-919X>

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): кандидат технічних наук, докторант кафедри будівельної механіки КНУБА МАРТИНЮК Іван Юрійович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки МАРТИНЮКУ Івану Юрійовичу

Моб.тел.: +38(096) 068-00-29

E-mail: ivan.martinyuk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7957-2068>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): аспірант Київського національного університету будівництва і архітектури МАКСИМ'ЮК Олександр Всеволодович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки МАКСИМ'ЮКУ Олександрю Всеволодовичу.

Моб.тел.: +38(067) 306-17-81

E-mail: sashamaksymiuk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2367-3086>

УДК 624.011

**ENGINEERING METHOD OF CALCULATING LAMINATED
TIMBER ELEMENTS REINFORCED WITH COMPOSITE TAPES****D.V. Mykhaylovsky,**

Doctor of Technical Sciences, Full Professor

O.A. Komar**M.A. Komar,**

Postgraduate Student

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.239-262

Annotation. In today's world, construction requires environmentally friendly materials that cause minimal damage to the environment. At the same time, they must have great strength and be resistant to various types of external influences. Timber structures, which are made of renewable natural materials and have a relatively high strength, can rightfully be considered as such material. Despite the fact that timber itself has certain negative properties, namely the tendency to shrink and swell, rot, anisotropy of properties, which requires special attention in construction, in laminated timber structures (LTS) these disadvantages are already more manageable. Beams are one of the main laminated timber structures. Laminated timber beams reinforcement allows to significantly increasing their stiffness and strength.

The article proposes a methodology for calculating laminated timber elements of rectangular section reinforced with composite tapes. Refined formulas for determining the efficient geometric and mechanical characteristics are provided. The proposed method was compared with another analytical method of calculation and with the numerical method of modeling in the LIRA-CAD software complex using the finite element method. It was proved that this method of reinforcing laminated timber structures is promising and relevant.

Keywords: reinforcement, analytical method of calculation, laminated, finite element method, laminated timber structures, efficient geometric cross-section characteristics, efficient elasticity modulus.

Introduction. In today's world, construction requires environmentally friendly materials that cause minimal damage to the environment. At the same time, they must have great strength and be resistant to various types of external influences. Timber structures, which are made of renewable natural materials and have a relatively high strength, can rightfully be considered as such material. Despite the fact that timber itself has certain negative properties, namely the tendency to shrink and swell, rot, anisotropy of properties, which requires special attention in construction, in laminated timber structures (LTS) these disadvantages are already more manageable. Beams are one of the main laminated timber structures. Laminated timber beams reinforcement allows to significantly increase their stiffness and strength.

For a detailed analysis of the stress-strain state (STS) of laminated timber elements of rectangular section reinforced with composite tapes, taking into account the peculiarities of their work and structure, a calculation method by analogy with [1] is proposed, which consists in applying the efficient geometric characteristics of a rectangular section to the usual calculation formulas [2]. For the

second group of limit states calculation of laminated timber elements of rectangular section, it is proposed to use the efficient elasticity modulus for the boards of the outer layer, in which the maximum stresses will be observed.

For the analysis of this method, a number of numerical studies were carried out on laminated timber beams reinforced with composite tape and ordinary laminated timber beams of the same strength class using analytical methods of calculation according to DBN [2], similar beams using the V.Shchuko's engineering method of calculating reinforced timber structures [3], laminated timber beams according to the analytical method of calculation according to SNiP [4] and using the finite element method (FEM) in the LIRA-CAD program complex (PC) using volumetric and flat finite elements (FE).

Laminated timber beams of the same strength class at different spans and different evenly distributed loads calculations using the specified methods were compared with calculations of similar beams reinforced with composite tapes according to the specified methods, and showed that reinforcing the LTS of the rectangular section significantly increases the load-bearing capacity and stiffness of the elements according to all comparative methods.

It has been confirmed that the proposed method of laminated timber beams reinforced with composite tapes analytical calculation is appropriate for use in the calculation of both individual elements and complex systems made of them. According to this method, it is possible to take into account the thickness and mechanical characteristics of the boards' timber from which the cross-section of the element is made and reinforcement, which significantly increases the range of use of laminated timber cross-sections reinforced with composite tapes, even in the case of a boards of different cross-sectional strength classes combination.

Literature review. There is very little domestic experience in designing the LTS of a rectangular section reinforced with composite tapes. The studies, the results of which are given in the article [5] by the authors Gomon S. and Polishchuk M., in which they experimentally consider the technology of manufacturing laminated timber beams reinforced with rod reinforcement and composite tapes, are one of the few. Also, certain results of experimental researches are described in the article [6] by the authors Bashynskiy O., Bondarchuk T., Peleshko M.V., which presents three methods of reinforcing timber beams with tape reinforcement, which made it possible to almost double their bearing capacity.

Let us note that in the latest editions of the regulatory documents of the European Union (Eurocode-5 or EN 1995-1-1:2008 [7]), Ukraine (DBN V.2.6-161:2017 [2]) there are no methodological recommendations for designing and calculating LTS reinforced with composite tapes.

The conducted analysis of the presented research confirms the urgent need for the development of an engineering method for calculating laminated timber structures of rectangular cross-section reinforced with composite tapes and the use of PC LIRA-CAD for their calculation according to an engineering method of calculating laminated timber elements reinforced with composite reinforcement [1].

The purpose and tasks of research. The purpose of this work is to present the engineering methodology for calculating laminated timber structures reinforced with composite tapes.

Laminated timber beams with a total cross-section $h_b \times b_b = 24 \times 10$ cm from 8 boards layers of strength class C35 and similar beams reinforced in the stretched zone with composite tapes of carbon fibers Sika CarboDur S 1012 with a cross-section $h_a \times b_a = 0.12 \times 10$ cm were chosen as the object of research. The researched beams rest on two hinged supports, loaded with a uniformly distributed load of intensity: 2 kN/m, 4 kN/m, 8 kN/m and have spans: 4 m, 6 m and 8 m.

To research these structures, their calculation was carried out using several methods:

1. Numerical studies of the studied objects modeling in PC LIRA-CAD.
2. Analytical laminated timber beams calculation according to the calculation method given in SNiP II-25-80 and similar beams reinforced with composite tapes [4].
3. Analytical calculation of laminated timber beams according to the calculation method given in DBN B.2.6-161:2017 and similar beams reinforced with composite tapes according to the proposed method.
4. Analysis of the results of laminated timber beams reinforced with composite tapes calculation methods.

Numerical studies of modeling of the researched objects in PC LIRA-CAD. In the LIRA-CAD software complex, laminated timber beams with a total cross-section $h_b \times b_b = 24 \times 10$ cm of 8 boards layers of strength class C35 (Fig. 1 (a)) with the following mechanical properties were modeled with three-dimensional FE No.36: elasticity modulus of timber along the fibers $E_1 = E_{0,\text{mean}} = 13000$ MPa, the elasticity modulus of timber across the fibers $E_2 = E_3 = E_{90,\text{mean}} = 430$ MPa, the shear modulus $G = G_{\text{mean}} = 810$ MPa and similar beams reinforced with Sika CarboDur S 1012 composite tapes (Fig. 1 (b)), which are modeled by flat FE No.44, with mechanical characteristics: elasticity modulus along the fibers $E_1 = E_{0,\text{mean}} = 170\,000$ MPa.

After the calculation, we obtain the isopolies of vertical deformations and normal stresses along the timber fibers based on the numerical studies results of FEM for laminated timber beams with and without composite tape reinforcement with spans: 4 m, with a uniformly

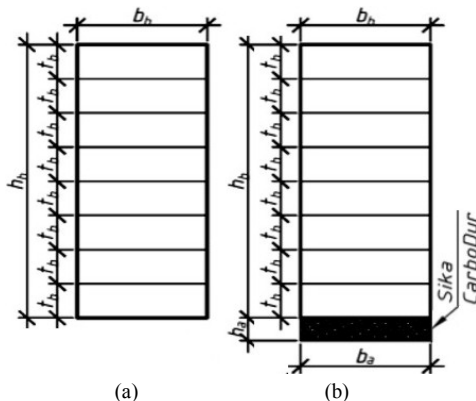


Fig. 1. Geometric diagram of the beam cross-section without reinforcement (a) and reinforced with a composite tape (b)

distributed load of 2 kN/m is presented in Fig. 2 – 3.

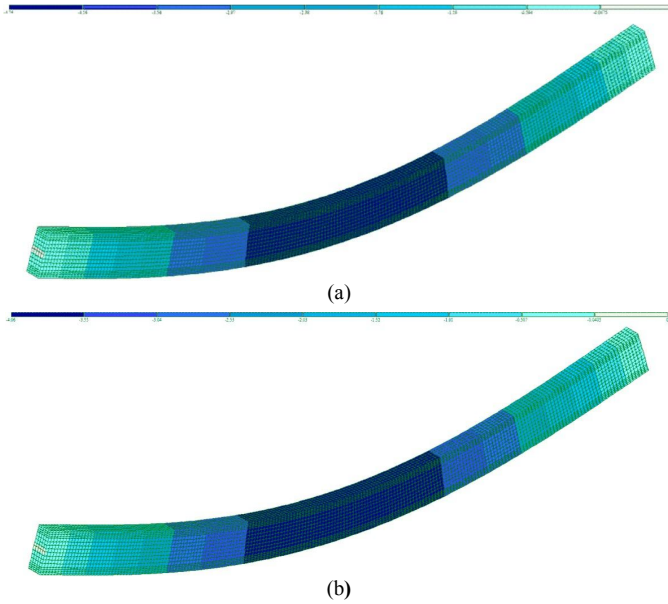


Fig. 2. Isopolies of vertical deformations of laminated timber beams without reinforcement (a) and reinforced beams (b) with a span of 4 m under a uniformly distributed load of 2 kN/m

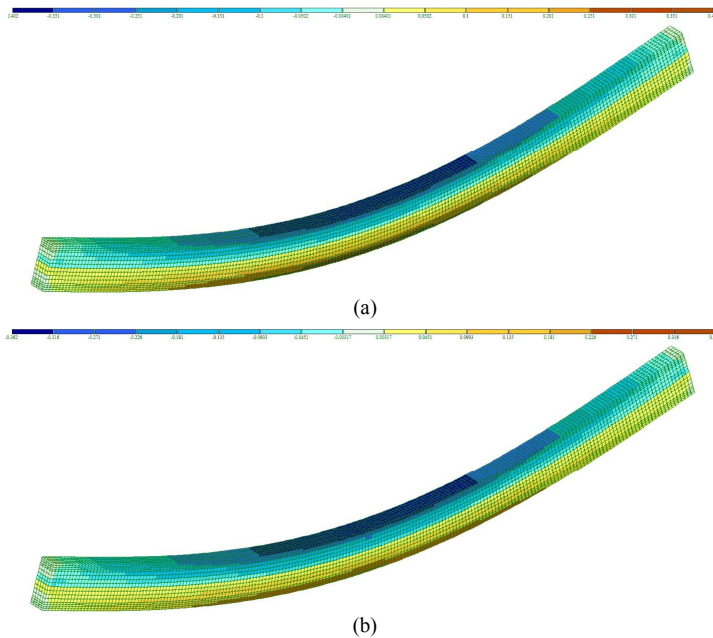


Fig. 3. Isopolies of normal stresses in laminated timber beams without reinforcement (a) and in reinforced beams (b) with a span of 4 m under a uniformly distributed load of 2 kN/m

Full results of FEM numerical studies for laminated timber beams with and without composite tape reinforcement for investigated spans of 4 m, 6 m, 8 m and all variants of uniformly distributed load 2 kN/m, 4 kN/m, 8 kN/m presented in tables 1.

Table 1

Values of deflections and maximum normal stresses for laminated timber beams of the same strength class with and without reinforcement under a uniformly distributed load

Span, m		4		6		8	
Calculation methods	$EI (W_x)$, kNcm ² (cm ³)	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²
uniformly distributed load - 2.0 kN/m							
FEM with volumetric FE No. 36	without reinforcement	4,76	0,402	25,1	0,901	72,3	1,60
FEM with volumetric FE No. 36 and flat FE No. 44	reinforced with composite tape	4,06	0,318	21	0,701	61,2	1,27
Percentage difference		17%	26%	20%	29%	18%	26%
uniformly distributed load - 4.0 kN/m							
FEM with volumetric FE No. 36	without reinforcement	9,51	0,804	50,1	1,8	145,0	3,2
FEM with volumetric FE No. 36 and flat FE No. 44	reinforced with composite tape	8,11	0,635	42,0	1,4	122,0	2,54
Percentage difference		17%	26%	20%	29%	18%	26%
uniformly distributed load - 8.0 kN/m							
FEM with volumetric FE No. 36	without reinforcement	19	1,61	100,0	3,6	289,0	6,4
FEM with volumetric FE No. 36 and flat FE No. 44	reinforced with composite tape	16,2	1,27	84	2,8	245,0	5,07
Percentage difference		17%	17%	27%	19%	29%	18%

For a more illustrative example, comparative diagrams of the maximum deflections w (mm) and the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the investigated beams under a uniform load of 2 kN/m, 4 kN/m, 8 kN/m were created, when calculating by the method of finite elements (Fig. 4 – 9.)

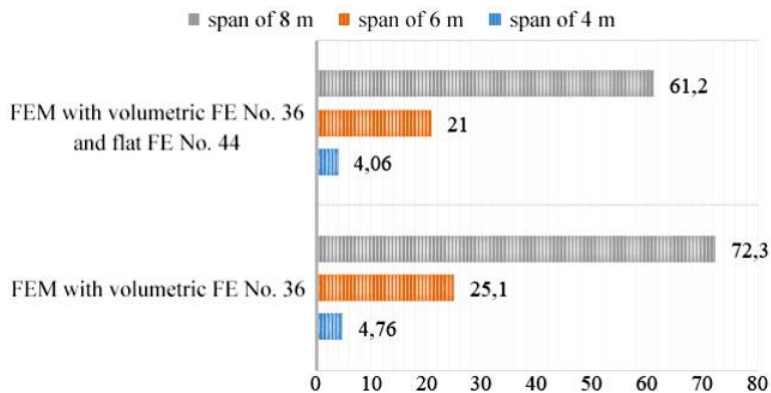


Fig. 4. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of 2 kN/m when calculated by the finite element method

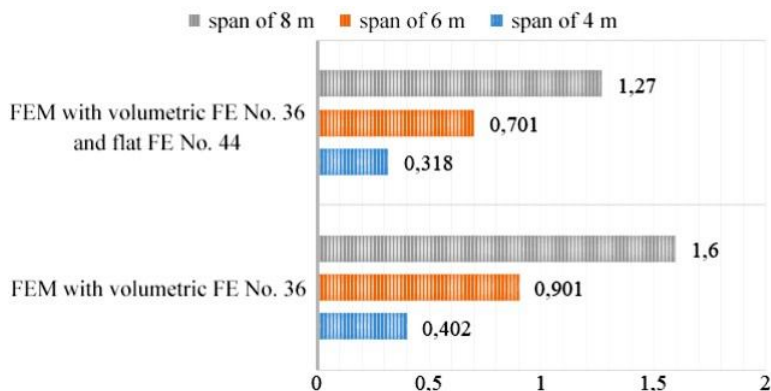


Fig. 5. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the researched beams under a uniform load of 2 kN/m when calculated by the finite element method

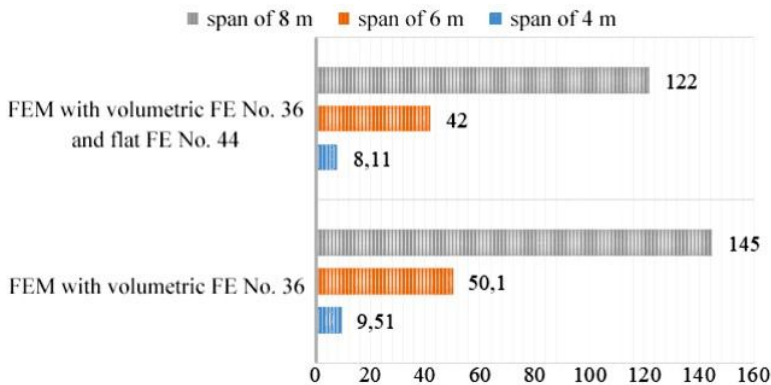


Fig. 6. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of 4 kN/m when calculated by the finite element method

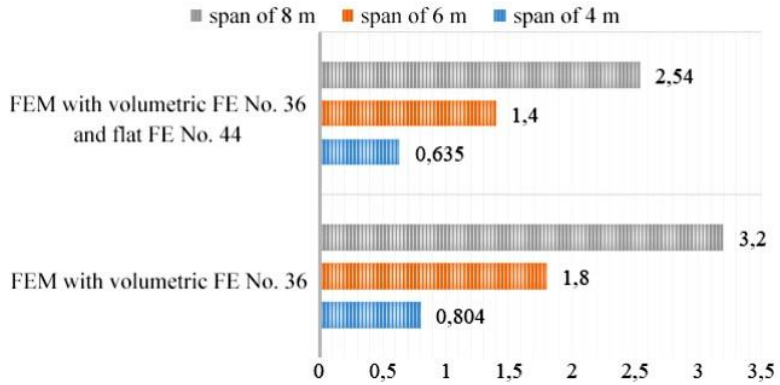


Fig. 7. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the researched beams under a uniform load of 4 kN/m when calculated by the finite element method

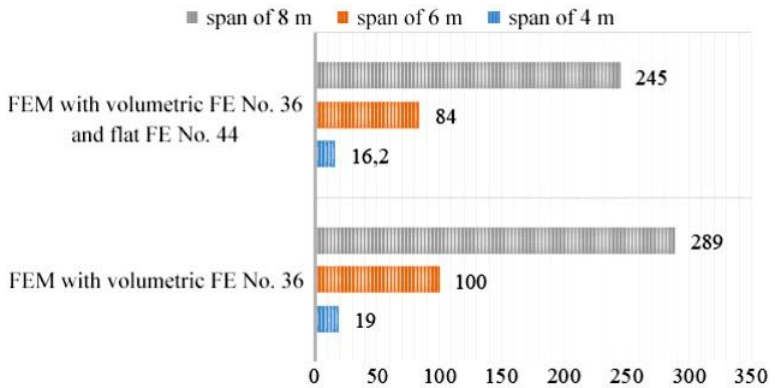


Fig. 8. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of 8 kN/m when calculated by the finite element method

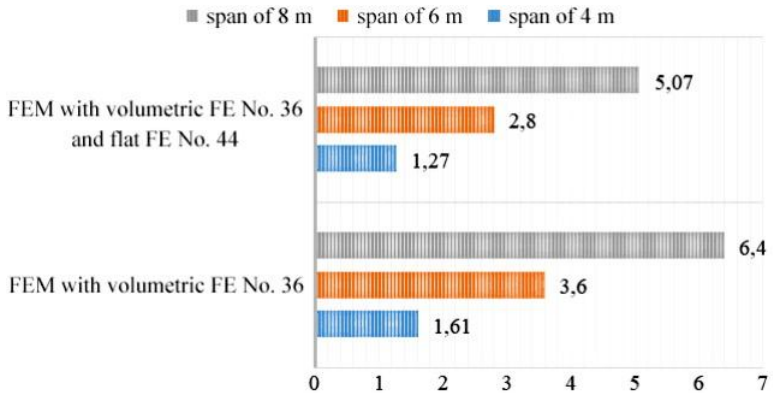


Fig. 9. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the researched beams under a uniform load of 8 kN/m when calculated by the finite element method

From the conducted numerical studies, the results of which are given in the table 1 and fig. 4 – 9 it is clear that according to the calculation by the finite element method in PC LIRA-CAD for laminated timber beams of the same strength class with reinforcement with composite tapes under a uniformly distributed load of 2.0 kN/m, the bearing capacity increases by more than 25% than for similar beams without reinforcement with composite tapes. And the movement of such beams when reinforced with tapes is reduced by more than 15%. For reinforced beams with a uniformly distributed load of 4.0 kN/m, the load-bearing capacity increases by more than 25% compared to similar beams without composite tape reinforcement. And the movement of such beams when reinforced with tapes is reduced by almost 20%. For reinforced beams with a uniformly distributed load of 8.0 kN/m, the load-bearing capacity also increases from 26 to 29%, compared to similar beams without composite tape reinforcement. And the movement of such beams when reinforced with tapes decreases by 17-19%.

Analytical calculation of laminated timber beams according to the calculation method given in SNiP II-25-80 and similar beams reinforced with composite tapes. Calculation of laminated timber elements of a rectangular cross-section strength according to the maximum normal stresses was carried out as for elements working in bending according to the formulas of SNiP II-25-80 [4]:

$$\frac{M}{W_{\text{розр.}}} \leq R_u \quad (1)$$

resistance; R_u is the calculated bending resistance.

The calculation of laminated timber elements of rectangular cross-section according to the second group of limit states is performed according to the formulas of SNiP II-25-80 [4]:

$$w = \frac{f_0}{k} \left[1 + C(h/l)^2 \right] \quad (2)$$

deformations; h – cross-section height; l – beam span; k – coefficient that takes into account the effect of a change in the height of the section, $k = 1$ for beams with a constant height of the section; C is a coefficient that takes into account shear deformations due to transverse force.

According to Shchuko's engineering calculation method [3], the calculation of reinforced laminated timber elements of a rectangular cross-section should be performed with the reduction of the geometric characteristics of the cross-section, taking into account the reinforcement. According to this method, the moment of inertia of reinforced structures operating in bending is determined according to the dependence:

$$I_{np} = (b \cdot h^3)/12 + n \cdot F_a \cdot (h_0/2)^2, \quad (3)$$

where I_{np} – efficient moment of inertia; b – cross-section width; h – cross-section height; n – the ratio of the elasticity modulus of reinforcement and timber; F_a – the cross-sectional area of the armature; h_0 – the distance from the armature gravity center to the beam gravity center.

Then the moment of resistance is determined:

$$W_{np} = I_{np} / h_0. \quad (4)$$

Full calculation results for laminated timber beams with and without reinforcement with composite tapes for spans of 4 m, 6 m, 8 m that were researched and all variants of uniformly distributed load of 2 kN/m, 4 kN/m, 8 kN/m are presented in the table 2.

Table 2

Values of deflections and maximum normal stresses for laminated timber beams of the same strength class with and without reinforcement under a uniformly distributed load

Span, m		4		6		8	
Calculation methods	$EI (W_x)$, kNcm ² (cm ³)	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²
uniformly distributed load - 2.0 kN/m							
Classical calculation method according to SNiP II-25-80	11520x10 ³ (960,0) without reinforcement	6,2	0,42	30,2	0,94	94,2	1,67
Shchuko's engineering method	13803x10 ³ (1144,5) reinforced with composite tape	5,32	0,35	26,93	0,79	85,13	1,39
Percentage difference		14%	17%	11%	16%	10%	17%
uniformly distributed load - 4.0 kN/m							
Classical calculation method according to SNiP II-25-80	11520x10 ³ (960,0) without reinforcement	12,4	0,83	60,4	1,875	188,4	3,33
Shchuko's engineering method	13803x10 ³ (1144,5) reinforced with composite tape	10,6	0,69	53,9	1,57	170,3	2,79
Percentage difference		15%	17%	11%	16%	10%	16%
uniformly distributed load - 8.0 kN/m							
Classical calculation method according to SNiP II-25-80	11520x10 ³ (960,0) without reinforcement	24,7	1,67	120,8	3,75	376,8	6,67
Shchuko's engineering method	13803x10 ³ (1144,5) reinforced with composite tape	21,3	1,39	107,8	3,15	340,5	5,59
Percentage difference		14%	17%	11%	16%	10%	16%

For a more illustrative example, comparative diagrams of the maximum deflections w (mm) and the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the investigated beams under a uniform load of 2 kN/m, 4 kN/m, 8 kN/m were created, when calculating by classical method of calculation according to SNiP II-25-80 and Shchuko's engineering method (Fig. 10 – 15).

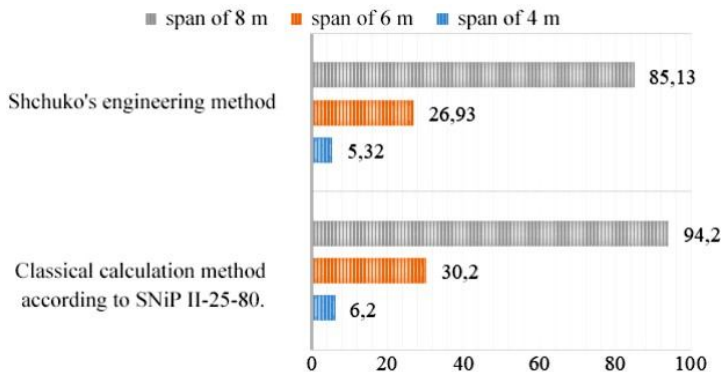


Fig. 10. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of 2 kN/m when calculating using the classic calculation method according to SNiP II-25-80 and Shchuko's engineering method

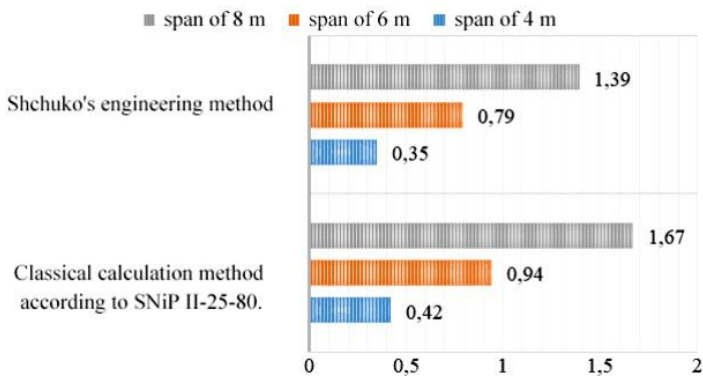


Fig. 11. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the researched beams under a uniform load of 2 kN/m when calculating using the classic calculation method according to SNiP II-25-80 and Shchuko's engineering method

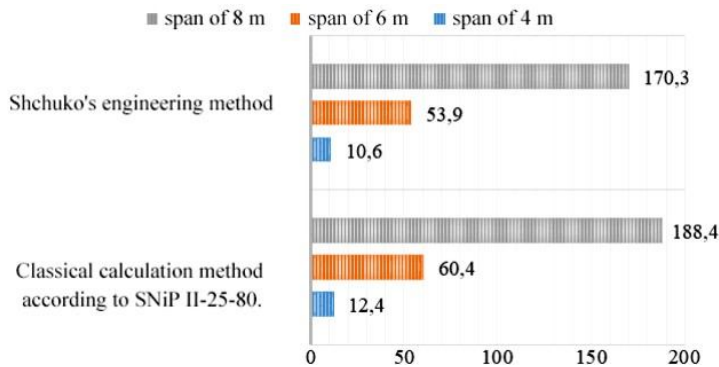


Fig. 12. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of 4 kN/m when calculating using the classic calculation method according to SNiP II-25-80 and Shchuko's engineering method

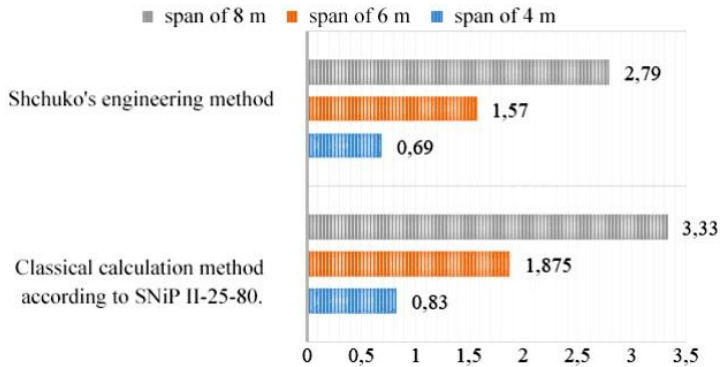


Fig. 13. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm^2) of the researched beams under a uniform load of $4 \text{ kN}/\text{m}$ when calculating using the classic calculation method according to SNiP II-25-80 and Shchuko's engineering method

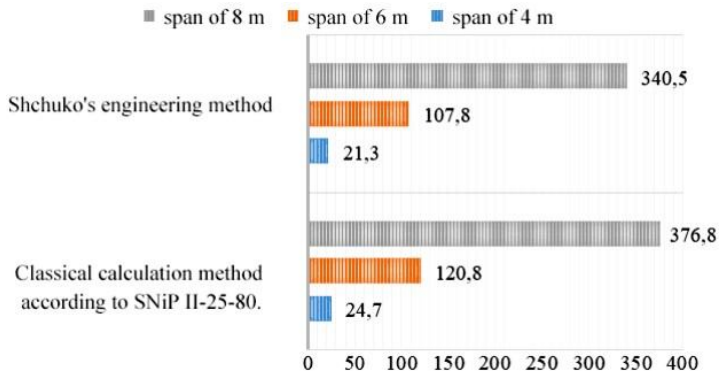


Fig. 14. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of $8 \text{ kN}/\text{m}$ when calculating using the classic calculation method according to SNiP II-25-80 and Shchuko's engineering method

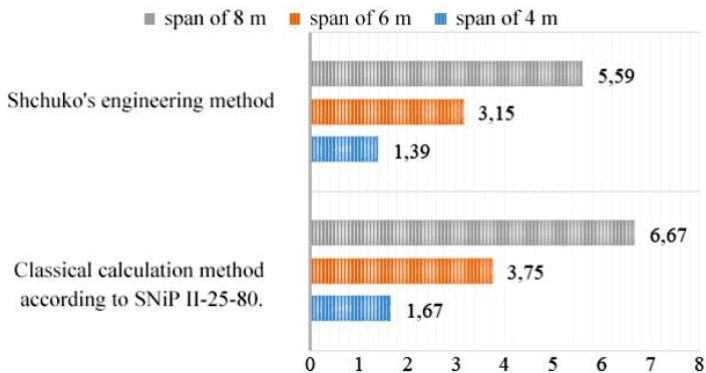


Fig. 15. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d,s}$ (kN/cm^2) of the researched beams under a uniform load of $8 \text{ kN}/\text{m}$ when calculating using the classic calculation method according to SNiP II-25-80 and Shchuko's engineering method

From the conducted numerical studies, the results of which are given in the table 2 and fig. 10 – 15 it is clear that according to the Shchuko's engineering calculation method for laminated timber beams of the same strength class reinforced with composite tapes under a uniformly distributed load of 2.0 kN/m, the bearing capacity increases by more than 15% compared to similar beams without composite reinforcement tapes calculated according to the classic method of calculation according to SNiP II-25-80. And the movement of such beams when reinforced with tapes is reduced by more than 10%. For reinforced beams with a uniformly distributed load of 4.0 kN/m, the bearing capacity increases by more than 16% compared to similar beams without composite tape reinforcement. And the movement of such beams when reinforced with tapes is reduced by almost 15%. For reinforced beams with a uniformly distributed load of 8.0 kN/m, the bearing capacity also increases by 16% compared to similar beams without reinforcement with composite tapes. And the movement of such beams when reinforced with tapes is reduced to 13%.

Analytical calculation of laminated timber beams according to the calculation method given in DBN V.2.6-161:2017 and similar beams reinforced with composite tapes according to the proposed method. Calculation of the strength of laminated timber elements of a rectangular cross-section according to the maximum normal, working for bending in the plane of one axis of the section, according to the normal stresses from bending should be performed according to the formulas of DBN B.2.6-161:2017 [2]:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1, \quad (5)$$

where $\sigma_{m,y,d}$ – calculated bending stress, determined by formula (6); $f_{m,y,d}$ – calculated value of bending strength.

The calculated bending stress is determined by the formula:

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_{y,d}}, \quad (6)$$

where $M_{y,d}$ is the calculated bending moment; $W_{y,d}$ is the calculated resistance moment of the cross-section.

The calculation of laminated timber elements of rectangular cross-section according to the second group of limit states is performed according to the formulas of DBN B.2.6-161:2017 [2]:

$$w = \frac{5 \cdot q \cdot l_{ef}^4}{32 \cdot E_{0,mean} \cdot b \cdot h^3} \cdot \left[1 + 0,96 \cdot \frac{E_{0,mean}}{G_{0,mean}} \cdot \left(\frac{h}{l_{ef}} \right)^2 \right], \quad (7)$$

where w is beam deflection; q – evenly distributed load along the length of the hinged beam; h – cross-section height; b – cross-section width; l_{ef} – calculated beam span; $E_{0,mean}$ – the average elasticity modulus for the material along the fibers; $G_{0,mean}$ – the average shear modulus.

Taking into account the structure and features of laminated timber elements reinforced with composite reinforcement of a rectangular cross-section work,

for a detailed analysis of the stress-strain state, it is necessary to obtain the efficient characteristics only along the fibers (x-axis).

The efficient cross-sectional area for timber:

$$A_{x,ef} = A_{x,a} \cdot \frac{E_{x,a}}{E_{x,b}}, \quad (8)$$

where $A_{x,a}$ is the cross-sectional area of the reinforcement; $E_{x,b}$ is the elasticity modulus of the boards relative to the x axis, along the fibers; $E_{x,a}$ is the elasticity modulus of the reinforcement along the fibers.

The efficient moment of inertia of the section to the timber:

$$I_{x,ef} = I_{x,b} + I_{x,a} \cdot \frac{E_{x,a}}{E_{x,b}}, \quad (9)$$

where $I_{x,b}$ – the moment of inertia of the beam cross-section made of laminated timber relative to the neutral axis; $I_{x,a}$ – the moment of inertia of the reinforcement cross-section relative to the neutral axis; $E_{x,b}$ – elasticity modulus of the boards relative to the x axis, along the fibers; $E_{x,a}$ – the elasticity modulus of the reinforcement along the fibers.

The cross-section efficient moment of resistance to the timber:

$$W_{x,ef} = \frac{I_{x,ef}}{h_z}, \quad (10)$$

in which $I_{x,ef}$ – the efficient moment of inertia of the cross-section perpendicular to the x axis, which should be determined by formula (2); h_z – the distance from the center of cross section gravity to the extreme fiber in which the stress is determined.

For the calculation of laminated timber elements reinforced with composite reinforcement of a rectangular cross-section according to the second limit state (serviceability), it is necessary to determine the efficient elasticity modulus of the cross-section to the timber.

The efficient elasticity modulus of the studied element is determined from the condition:

$$I_{x,ef} \cdot E_{x,b} = I_{x,b} \cdot E_{x,ef}, \quad (11)$$

where $I_{x,ef}$ – the efficient moment of inertia of the cross-section perpendicular to the x axis, which should be determined by formula (9); $E_{x,b}$ – elasticity modulus of timber along the fibers; $I_{x,b}$ – the moment of inertia of the cross-section of the beam made of laminated timber relative to neutral; $E_{x,ef}$ – the efficient elasticity modulus of an element made of laminated timber reinforced with a composite tape along the stretched fibers.

From formula (11) we obtain the formula for determining the efficient elasticity modulus of an element made of laminated timber reinforced with a composite tape along the stretched fibers:

$$E_{x,ef} = \frac{I_{x,ef} \cdot E_{x,b}}{I_{x,b}}; \quad (12)$$

The full calculation results for laminated timber beams with and without reinforcement with composite tapes for spans of 4 m, 6 m, 8 m, which were researched and all variants of uniformly distributed load of 2 kN/m, 4 kN/m, 8 kN/m are presented in the table 3.

Table 3

Values of deflections and maximum normal stresses for laminated timber beams of the same strength class with and without reinforcement under a uniformly distributed load

Span, m		4		6		8	
Calculation methods	$EI(W_x)$, kNcm ² (cm ³)	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²	w, mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²
uniformly distributed load - 2.0 kN/m							
Classical calculation method according to DBN B.2.6-161:2017	14976x10 ³ (960,0) without reinforcement	4,45	0,42	22,5	0,94	71,2	1,67
The proposed method	21429x10 ³ (1142,7) reinforced with composite tape	3,11	0,35	15,75	0,78	49,78	1,4
Percentage difference		30%	17%	30%	17%	30%	17%
uniformly distributed load - 4.0 kN/m							
Classical calculation method according to DBN B.2.6-161:2017	14976x10 ³ (960,0) without reinforcement	8,90	0,84	45,1	1,88	142,5	3,34
The proposed method	21429x10 ³ (1142,7) reinforced with composite tape	6,2	0,7	31,5	1,58	99,6	2,8
Percentage difference		30%	17%	30%	15%	30%	16%
uniformly distributed load - 8.0 kN/m							
Classical calculation method according to DBN B.2.6-161:2017	14976x10 ³ (960,0) without reinforcement	17,8	1,67	90,1	3,75	284,9	6,67
The proposed method	21429x10 ³ (1142,7) reinforced with composite tape	12,4	1,40	63,0	3,15	199,1	5,60
Percentage difference		30%	16%	30%	16%	30%	16%

For a more illustrative example, comparative diagrams of the maximum deflections w (mm) and the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the investigated beams under a uniform load of 2 kN/m, 4 kN/m, 8 kN/m were created, when calculating the classical calculation method according to DBN B.2.6-161:2017 and the proposed engineering method, which consists in adding the efficient geometric and mechanical characteristics to the classical calculation formulas (Fig. 16 – 21).

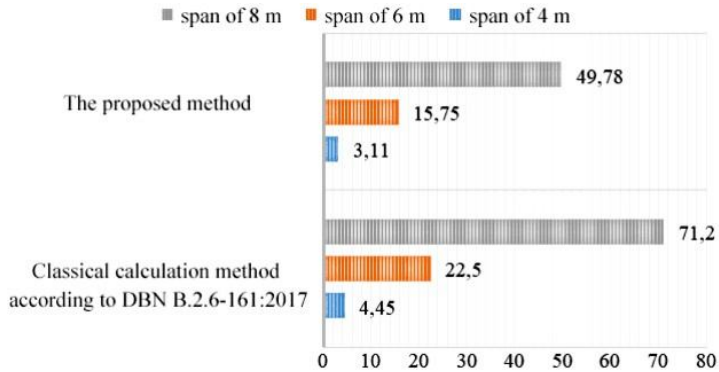


Fig. 16. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of 2 kN/m when calculating using the classic calculation method according to DBN B.2.6-161:2017 and the proposed engineering method

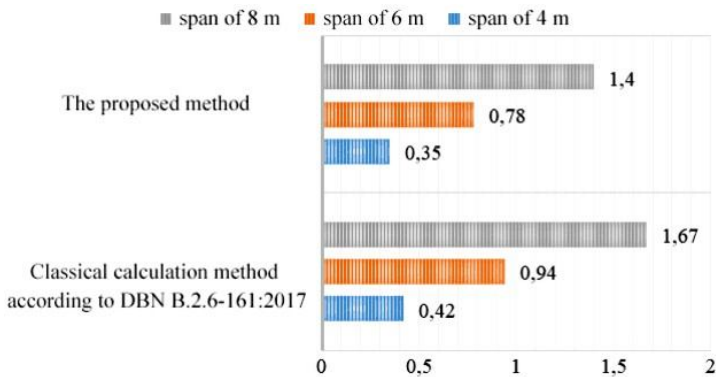


Fig. 17. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the researched beams under a uniform load of 2 kN/m when calculating using the classical method of calculation according to DBN B.2.6-161:2017 and the proposed engineering method

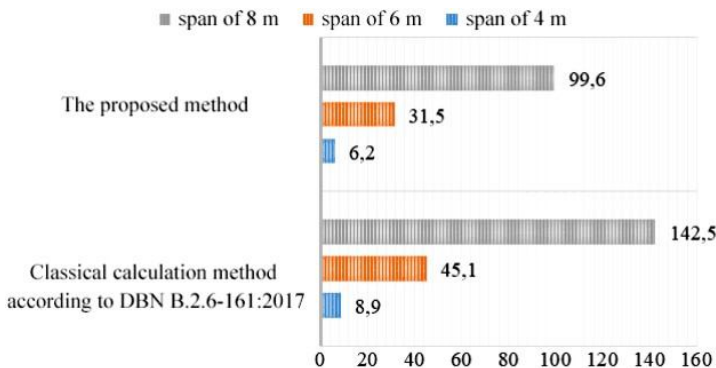


Fig. 18. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of 4 kN/m when calculating using the classic calculation method according to DBN B.2.6-161:2017 and the proposed engineering method

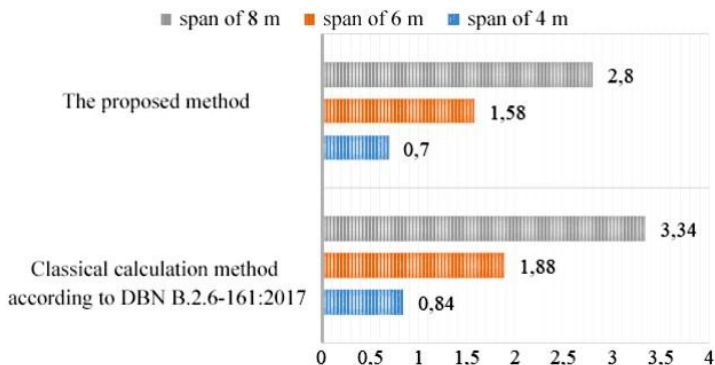


Fig. 19. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the researched beams under a uniform load of 4 kN/m when calculating using the classical method of calculation according to DBN B.2.6-161:2017 and the proposed engineering method

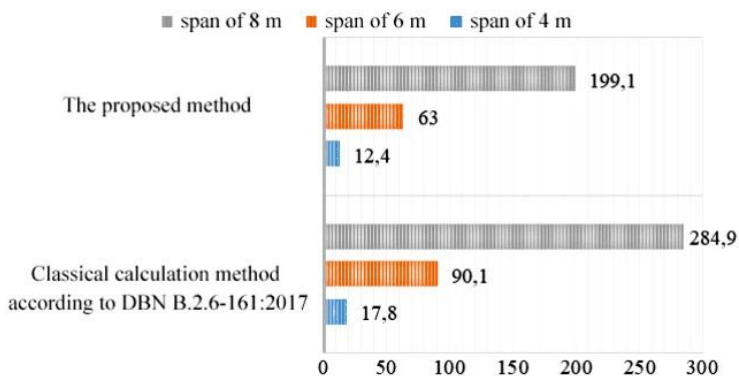


Fig. 20. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the researched beams under a uniform load of 8 kN/m when calculating using the classic calculation method according to DBN B.2.6-161:2017 and the proposed engineering method

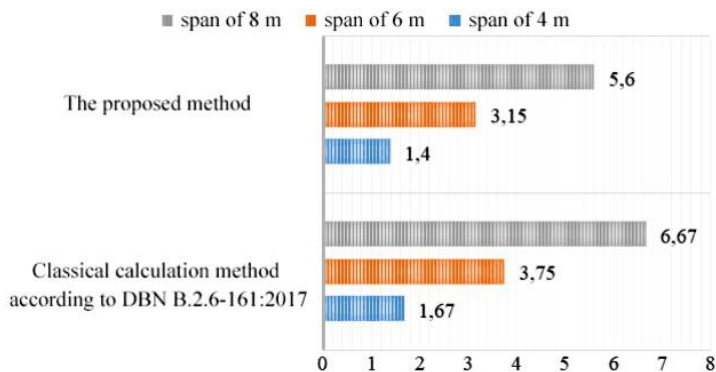


Fig. 21. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the researched beams under a uniform load of 8 kN/m when calculating using the classical method of calculation according to DBN B.2.6-161:2017 and the proposed engineering method

From the conducted numerical studies, the results of which are given in the table 3 and fig. 16 – 21, it is clear that according to the proposed engineering method of calculation, which consists in the combination of classical calculation formulas with the efficient geometric and mechanical characteristics for laminated timber beams of the same strength class reinforced with composite tapes under a uniformly distributed load of 2.0 kN/m, the bearing capacity increases by more than 16% compared to similar beams without reinforcement with composite tapes according to the classic method of calculation according to DBN B.2.6-161:2017. And the movement of such beams when reinforced with tapes is reduced by more than 30%. For reinforced beams with a uniformly distributed load of 4.0 kN/m, the load-bearing capacity increases by more than 15% compared to similar beams without composite tape reinforcement. And the movement of such beams when reinforced with tapes is reduced by almost 30%. For reinforced beams with a uniformly distributed load of 8.0 kN/m, the bearing capacity also increases by 16% compared to similar beams without reinforcement with composite tapes. And the movement of such beams when reinforced with tapes is reduced to 30%.

Analysis of the results of methods of calculation of laminated timber beams reinforced with composite tapes. From the above calculations comparing laminated timber beams of the same strength class of different spans at different values of uniformly distributed load and similar beams reinforced with composite reinforcement, it can be concluded that reinforcement with composite tapes is relevant and appropriate for its use in construction.

Let us analyze the results of calculation methods for laminated timber beams reinforced with composite tapes. Table 4 show the summarized results of the considered methods for calculating the elements of LTS with a rectangular section reinforced with composite tapes.

Table 4

Values of deflections and maximum normal stresses for laminated timber beams of the same strength class with and without reinforcement under a uniformly distributed load

Span, m		4		6		8	
Calculation methods	$EI (W_x)$, kNcm ² (cm ³)	w , mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²	w , mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²	w , mm	$\sigma_{m,d}$, kN/cm ²
uniformly distributed load - 2.0 kN/m							
FEM with volumetric FE No. 36 and flat FE No. 44	reinforced with composite tape	4,06	0,318	21	0,701	61,2	1,27
Shchuko's engineering method	13803×10^3 (1144,5) reinforced with composite tape	5,32	0,35	26,93	0,79	85,13	1,39
The proposed method	21429×10^3 (1142,7) without reinforcement	3,11	0,35	15,75	0,78	49,78	1,4

Continuaton of table 4

uniformly distributed load - 4.0 kN/m							
FEM with volumetric FE No. 36 and flat FE No. 44	reinforced with composite tape	8,11	0,635	42,0	1,4	122,0	2,54
Shchuko's engineering method	13803x10 ³ (1144,5) reinforced with composite tape	10,6	0,69	53,9	1,57	170,3	2,79
The proposed method	21429x10 ³ (1142,7) without reinforcement	6,2	0,7	31,5	1,58	99,6	2,8
uniformly distributed load - 8.0 kN/m							
FEM with volumetric FE No. 36 and flat FE No. 44	reinforced with composite tape	16,2	1,27	и84	2,8	245,0	5,07
Shchuko's engineering method	13803x10 ³ (1144,5) reinforced with composite tape	21,3	1,39	107,8	3,15	340,5	5,59
The proposed method	21429x10 ³ (1142,7) without reinforcement	12,4	1,40	63,0	3,15	199,1	5,60

For a more illustrative example, comparative diagrams of maximum deflections w (mm) and maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the investigated beams reinforced with composite reinforcement under a uniform load of 2 kN/m, 4 kN/m, 8 kN/m were created, when calculating by the finite element method in PC LIRA_SAPR, Shchuko's engineering method, and the proposed engineering method, which consists in adding the efficient geometric and mechanical characteristics to the classical calculation formulas (Fig. 22 – 27).

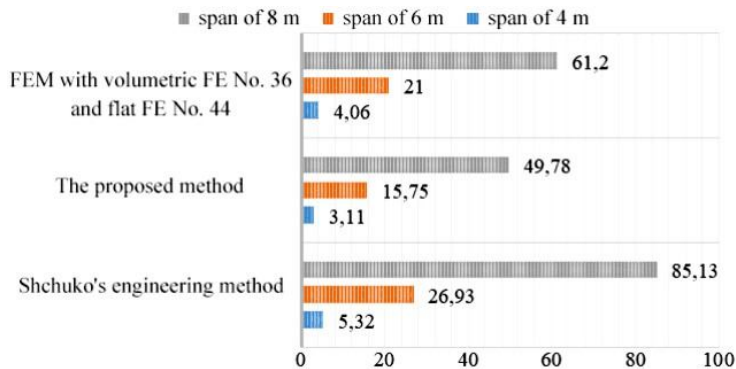


Fig. 22. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the investigated beams reinforced with composite tapes under a uniform load of 2 kN/m with different calculation methods

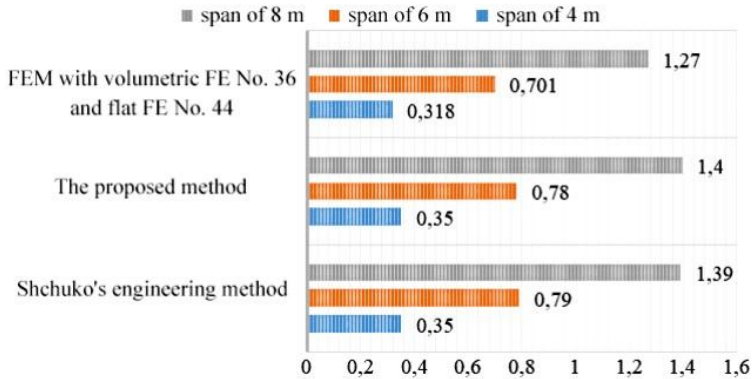


Fig. 23. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the examined beams reinforced with composite tapes under a uniform load of 2 kN/m with different calculation methods

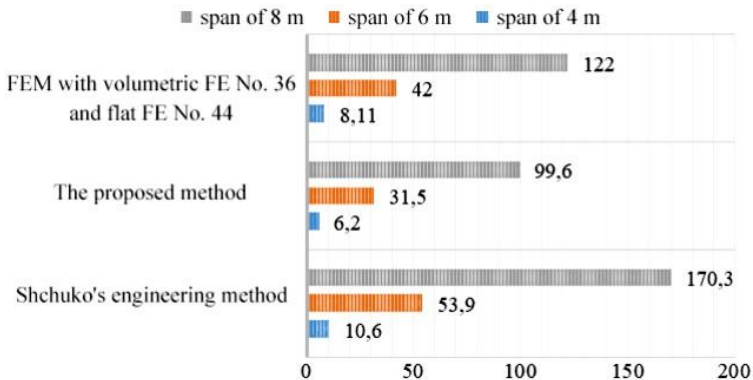


Fig. 24. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the investigated beams reinforced with composite tapes under a uniform load of 4 kN/m with different calculation methods

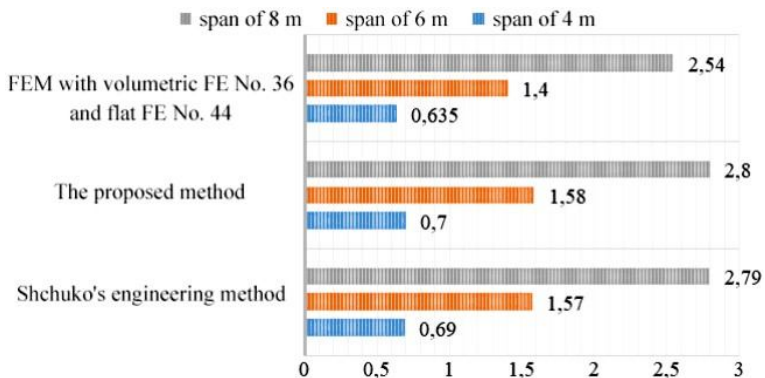


Рис. 25. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the investigated beams reinforced with composite tapes from a uniform load of 4 kN/m with different calculation methods

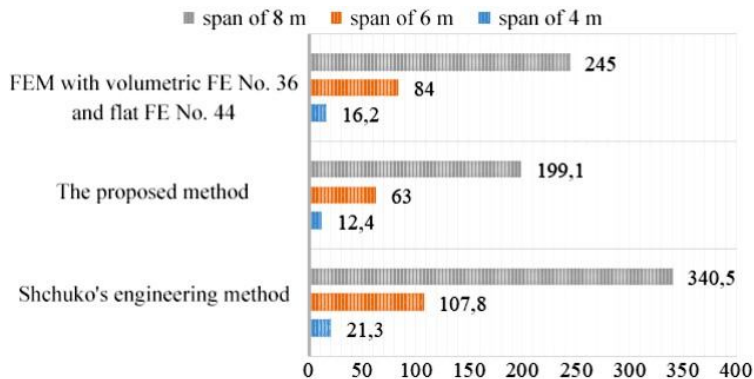


Fig. 26. Diagram of the maximum deflections w (mm) of the investigated beams reinforced with composite tapes under a uniform load of 8 kN/m with different calculation methods

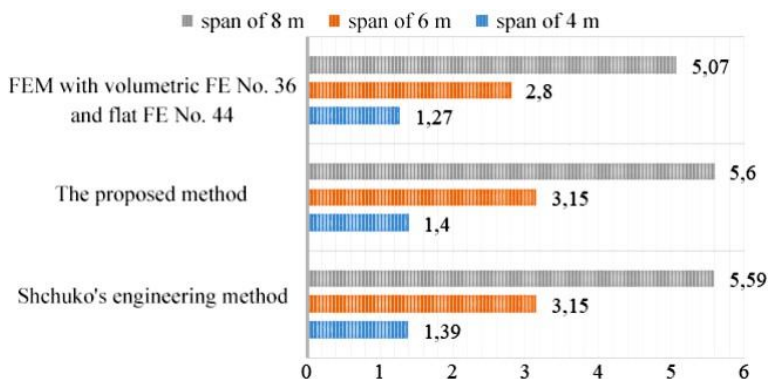


Fig. 27. Diagram of the maximum normal stresses $\sigma_{m,d}$ (kN/cm²) of the investigated beams reinforced with composite tapes under a uniform load of 8 kN/m with different calculation methods

Conclusions. From the obtained results, it can be seen that the analytical calculation of laminated timber beams according to the calculation method given in SNiP II-25-80 [4] gives more than 25% of the margin of deflections in comparison with the similar analytical calculation given in DBN B.2.6-161:2017 [2], and the calculation of beams reinforced with composite tapes according to Shchuko's calculation method [3] gives deflections on average 41% larger than the calculation according to the proposed method, with almost identical maximum normal stresses.

As can be seen from the obtained results, calculations of laminated timber beams reinforced with composite reinforcement using the finite element method in PC LIRA-CAD gives a sufficiently high coincidence of the maximum normal stresses (within 5-10%) with the proposed analytical method of calculation, however, deflections in reinforced laminated timber beams according to the finite element method is almost 30% larger than according to

the proposed analytical method of calculation. This indicates that the method of modeling composite tapes with flat FE No. 44 in PC LIRA-CAD requires more detailed research.

The use of composite tape reinforcement of laminated timber elements should increase the reliability of these structures and expand the range of their application.

REFERENCES

1. *Mykhailovskyi D.V., Komar M.A.* Inzhenerna metodyka rozrakhunku elementiv z kleianoi derevyny, armovanoi kompozytnoiu armaturoiu (Engineering method of calculating elements from glued wood reinforced with composite reinforcement) / Mykhailovskyi D.V., Komar M.A. // Budivelni konstruksii, teoriia i praktyka №7 KNUBA, 2020. DOI: 10.32347/2522-4182.6.2020.93-100 - S. 93 - 100. – 128 s.
2. DBN V.2.6-161:2017 «Dereviani konstruksii. Osnovni polozhennia» («Wooden structures. Substantive provisions») / kerivnyk rozrobky: Fursov V.V., vidpovidalnyi vykonavets: Mykhailovskyi D.V., Naichuk A.Ia. ta inshi // - Kyiv, «Ukrarkhbudinform» 2017. – 125 s.
3. *Shchuko V.Iu., Roshchyna S.Y., Repyn V.A.* Dereviannye konstruksyy s ratsyonalnym armirovanyem (Wooden structures with rational reinforcement) // Dereviannye konstruksyy v sovremennom stroitelstve: Materyaly mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsyy. – M., TsNYYSK, 2000. – S. 4 – 5.
4. SNyP N -25-80. Dereviannye konstruksyy (Wooden structures with rational reinforcement). — M F H U P T s P P , 2005 — 30 s
5. *Homon S., Polishchuk M.* Vlashtuvannia kombinovanoho armuvannia balok z kleianoi derevyny (Arrangement of combined reinforcement of beams made of glued wood). // Visnyk Lvivskoho Natsionalnoho Ahramoho Universytetu Arkhitektura i silskohospodarske budivnytstvo № 20 - 2019 r. st. 44-49.
6. *Bashynskiy O.I., Bodnarchuk T.B., Peleshko M.Z.* Nesucha zdattnist ta vohnestiiikst derevianykh balok armovanykh zovnishnoiu strichkovoio armaturoiu (Bearing capacity and fire resistance of wooden beams reinforced with external strip reinforcement) // Visnyk Lvivskoho derzhavnogo universytetu bezpeky zhyttiedialnosti. – 2014. – № 9. – S. 184-189.
7. EN1995-1-1:2008: Eurocode 5: Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings, European Committee for Standardization CEN, Bruxelles, Belgium, 2008. 121 p.

Стаття надійшла 26.08.2022

Михайловський Д.В., Комар О.А., Комар М.А.

ІНЖЕНЕРНА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ЕЛЕМЕНТІВ З КЛЕСНОЇ ДЕРЕВИНИ АРМОВАНИХ КОМПОЗИТНИМИ СТРІЧКАМИ

Актуальність. В сучасному світі будівництво потребує екологічно чистих матеріалів, що наносять мінімальної шкоди навколишньому середовищу. Водночас вони повинні мати велику міцність та бути стійкими до різного типу зовнішніх впливів. Таким матеріалом, по праву, можна вважати конструкції з деревини, які виготовляються з відновлювальних природних матеріалів і мають порівняно високу міцність. Попри те, що сама деревина має певні негативні властивості, а саме – схильність до усушки та розбухання, гниття, анізотропію властивостей, що потребує особливої уваги на будівництві, в конструкціях з клеєної деревини (ККД) дані недоліки вже більш керовані. Балки є однією з основних конструкцій з клеєної деревини. Армвання балок з клеєної деревини дозволяє значно підвищити їхню жорсткість і міцність. **Мета роботи.** У статті запропоновано методику розрахунку елементів прямокутного перерізу з клеєної деревини армованих композитними стрічками. Наведено уточнені формули для визначення приведених геометричних і механічних характеристик. Порівняно запропоновану методику з іншою аналітичною методикою розрахунку та з чисельною методикою моделювання в програмному комплексі

ЛІРА-САІР методом скінченних елементів. **Результати.** Підтверджено, що запропонована методика аналітичного розрахунку балок з клеєної деревини, підсилених композитними стрічками, є доцільною для застосування при розрахунку як окремих елементів, так і складних систем з них. За даною методикою можливе врахування товщини та механічних характеристик деревини дошок, з яких складений поперечний переріз елементу та армування, що значно збільшує діапазон використання перерізів з клеєної деревини, армованих композитними стрічками, навіть за умови комбінації дошок різних класів міцності у перерізі.

Ключові слова: армування, аналітична методика розрахунку, клеєна деревина, метод скінченних елементів, конструкції з клеєної деревини, приведені геометричні характеристики перерізу, приведений модуль пружності.

Mykhailovskyi D.V., Komar O.A., Komar M.A.

ENGINEERING METHOD OF CALCULATING LAMINATED TIMBER ELEMENTS REINFORCED WITH COMPOSITE TAPE

Annotation. In today's world, construction requires environmentally friendly materials that cause minimal damage to the environment. At the same time, they must have great strength and be resistant to various types of external influences. Timber structures, which are made of renewable natural materials and have a relatively high strength, can rightfully be considered as such material. Despite the fact that timber itself has certain negative properties, namely the tendency to shrink and swell, rot, anisotropy of properties, which requires special attention in construction, in laminated timber structures (LTS) these disadvantages are already more manageable. Beams are one of the main laminated timber structures. Laminated timber beams reinforcement allows to significantly increasing their stiffness and strength.

The article proposes a methodology for calculating laminated timber elements of rectangular section reinforced with composite tapes. Refined formulas for determining the efficient geometric and mechanical characteristics are provided. The proposed method was compared with another analytical method of calculation and with the numerical method of modeling in the LIRA-CAD software complex using the finite element method. It was proved that this method of reinforcing laminated timber structures is promising and relevant.

Keywords: reinforcement, analytical method of calculation, laminated, finite element method, laminated timber structures, efficient geometric cross-section characteristics, efficient elasticity modulus.

Михайловський Д.В., Комар О.А., Комар М.А.

ИНЖЕНЕРНАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ КЛЕЕННОЙ ДРЕВЕСИНЫ, АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТНЫМИ ЛЕНТАМИ

Актуальность. В современном мире строительство нуждается в экологически чистых материалах, наносящих минимальный ущерб окружающей среде. В то же время, они должны иметь большую прочность и быть устойчивыми к разным типам внешних воздействий. Таким материалом, по праву, можно считать конструкции из древесины, которые производятся из восстановительных природных материалов и имеют сравнительно высокую прочность. Несмотря на то, что сама древесина обладает определенными негативными свойствами, а именно: склонностью к усушке и разбуханию, гниению, анизотропии свойств, что требует особого внимания в строительстве, в конструкциях из клееной древесины (ККД) данные недостатки поправимы. Балки являются одной из основных конструкций из клееной древесины. Армирование балок из клееного дерева позволяет значительно повысить их жесткость и прочность. **Цель работы.** В статье предложена методика расчета элементов прямоугольного сечения из клееной древесины, армированных композитными лентами. Представлены уточненные формулы для определения приведенных геометрических и механических характеристик. Проведены сравнения предложенной методики с другой аналитической методикой расчета и с численной методикой моделирования в программном комплексе ЛИРА-САІР методом конечных элементов. **Результаты.** Подтверждено, что предложенная методика аналитического расчета балок из клееной древесины, усиленных композитными лентами, целесообразна для применения при расчете, как отдельных элементов, так и сложных

систем, состоящих из них. По данной методике возможен учет толщины и механических характеристик древесины досок, из которых составлено поперечное сечение элемента и армирования, что значительно увеличивает диапазон использования сечений из клееной древесины, армированных композитными лентами, даже при комбинации досок различных классов прочности в сечении.

Ключевые слова: армирование, аналитическая методика расчета, клееная древесина, метод конечных элементов, конструкции из клееной древесины, приведены геометрические характеристики сечения, приведен модуль упругости.

УДК 624.011

Михайловський Д.В., Комар О.А., Комар М.А. Інженерна методика розрахунку елементів з клеєної деревини, армованих композитними стрічками / Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 239-262. – Англ.

Запропоновано методику розрахунку елементів прямокутного перерізу з клеєної деревини, армованих композитними стрічками, уточнені формули для визначення приведених геометричних і механічних характеристик, порівняно запропоновану методику із іншою аналітичною методикою розрахунку та з чисельною методикою моделювання в програмному комплексі ЛІРА-САПР методом скінченних елементів.

Табл. 4. Ил. 27. Библиогр. 7 назв.

УДК 624.011

Mykhailovskyi D.V., Komar O.A., Komar M.A. Engineering method of calculating laminated timber elements reinforced with composite tapes / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: КНУБА, 2022. – Issue 109. – P. 239-262.

A method of calculating elements of rectangular section made of glued wood reinforced with composite tapes is proposed, formulas for determining the given geometric and mechanical characteristics are specified, the proposed method is compared with another analytical method of calculation and with a numerical method of modeling in the LIRA-CAD software complex using the finite element method.

Табл. 4. Fig. 27. Ref. 7.

УДК 624.011

Михайловський Д.В., Комар О.А., Комар М.А. Інженерна методика расчета элементов из клееной древесины, армированных композитными лентами / Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 109. – С. 239-262. – Англ.

Предложена методика расчета элементов прямоугольного сечения из клееной древесины, армированных композитными лентами, уточнены формулы для определения приведенных геометрических и механических характеристик; проведено сравнение предложенной методика с другой аналитической методикой расчета и численной методикой моделирования в программном комплексе ЛІРА-САПР методом конечных элементов.

Табл. 4. Ил. 27. Библиогр. 7 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА МИХАЙЛОВСЬКИЙ Денис Віталійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел.: +38(044) 241-55-09

Моб.тел.: +38(067) 465-85-49

E-mail: mykhailovskyi.dv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3151-8630>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): КОМАР Олег Антонович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Моб. тел.: +38(096) 954-19-21

E-mail: komar.o.ubp@gmail.com

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): аспірант кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА КОМАР Микола Антонович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел.: +38(044) 241-55-094

Моб. тел.: +38(097) 757-69-33

E-mail: kolya.komar0519@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3631-8999>

УДК 539.3; 624.073.4

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЕЛІПТИЧНОЇ ФОРМИ ПРИ ВНУТРІШНЬОМУ ОСЕСИМЕТРИЧНОМУ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В.В. Гайдайчук,

д-р техн. наук

К.Е. Котенко,

канд. техн. наук

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.263-272

Наведені результати оцінки динамічної поведінки тришарових циліндричних оболонок кругової і еліптичних форм перетину при внутрішньому імпульсному навантаженні. Використано скінченно – елементний метод для розрахунку показників напружено-деформованого стану (НДС) таких структур програмним комплексом NASTRAN. Визначені величини прогинів U_3 , напружень σ_{22} кругової і 3-х еліптичних форм перетину циліндричних структур. Виконано порівняльний аналіз величин цих показників з результатами динамічної поведінки неологич циліндричних оболонок.

Ключові слова: тришарова циліндрична оболонка, кругова і еліптична форми перетину, скінченно-елементна модель, динамічна поведінка, імпульсне осесиметричне навантаження, метод скінченних елементів.

Вступ. Постановка задачі. В зв'язку з відсутністю універсальної нормативної бази для проектування шарових оболонок і розширенням специфіки їх конструкційних рішень та збільшенням об'ємів використання значно зросла актуальність проблеми безпеки і надійності таких структур. Про це свідчать матеріали вітчизняних і зарубіжних досліджень, а також досвід експлуатації таких структур. Канонічні шарові структури (циліндричні, конічні і сферичні) доповнюються комбінованими їх формами, розширенням варіантів форми їх поперечного перерину та ін.

В зв'язку з цим актуальною, стала розробка і оптимізація циліндричних композитних оболонок еліптичної форми перетину. В цьому відношенні важливе значення може мати визначення і врахування впливу динамічного фактора на напружено-деформований стан таких структур [1, 2]. Вивчення основних аспектів цієї проблеми і пошук оптимальних варіантів її вирішення являється метою наступних досліджень. Їх завдання включає визначення методу і засобів оцінки впливу форми і розмірів поперечного перетину циліндричних тришарових оболонок на їх напружено-деформований стан при дії динамічного імпульсного навантаження.

Одним із методів вирішення цієї проблеми є створення і розрахунки рівнянь динамічних коливань таких структур на основі співвідношень уточненої теорії непологих оболонок типу Тимошенка [3, 10] і використання скінченно-різницевої схем їх розрахунку по просторовій і часовій координатах. Їх прикладом є рівняння коливань оболонок еліптичного перетину для визначення їх прогинів [4]

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 T_{11}) + \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial s_2} (A_1 S) &= \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 S) + \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial s_2} (A_1 T_{22}) + k_2 T_{23} &= \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 T_{13}) + P_3 + \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial s_2} (A_1 T_{23}) - k_2 T_{22} &= \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 M_{11}) - T_{13} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial s_2} (A_1 H) &= \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 H) + \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial s_2} (A_1 M_{22}) - T_{23} &= \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

При шаровій конструкції оболонок, особливо при малих товщинах їх робочих шарів і неармованому легкому заповнювачеві, доцільним представляється використання скінченно - елементного методу, передбачаючого моделювання і виконання розрахунку НДС досліджуваних структур програмно - розрахунковими комплексами.

Базуючись на використанні потенційної енергії, цей метод розповсюджується практично на необмежений клас задач і являється досить ефективним і оперативним. В загальній постановці він передбачає визначення області і вектора переміщень пружної системи характеризує мінімізацією її потенційної енергії, а після її визначення – розраховуються тензори переміщень і напружень [5]. І якщо повна потенційна енергія системи має вид:

$$\Pi = E - W, \quad (2)$$

де E – потенційна енергія деформацій, а W – потенційна енергія зовнішніх навантажень, то після розбивки цільної області на окремі елементи (2) змінюється відповідно:

$$\Pi = \sum_{e=1}^E (E^{(e)} - W^{(e)}) = \sum_{e=1}^E \pi^{(e)} \quad (3)$$

і її мінімізація, в результаті впливів силових, теплових або інших факторів забезпечує вирішення задачі.

Використання цього методу в наступних дослідженнях передбачає визначення величин нормальних прогинів U_3 , нормальних напружень σ_{22} несучих шарів тришарових циліндричних оболонок кругового і еліптичного перерізу (рис. 1) при внутрішньому розподіленому імпульсному навантаженні $P_3(s_1, s_2, t)$.

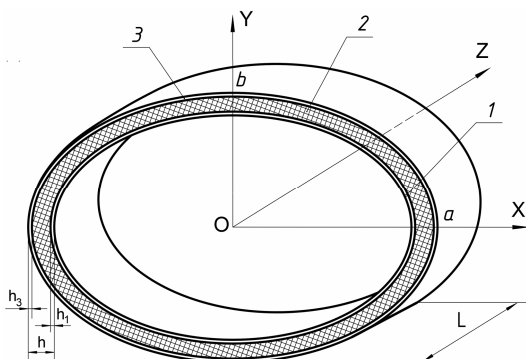


Рис. 1. Конструкція тришарової циліндричної оболонкової структури: 1 – внутрішній шар; 2 – заповнювач; 3 – зовнішній шар

Розподіл імпульсного навантаження здійснювався в наступному вигляді:

$$P_3(s_1, s_2, t) = A * \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)], \quad (4)$$

де: A – амплітуда імпульсного навантаження; T – тривалість часу навантаження; t – часовий інтервал. Приймалися наступні параметри: $A = 10^6$ Па; $T = 50 * 10^{-6}$ с.

Покладалося, що краї оболонки жорстко затиснені, тобто при $S_1 = 0$ і $S_1 = L$: $U_1 = U_2 = U_3 = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$.

Конструкція досліджуваних оболонок приведена на рис. 1.

Загальна товщина досліджуваних композитних оболонок складала $h = 10$ мм. Геометричні розміри елементів конструкцій наведені в табл. 1.

Модулі пружності матеріалів шарів та заповнювача становили $E_1 = E_3 = 70$ ГПа, $E_f = 0,14$ ГПа, а інші показники мали такі значення $\mu_1 = \mu_3 = 0,3$, $\rho_1 = \rho_3 = 2,7 * 10^3$ кг/м³, $\rho_f = 25$ кг/м³.

Таблиця 1

Співвідношення геометричних розмірів елементів конструкції тришарових оболонок

$h_1, \text{м}$	$h_2, \text{м}$	$h_3, \text{м}$	h_1/R	L/h_1	a/b
$1 * 10^{-3}$	$1 * 10^{-3}$	$8 * 10^{-3}$	0,01	400	1
$1 * 10^{-3}$	$1 * 10^{-3}$	$8 * 10^{-3}$	-	400	1,01
$1 * 10^{-3}$	$1 * 10^{-3}$	$8 * 10^{-3}$	-	400	1,05
$1 * 10^{-3}$	$1 * 10^{-3}$	$8 * 10^{-3}$	-	400	1, 1

При створенні скінченно - елементних моделей використовувався тривимірний об'ємний скінченний елемент типу *Solid*, гарантуючий точність отриманих результатів, який по ступеню витягнутості,

звуженню і викривленню, та іншим показникам відповідав вимогам забезпечення якості скінченно - елементної сітки [6].

Створена скінченно-елементна модель кругового перетину налічувала 96000 скінченних елементів і 113120 вузлів, а в моделях еліптичного перетину (рис. 2) кількість скінченних елементів становила 120000, а кількість вузлів дорівнювала 141400.

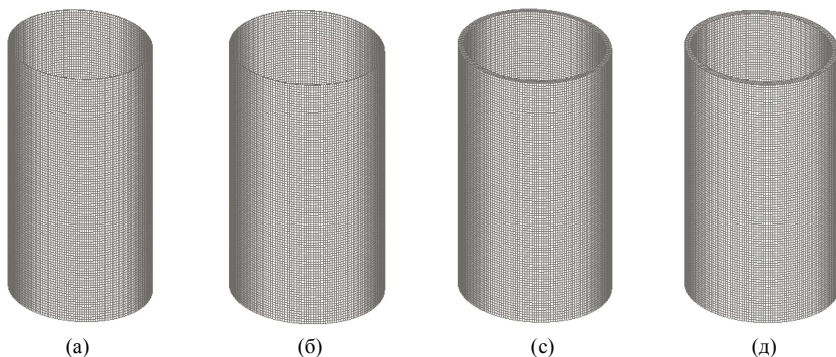


Рис. 2. Скінченно-елементна модель тришарової циліндричної оболонки еліптичного перетину: (а) – обшивка несуча внутрішня; (б) – теж саме зовнішня; (с) – полімерний заповнювач; (д) – тришарова оболонка

Розрахунки величин нормальних прогинів і нормальних напружень серединної поверхні структур здійснювались в області $D = \{0 \leq S_1 \leq S_2 \leq A * \pi/2\}$ і виконувались у розрахунковому омплексі Nastran алгоритмом прямого перехідного динамічного процесу.

Динамічна поведінка показників НДС цих структур досліджувалась в часовому інтервалі $0 \leq t \leq 10T$.

Отримані результати. Результати розрахунку максимальних величин прогинів U_3 серединних поверхонь робочих шарів оболонок та їх залежність від просторової координати X в перерізах S_1 та S_2 наведені на рис. 3 і рис. 4.

На рис. 3(а) в перерізі S_1 і на рис. 4(а) в перерізі S_2 - криві з індексами 1,2,3 та 4 відображають розподіл величин нормальних прогинів внутрішнього шару оболонок еліптичного поперечного перетину співвідношенням півосей: 1) $a/b = 1$; 2) $a/b = 1,01$; 3) $a/b = 1,05$; 4) $a/b = 1,1$, а на рис. 3(б) та 4(б) – теж саме відповідно величини зовнішнього шару.

Як видно з рисунків максимальні величини U_3 значно залежать від співвідношення півосей еліптичного перетину циліндричної структури і досягають максимальних значень при $a/b = 1,1$. При такому співвідношенні величина максимального прогину внутрішнього шару в перерізі S_1 в момент часу $t = 8,65T$ перевищує аналогічну величину зовнішнього шару на 4,4% і на 12,7% - в перерізі S_2 в момент $t = 9,85T$.

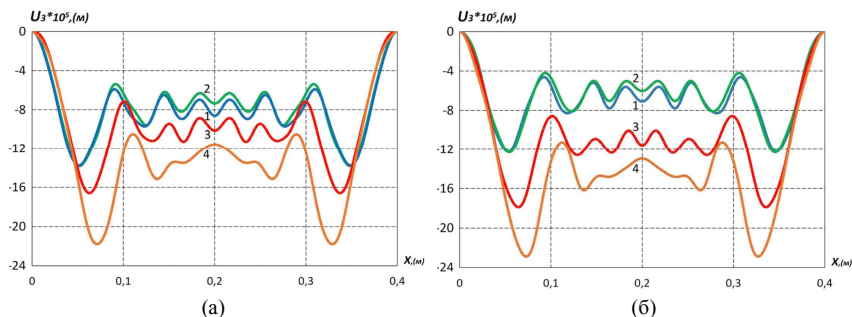


Рис. 3. Нормальні прогини робочих шарів циліндричних оболонок еліптичного перетину в перерізі S_1 : (а) – внутрішній шар; (б) – зовнішній шар

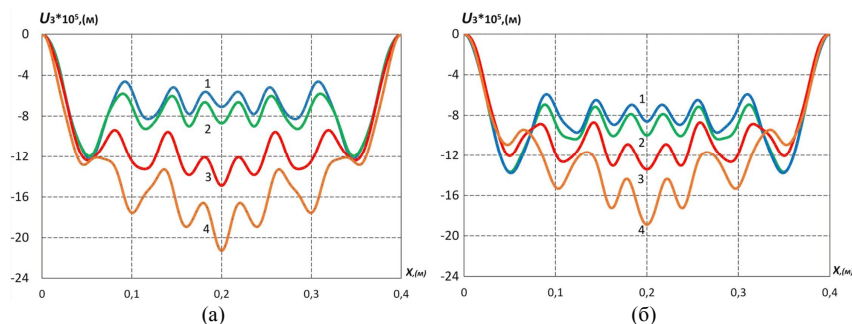


Рис. 4. Нормальні прогини робочих шарів циліндричних оболонок еліптичного перетину в перерізі S_2 : (а) – внутрішній шар; (б) – зовнішній шар

Розглядаючи максимальні прогини внутрішнього шару оболонок (рис. 3(а)) спостерігається, що при збільшенні співвідношення півосей до 1,05 і 1,1 виявляється, що максимальна величина прогину зростає відповідно на 45,4 і 84,6%, а при розгляді максимальних прогинів зовнішнього шару (рис. 3(б)) і тому самому співвідношенні півосей - на 19,3 і 57,6%.

При аналогічному співвідношенні a/b величини прогинів U_3 в перерізі S_2 збільшуються менш значимо і досягають величин у внутрішньому шарі 20,3 і 71,9% (рис. 4(а)). Їх максимальні значення мають місце при $a/b=1,1$ і спостерігаються при $X=0,5L$.

На рис. 5 наведені величини нормальних напружень σ_{22} в перерізі S_1 , а значення і розподіл нормальних напружень при S_2 – відповідно на рис. 6.

На рис. 5(а) в перерізі S_1 і на рис. 6а в перерізі S_2 - криві з індексами 1,2,3 та 4 відображають величини нормальних напружень внутрішнього шару оболонок еліптичного поперечного перетину співвідношенням півосей: 1) $a/b=1$; 2) $a/b=1,01$; 3) $a/b=1,05$; 4) $a/b=1,1$, а на рис. 5(б) та 6(б) – теж саме відповідно величини нормальних напружень зовнішнього шару.

В структурі кругового перетину ($a/b=1$) і при різних співвідношеннях a/b (1,05; 1,1) величини нормальних напружень суттєво відрізняються. Причому різними їх величини є і в обох шарах структур. В круговій формі перетину максимальна величина нормального напруження внутрішнього шару становить $9,46 \cdot 10^6$ Па, а в зовнішньому шарі дорівнює $9,72 \cdot 10^6$ Па.

При еліптичній формі перетину в перерізі S_1 величина максимального напруження зростає по мірі збільшення співвідношення a/b і досягає максимуму у внутрішньому шарі в момент 8,65Т при $a/b=1,1$. В цьому випадку максимальна величина напруження внутрішнього шару на 8,7% перевищує аналогічну величину зовнішнього шару (рис. 6). Зміна величини співвідношення a/b до 1,05; 1,1 супроводиться зростанням максимального напруження як у внутрішньому шарі (19,6; 25,9%) так і у зовнішньому шарі оболонки (0,8; 11,3%).

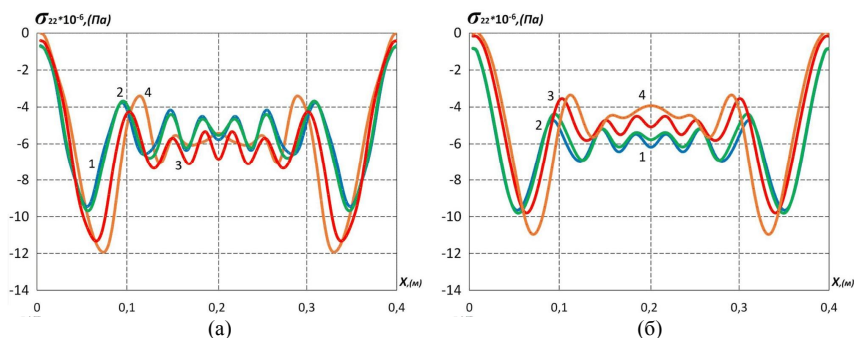


Рис. 5. Нормальні напруження робочих шарів циліндричних оболонок еліптичного перетину в перерізі S_1 : (а) – внутрішній шар; (б) – теж саме зовнішній

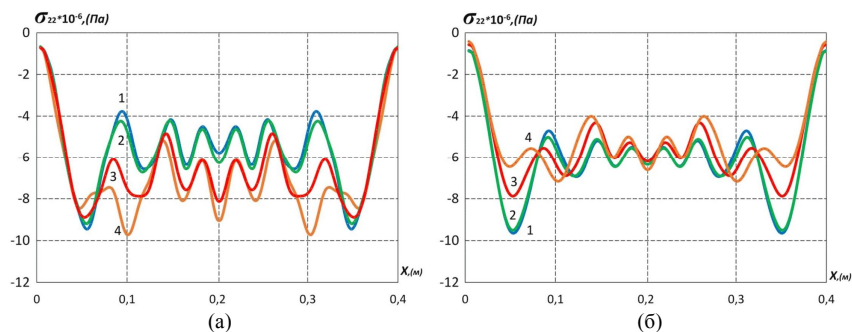


Рис. 6. Нормальні напруження робочих шарів циліндричних оболонок еліптичного перетину в перерізі S_2 : (а) – внутрішній шар; (б) – теж саме зовнішній

Таким чином можна констатувати, що форма і розміри перетину тришарових циліндричних оболонок впливають на їх напружено – деформований стан при динамічному імпульсному навантаженні. При

зміні кругової форми еліптичною і збільшенні співвідношення півосей еліпса на 10% величина максимального прогину U_3 структури збільшується майже на 85%, а максимальна величина нормального напруження зростає на 26%.

Практично аналогічним виявився характер величин і розподіл нормальних прогинів в перерізі S_1 непологих циліндричних структур наведених в роботі [4]. Збільшення співвідношення a/b в них супроводжувалось збільшенням величин прогинів.

Аналогією подібного впливу імпульсного навантаження на НДС шарових композитних структур підтвержують і результати досліджень в інших публікаціях [7-9].

Висновки. Форма і кривизна поперечного перетину тришарових циліндричних тонкостінних композитних оболонок значно впливають на їх НДС при динамічному імпульсному навантаженні.

Заміна кругової форми поперечного перетину циліндричної структури еліптичною і зростання співвідношення півосей еліптичного перетину приводить до збільшення нормальних прогинів і нормального напруження серединної поверхні структури.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Lugovoi P.Z., Meish V.F.* Dynamics of inhomogeneous shell systems under non-stationary loading (survey) // International Applied Mechanics – 2017, 53, № 5 – P. 481–537.
2. *Meish V.F., Shtantsel' S.É.* Dynamic problems in the theory of sandwich shells of revolution with a discrete core under nonstationary loads // International Applied Mechanics – 2002, 38, № 12 – P. 1501–1507.
3. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
4. *Мейш В.Ф., Мейш Ю.А.* Динамічна поведінка циліндричних оболонок некругового перерізу при нестационарних навантаженнях. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2021. № 5. с. 33—38.
5. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. - 392 с.
6. *Рычков С.П.* Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2016. – 784 с.
7. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E.* Stress - strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load c Strength of Materials and Theory of Structures. – 2020. – Issue. 105. – P. – 145-151.
8. *Луговой П.З., Гайдайчук В.В., Орленко С.П., Котенко К.Е.* Динаміка тришарових конічних оболонок з дискретно неоднорідним заповнювачем при нестационарних навантаженнях // Прикладна механіка– 2022, 58, № 4 – С.
9. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Stress–Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2021, 57(4), P. 395–404.
10. *Новожилов В.В.* Теория тонких оболочек Л.: Госиздат Судостроительной литературы, 1951. - 344 с.

REFERENCES

1. *Lugovoi P.Z., Meish V.F.* Dynamics of inhomogeneous shell systems under non-stationary loading (survey) // International Applied Mechanics – 2017, 53, № 5 – P. 481–537.

2. *Meish V.F., Shtantsel' S.É.* Dynamic problems in the theory of sandwich shells of revolution with a discrete core under nonstationary loads // *International Applied Mechanics* – 2002, 38, № 12 – P. 1501–1507.
3. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
4. *Meish V.F., Meish Y.A.* Dynamichna povedinka tsylindrychnykh obolonok nekruhovoho pererizu pry nestatsionarnykh navantazhenniakh (Dynamic behavior of cylindrical shells of non-circular cross-section under non-stationary loads). - *Dopov. Nac. akad. nauk Ukr.* 2021. № 5 p. 33—38.
5. *Seegerlind Larry J.* Primenenie metoda konechnykh elementov (Application of the finite element method). - M.: Mir, 1979- 392 p.
6. *Rychkov S.P.* Modelirovanie konstruksiy v sredeFemap with NX Nastran (Structural modeling in Femap with NX Nastran). - M.: DMK Press, 2016.-784 p.
7. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E.* Stress - strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load e *Strength of Materials and Theory of Structures*. – 2020. – Issue. 105. – P. – 145-151.
8. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Orlenko S.P., Kotenko K.E.* Dynamika trysharovykh konichnykh obolonok z dyskretno neodnorodnym zapovniuvachem pry nestatsionarnykh navantazhenniakh (Dynamics of three-layer conical shells with discretely inhomogeneous aggregate under nonstationary loads) // *International Applied Mechanics* – 2022, 58, № 4 – P.
9. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Stress–Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2021, 57(4), P. 395–404.
10. *Novozhilov, V.V.* Teoriya tonkih obolochek (Theory of thin shells). – L.: Gosizdat Sudostroitel'noy literatury, 1951. – 344 p. (in Russian).

Стаття надійшла 31.08.2022

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е.

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЕЛІПТИЧНОЇ ФОРМИ ПРИ ВНУТРІШНЬОМУ ОСЕСИМЕТРИЧНОМУ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Наведені результати оцінки динамічної поведінки тришарових циліндричних оболонок кругової і еліптичних форм перетину при внутрішньому імпульсному навантаженні. Використано скінченно – елементний метод для розрахунку показників напружено-деформованого стану (НДС) таких структур програмним комплексом *NASTRAN*. Визначені величини прогинів, напружень кругової і 3-х еліптичних форм поперечного перетину циліндричних структур. Виконано порівняльний аналіз величин цих показників з результатами динамічної поведінки неологічних циліндричних оболонок.

Ключові слова: тришарова циліндрична оболонка, кругова і еліптична форми переретину, скінченно-елементна модель, динамічна поведінка, імпульсне осесиметричне навантаження, метод скінчених елементів.

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E.

INVESTIGATION OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELLS OF ELLIPTICAL FORM UNDER INTERNAL AXISYMMETRIC PULSE LOADING

The results of the assessment of the dynamic behavior of three-layer cylindrical shells of circular and elliptical cross-sections under internal impulse loading are given. The finite-element method was used to calculate the indicators of the stress-strain state (SSS) of such structures by the *NASTRAN* software complex. The values normal deflections and normal stresses of circular and three elliptical forms of intersection of cylindrical structures are determined. A comparative analysis of the values of these indicators with the results of the dynamic behavior of uneven cylindrical shells was performed.

The shape and curvature of the cross section of three-layer cylindrical thin-walled composite shells significantly affect their SSS under dynamic impulse loading.

Replacing the circular shape of the cross section of a cylindrical structure with an elliptical one and increasing the ratio of the semiaxes of the elliptical section leads to an increase in normal deflections and normal stresses of the middle surface of the structure.

Key words: three-layered cylindrical shell, circular and elliptical shape of the cross-sections, finite element model, dynamic behavior, axisymmetric impulse load, finite element method.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е. Дослідження динамічної поведінки тришарових циліндричних оболонок еліптичної форми при внутрішньому осесиметричному імпульсному навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 263-272.

Наведені результати оцінки динамічної поведінки тришарових циліндричних оболонок кругової і еліптичних форм перетину при внутрішньому імпульсному навантаженні. Використано скінченно-елементний метод для розрахунку показників напружено-деформованого стану таких структур програмним комплексом NASTRAN. Визначені величини прогинів, напружень кругової і 3-х еліптичних форм поперечного перетину циліндричних структур. Виконано порівняльний аналіз величин цих показників з результатами динамічної поведінки непологих циліндричних оболонок.

Табл. 1. Іл. 6. Бібліогр. 10 назв.

UDC 539.3

Gaidaiichuk V.V., Kotenko K.E. Investigation of the dynamic behavior of three-layer cylindrical shells of elliptical form under internal axisymmetric pulse loading // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 263-272.

The results of the assessment of the dynamic behavior of three-layer cylindrical shells of circular and elliptical cross-sections under internal impulse loading are given. The finite-element method was used to calculate the indicators of the stress-strain state of such structures by the NASTRAN software complex. The values normal deflections and normal stresses of circular and three elliptical forms of intersection of cylindrical structures are determined. A comparative analysis of the values of these indicators with the results of the dynamic behavior of uneven cylindrical shells was performed.

Tabl. 1. Fig. 6. Ref 10 names.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е. Исследование динамического поведения трехслойных цилиндрических оболочек эллиптической формы при внутренней осесимметричной импульсной нагрузке // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2022. – Вып. 109. – С. 263-272.

Приведены результаты оценки динамического поведения трехслойных цилиндрических оболочек круговой и эллиптических форм поперечного сечения при внутренней импульсной нагрузке. Использован конечно-элементный метод для расчета показателей напряженно-деформированного состояния таких структур программным комплексом NASTRAN. Определены величины прогибов, нормальных напряжений круговой и 3-х эллиптических форм сечения цилиндрических структур. Проведен сравнительный анализ величин этих показателей с результатами динамического поведения непологих цилиндрических оболочек.

Табл. 1. Ил. 6. Библиогр. 10 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, ГАЙДАЙЧУКУ Віктору Васильовичу

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72

Моб. тел. +380 (97) 542-94-27

E-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури КОТЕНКО Костянтин Едуардович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, КОТЕНКУ Костянтину Едуардовичу

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72

Моб. тел. +380 (95) 585-20-76

E-mail: 1969box@mail.ru

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

UDC 355.41

MATHEMATICAL MODEL OF THE IMPACT OF 12.7 MM KINETIC ACTION AMMUNITION ON AN ARMORED OBSTACLE WITH ADDITIONAL ARMOR

V.O. Dachkovskiy¹I.P. Datsenko¹V.A. Golub¹S.G. Sedov¹I.V. Kondratiuk¹D.P. Pavlov¹V.I. Mazurenko²O.S. Kovalov²

¹*National Defense University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovsky,
28, Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine*

²*Institute of Public Administration and Research in Civil Protection*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.273-286

Abstract. In today's conditions, there is a need to find new and effective ways (means) to protect armored vehicles and increase their protection against modern means of destruction, as evidenced by the analysis of the damage received by armored vehicles during the repulsion of armed aggression against Ukraine.

Various methods and means of additional protection always require practical verification of their feasibility.

The purpose of this article is to present the main approaches to assessing the level of stability of an armored obstacle with additional armor and to build a mathematical model of the impact of 12.7 mm kinetic munitions on an armored obstacle with additional armor based on experimental data.

To assess the relative properties of the armor barrier to the destructive energy of the munitions, the experimental-statistical method of mathematical modeling of the process of influence of the energy of the munitions on the armor barrier of armored vehicles was used, in which the experiment is considered as the main source of information about the process, and the methods of probability theory and mathematical statistics are the main means of processing the results of the experiment.

The experimental study allowed to check the resistance of the armored barrier with additional armor to ammunition of 12.7 mm caliber, which destroys it under the action of kinetic energy.

As a result of a multifactorial experiment, experimental data were obtained. Using the experimental data, a mathematical model of the impact of 12.7 mm kinetic ammunition on an armored obstacle with additional armor was built, which takes into account the angle of the meeting of the munition with the armored obstacle, the distance from the armored obstacle to the additional armor, the thickness of the additional armor. This mathematical model can be used to find the optimal additional armor of armored vehicles, taking into account the angle of inclination, the distance of additional armor to the main armor and the thickness of additional armor.

Key words: armored vehicles, armored obstacle, experimental study, means of destruction, mathematical model, optimization.

1. Introduction. Experience in the use of armored vehicles confirms the

practical dilemma, according to which the means of destruction of kinetic action and the low level of protection of armored vehicles seriously affect the content of operational decisions made regarding their use. Along with the use of explosive objects, one of the most effective ways to destroy armored vehicles is the use of kinetic ammunition. Under such conditions, there is a need to ensure a sufficient level of protection of armored vehicles from the corresponding means of destruction. Among the indicators of the effectiveness of the destruction system is the indicator of the share of kinetic action ammunition in the overall fire system. The relevance of the raised problematic issue is confirmed by the experience of using armored vehicles both in military and civilian affairs [1-4].

2. Problem Formulation. Today there are a large number of armored vehicles used for transportation of securities, precious material assets, used by the state defense forces, etc. These armored vehicles have different classes of protection according to the declared technical characteristics of the manufacturers and require verification of the declared levels of resistance to kinetic munitions.

The low protection of armored vehicles from kinetic means of destruction is evidenced by a large number of armored vehicles that have lost their performance or have been irretrievably destroyed by small arms [1-4]. These cases, unfortunately, continue to occur at the present time.

Increased protection of armored vehicles is possible only due to advanced armor manufacturing technologies. The characteristics of armor were improved by optimizing the design parameters of the relevant mechanical systems and the development of new composite materials. Successes in improving dynamic armor made it possible to create an effective system of protection against almost all modern means of destruction. The creation of new and improvement of existing systems of armored vehicles survivability technology remains relevant. This requires new approaches in mathematical modeling of the processes of strengthening and processing of materials of the armored surface of modern armored vehicles [5].

Accordingly, to ensure the protection of armored vehicles from destruction means, various methods and means of protection have been proposed recently, the appropriateness of which needs to be confirmed by experimental studies [6-7].

3. Analysis of recent research and publications. A number of works are devoted to the study of the impact of destruction means on armored obstacles and increasing their level of protection, in particular, in the study [8], a methodology for determining the characteristics of armored vehicles survivability is proposed, which makes it possible to determine the indicators of durability and reproducibility, thereby determining the survivability of an individual armored vehicle or a group of vehicles of the same purpose. The analysis of the use of protective devices made from improvised materials was carried out in the study [9]. Based on this analysis, a variant of classification of such devices is proposed and attention is focused on the need to study the experience of their use. An in-depth study of this problem is reflected in the study [10], in which an experimental study was conducted to assess the relative properties of the protective screen to the damaging energy of the munitions,

which allowed to test the hypothesis put forward regarding the use of several layers of materials in protective screens to protect armored vehicles from munitions that destroy the armored barrier under the action of kinetic energy. Based on the experimental data obtained, a mathematical model was built that describes the pulse of penetration of the proposed armored barrier. Paper [11] investigated the impact of high-explosive destruction means on the basic wheeled platforms. On the basis of experimental data obtained during the laboratory study, a mathematical model of the impact of high-explosive munitions on the basic wheeled platforms was built. Certain aspects of this issue are presented in the study [12], which is devoted to the analysis of trends in the development of armored vehicles, namely, ways to increase their protection against munitions. The directions of development and the main design features of armored vehicles to provide protection against weapons of destruction are considered. In the study [13], a comparison of the calculated criteria for the armor resistance of various protective materials against bullets (armor steel, armor ceramics) with the resulting steel-aluminum bimetal as a material for two-layer armor was carried out. With the help of mathematical modeling of the processes of fragmentation of armor obstacle fragments in the study [14], an approach to assessing the results of damage to armored vehicle equipment is proposed and the probability of damage (penetration) of the unit by fragments, as well as the average number of fragments that can hit the corresponding unit, is given. In the literature [15], a numerical model of the process of piercing protective ceramic elements with different designs for the protection of armored vehicles is determined. But in this work, it is not determined how the means of destruction loses energy characteristics when piercing an armored obstacle. In the study [16], analytical studies of various methods for determining the ballistic resistance of individual armor plates were carried out. The problem of limited data as a result of ballistic resistance assessment at the level of "satisfactory - unsatisfactory" is shown. In the study [17], different approaches to the study of metal, ceramic and composite armor materials are described, and dynamic armor protection systems that are necessary to increase the survivability of armored vehicles are considered. Reference [18] proposes a methodology for justifying the level of protection of armored vehicles, based on determining the number of hits to the sample during its firing from several means of destruction. This methodology determines the average number of hits to the elements of the sample to justify technical solutions to improve its protection. In the study [19], the problem statement of the experimental study of the ammunition component and the test program for small arms is considered, and in the study [20], a quantitative assessment of the relevant model parameters is carried out to assess the effectiveness of armored vehicles protection. The study of aluminum alloy plates is devoted to work [21], in which a bullet with a diameter of 12.65 mm was fired at aluminum alloy plates 2024-T351 with a thickness of 9.94 mm from a single-stage gas gun in the range of impact velocities of 133.4 m/s~363.8 m/s.

4. Setting objectives. Therefore, the purpose of this article is to present the main approaches to assessing the level of stability of an armored barrier with additional armor and to build a mathematical model of the impact of 12.7 mm

kinetic means of destruction on an armored barrier with additional armor based on experimental data.

5. Presenting main material. To calculate the model, during the experimental studies on the protection of armored vehicles against kinetic means of destruction, namely a 12.7 mm bullet, empirical data on the behavior of many elements critical to the impact of destruction means on the elements of the sample (system) were obtained.

In the study of such a system on the basis of a deterministic approach, when the mechanism of all phenomena is investigated, the process theory is used, on the basis of which the system is given by a strictly deterministic model, usually in the form of differential equations. [10].

In order to calculate the model, it is necessary to accumulate statistical data on the value of the response being studied in the selected area during the experiment. This can be done most effectively with the help of an active experiment [22-24]. From the experiment it is possible to build a mathematical model in order to unambiguously determine the values of indicators (input factors, impacts) and (output indicators, response).

This model will be polynomial, which describes well enough the response function of the local plane of the factor space and is convenient for use, due to the universality and comparative simplicity of methods of its construction on the basis of statistical data [25].

Thus, the study is based on the experimental-statistical method of mathematical modeling of the process of influence of the kinetic energy of destruction means on the armored obstacle and the body of armored vehicles, in which the experiment is considered as the main source of information about the process, and the methods of probability theory and mathematical statistics - the main means of processing the results of the experiment.

It should be noted that experimental studies include a fairly large set of interdependent sequential operations that can be divided into several stages [26-27]. It should also be noted that the experimental study of the stability of the armor barrier was conducted on the ballistic track of the research and testing laboratory of weapons and special protective materials. At the same time, a ballistic pendulum was used and the conditions of the experimental study were observed, which are defined in [10].

The following factors are taken as variables in the study: γ – is the angle of impact of the munition with the armor obstacle, deg.; h – thickness of armor barrier, mm, l – distance from the additional armor barrier to the main armor of the armored vehicle, mm.

As optimization parameters, the distance of deviation of the pendulum from its axis during the penetration of the armored obstacle by the weapon is taken. The main levels and intervals of variation of factors are selected on the basis of a priori information and are given in Table 1.

The prototypes in accordance with the specified conditions under which the study was conducted are shown in Fig. 1.

Table 1

Levels and intervals of variation of factors

Factors	Coded value	Intervals of variation	Levels of factors		
			Lower -1	Main 0	Upper +1
γ – the angle of impact of the munition with the armor obstacle, deg	x_1	10	10	20	30
h – thickness of armor barrier, mm	x_2	5	5	10	15
l – is the distance from the additional armor barrier to the main armor of the ACV, mm	x_3	50	50	100	150

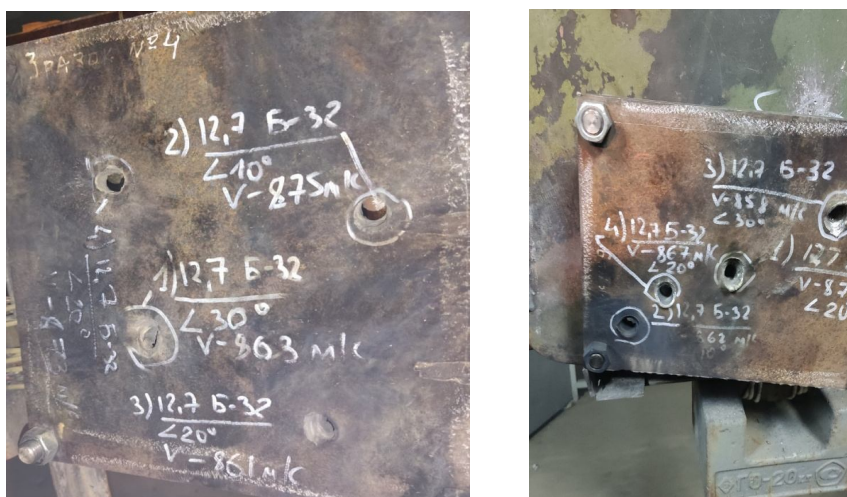


Fig. 1. Samples on which the study was conducted

To obtain a process model in the form of a second-degree polynomial, a non-compositional plan of the second order is implemented, which is presented in Table 2.

Як As follows from the table, the selected planning matrix satisfies the general properties of planning matrices, which allows to quickly calculate the objective function:

symmetry about the zero level, that is, the algebraic sum of the column elements of each factor is equal to zero;

the sum of squares of column elements of each factor is equal to the number of trials (normalization property);

the product of any two different vector-columns of factors is equal to zero;

the variances of the predicted values of the optimization parameter are the same at equal distances from the zero level (the property of rotation of the planning matrix) [30].

Table 2

Matrix of experiment planning

Experiment number	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	y_a
1	+	+	+	0	+	0	0	+	+	0	110
2	+	+	-	0	-	0	0	+	+	0	103
3	+	-	+	0	-	0	0	+	+	0	152
4	+	-	-	0	+	0	0	+	+	0	79
5	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	78
6	+	+	0	+	0	+	0	+	0	+	124
7	+	+	0	-	0	-	0	+	0	+	98
8	+	-	0	+	0	-	0	+	0	+	79
9	+	-	0	-	0	+	0	+	0	+	64
10	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	118
11	+	0	+	+	0	0	+	0	+	+	70
12	+	0	+	-	0	0	-	0	+	+	115
13	+	0	-	+	0	0	-	0	+	+	129
14	+	0	-	-	0	0	+	0	+	+	83
15	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	116

According to the results of the experiments set according to the considered plan, the regression equation is written in the form:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2. \quad (1)$$

The coefficients of equation (1) can be determined using the method of least squares, which is one of the basic methods of regression analysis for estimating unknown parameters of regression models from sample data.

The coefficients of the equation are: $b_0=104$; $b_1=7,625$; $b_2=6,625$; $b_3=5,25$; $b_{12}=-16,5$; $b_{13}=2,75$; $b_{23}=-22,75$; $b_{11}=-0,5$; $b_{22}=7,5$; $b_{33}=-12,25$.

The variance s_y^2 of the optimization parameter is found by the results of experiments in the center of the plan (Table 2 experiments 5, 10, 15). To calculate the variance, we compile auxiliary Table 3.

Table 3

Auxiliary table for calculating variance s_y^2

Experiment number in the center of the plan	y	\bar{y}	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$
5	78	104	-26	676,00
10	118		14	196
15	116		12	144

$$S_E = (y_5 - \bar{y}_{5,10,15})^2 + (y_{10} - \bar{y}_{5,10,15})^2 + (y_{15} - \bar{y}_{5,10,15})^2 = 1016,$$

$$s^2 \{y_z\} = \frac{S_E}{3-1} = 508.$$

The variance of the coefficients of the regression equation will be:

$$s^2 \{b_0\} = \frac{1}{3} s_y^2 = 55,9551,$$

$$s^2 \{b_i\} = \frac{1}{8} s_y^2 = 34,26536,$$

$$s^2 \{b_{ii}\} = \frac{1}{4} s_y^2 = 48,45854,$$

$$s^2 \{b_{ii}\} = \frac{13}{48} s_y^2 = 50,43725.$$

According to the regression equation, we recalculate all coefficients using the least squares method. To do this, we make a system of normal equations:

$$15b_0 + 0b_1 + 0b_2 + 0b_3 + 0b_{12} + 0b_{13} + 0b_{23} + 8b_{11} + 8b_{22} + 8b_{33} = 1518,$$

$$0b_0 + 8b_1 + 0b_2 + 0b_3 + 0b_{12} + 0b_{13} + 0b_{23} + 0b_{11} + 0b_{22} + 0b_{33} = 61,$$

$$0b_0 + 0b_1 + 8b_2 + 0b_3 + 0b_{12} + 0b_{13} + 0b_{23} + 0b_{11} + 0b_{22} + 0b_{33} = 53,$$

$$0b_0 + 0b_1 + 0b_2 + 8b_3 + 0b_{12} + 0b_{13} + 0b_{23} + 0b_{11} + 0b_{22} + 0b_{33} = 42,$$

$$0b_0 + 0b_1 + 0b_2 + 0b_3 + 4b_{12} + 0b_{13} + 0b_{23} + 0b_{11} + 0b_{22} + 0b_{33} = -66,$$

$$0b_0 + 0b_1 + 0b_2 + 0b_3 + 0b_{12} + 4b_{13} + 0b_{23} + 0b_{11} + 0b_{22} + 0b_{33} = 11,$$

$$0b_0 + 0b_1 + 0b_2 + 0b_3 + 0b_{12} + 0b_{13} + 4b_{23} + 0b_{11} + 0b_{22} + 0b_{33} = -91,$$

$$8b_0 + 0b_1 + 0b_2 + 0b_3 + 0b_{12} + 0b_{13} + 0b_{23} + 8b_{11} + 4b_{22} + 4b_{33} = 809,$$

$$8b_0 + 0b_1 + 0b_2 + 0b_3 + 0b_{12} + 0b_{13} + 0b_{23} + 4b_{11} + 8b_{22} + 4b_{33} = 841,$$

$$8b_0 + 0b_1 + 0b_2 + 0b_3 + 0b_{12} + 0b_{13} + 0b_{23} + 4b_{11} + 4b_{22} + 8b_{33} = 762.$$

After calculating this system of equations, we obtain the following coefficients: $b_0 = 108,6154$; $b_1 = 7,625$; $b_2 = 6,625$; $b_3 = 5,25$; $b_{12} = -16,5$; $b_{13} = 2,75$; $b_{23} = -22,75$; $b_{11} = -1,07692$; $b_{22} = 7,5$; $b_{33} = -12,8269$.

The regression equation obtained as a result of planning is written in the form:

$$y = 108,6154 + 7,625x_1 + 6,625x_2 + 5,25x_3 - 16,5x_1x_2 + 2,75x_1x_3 - 22,75x_2x_3 - 1,0769x_1^2 + 7,5x_2^2 - 12,826x_3^2. \quad (2)$$

The adequacy of the obtained model is checked by Fisher's criterion F .

To determine the variance s_{ad}^2 of adequacy, we calculate the sum of s_R squares of deviations of the calculated values of the response y_a function from the experimental ones \hat{y}_a at all points of the plan (Table 4). The calculated value is y_a determined according to expression (2).

$$s_R = \sum (\hat{y}_a - y_a)^2 = 5856,24.$$

We find the dispersion of adequacy:

$$s_{a\hat{a}}^2 = \frac{S_R - S_E}{N - k' - (n_0 - 1)} = 1613,41272,$$

where k' – is the number of statistically significant coefficients of the model; N – is the total number of experiments; n_0 – is the total number of experiments in the center of the plan; S_R – is the sum of squares of deviations of the calculated y_a values of the response function from the experimental ones at all points of the plan; S_E – sum of squares of deviations of the calculated \hat{y}_{zj} values of the response function from the experimental ones \hat{y}_a in the center of the plan.

Table 4

Auxiliary table for calculating the sum of squares of deviations of calculated values s_R

Experiment number	\hat{y}_a	y_a	$\hat{y}_a - y_a$	$(\hat{y}_a - y_a)^2$
1	110	108,1731	1,826923	3,337647929
2	103	127,9231	-24,9231	621,1597633
3	152	125,9231	26,07692	680,0059172
4	79	79,67308	-0,67308	0,453032544
5	78	104	-26	676
6	124	105,7212	18,27885	334,1162167
7	98	89,72115	8,278846	68,53929364
8	79	84,97115	-5,97115	35,65467825
9	64	79,97115	-15,9712	255,0777552
10	118	104	14	196
11	70	110,2981	-40,2981	1623,935004
12	115	100,2981	14,70192	216,1465422
13	129	97,54808	31,45192	989,2234652
14	83	86,54808	-3,54808	12,58884985
15	116	104	12	144

We find the calculated value of the Fisher criterion F :

$$F_p = \frac{s_{a\hat{a}}^2}{s^2\{y_z\}} = 3,1760093 < F_T = 19,3,$$

where $s_{a\hat{a}}^2$ – variance of adequacy; s_y^2 – variance of the optimization parameter.

Thus, the mathematical model in which s_y^2 is taken as – $s^2\{y_z\} = 1613,41272$, the value of Fisher's criterion $F_p = 3,1760093$. The tabular value of Fisher's criterion F_T at 5% level of significance, in particular

the degrees of freedom for the numerator 9 and for the denominator 2 is 19.39.

Therefore, the obtained mathematical model (2) is adequate at 5% level of significance, since $F_p < F_T$.

Thus, using the mathematical model (2) it is possible to construct contour response curves, y_a , which are shown in Figs. 2, 3, 4.

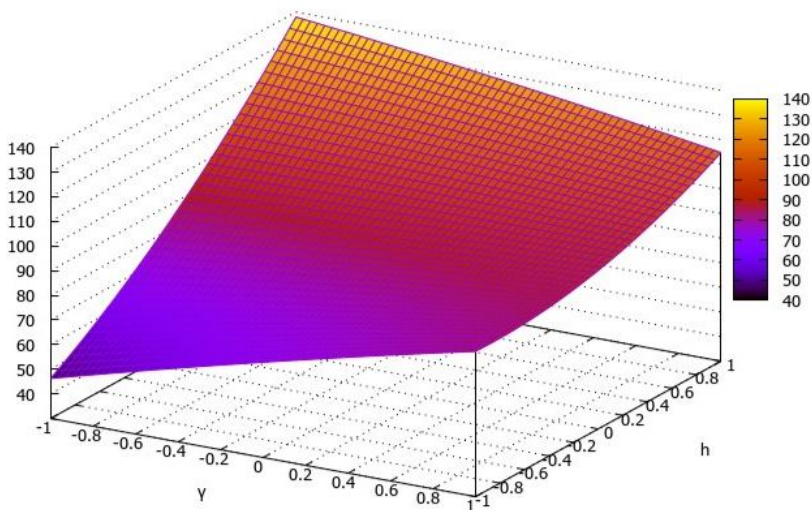


Fig. 2. Characteristics of the impact of the kinetic energy of destruction means on the penetration of the main armor with additional armor depending on the angle of inclination and thickness of additional armor at a fixed distance of additional armor to the main armor at the level of -1

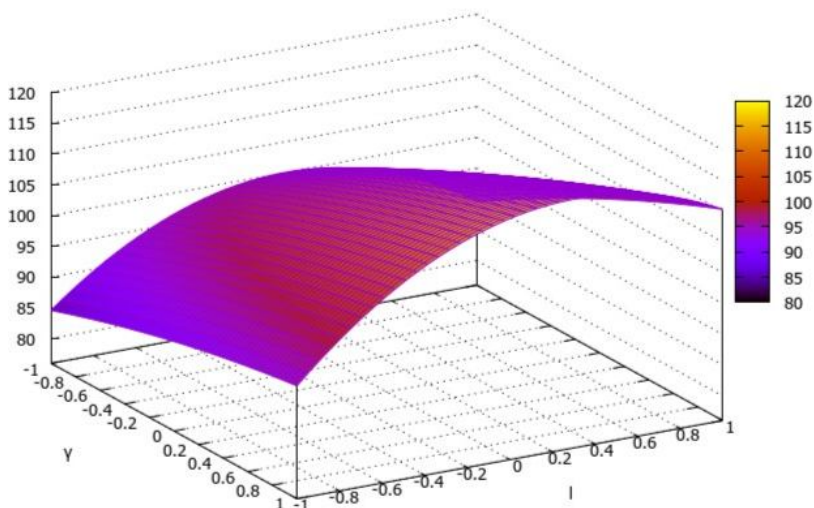


Fig. 3 Characteristics of the impact of kinetic energy of destruction means on the penetration of the main armor with additional armor depending on the angle of inclination and distance of additional armor to the main armor at a fixed thickness of additional armor at the level of 0

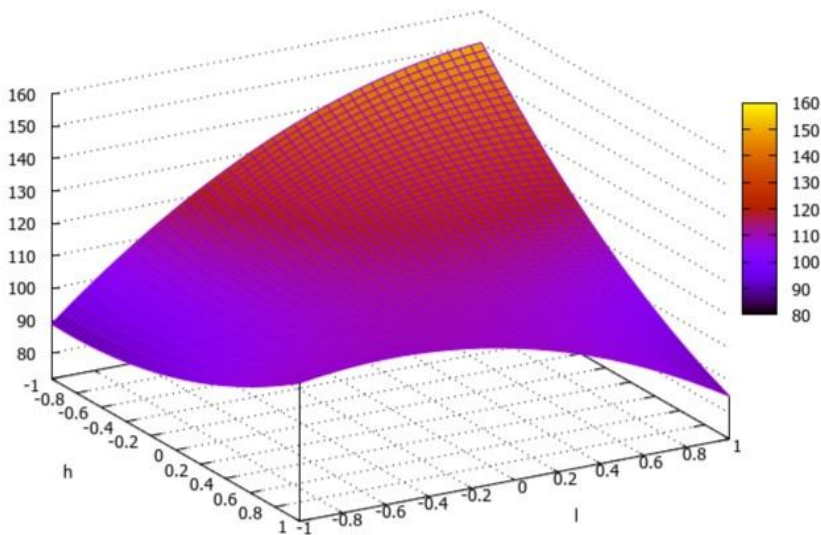


Fig. 4. Characteristics of the impact of the kinetic energy of destruction means on the penetration of the main armor with additional armor depending on the thickness of the additional armor and the distance of the additional armor to the main armor at a fixed angle of inclination at the level of 1.

Conclusions. Thus, the obtained mathematical model based on statistical data on the impact of 12.7 mm munitions on the armor barrier with additional armor makes it possible to determine the optimal thickness of additional armor and the distance of additional armor to the main armor, depending on the angle of inclination of the armored vehicle hull elements. It should also be noted that the use of an additional armor barrier to increase the survivability of armored vehicles is a more rational way to protect them, as an increase in the thickness of the main armor will increase the weight of the armored vehicle, which in turn will lead to loss of buoyancy and reduce other technical characteristics of armored vehicles.

In the future, it is necessary to conduct an experimental study of the effect of the kinetic energy of a 14.5 mm bullet on an armored obstacle with additional armor to obtain statistical data on the basis of which to build a mathematical model to assess the level of protection.

REFERENCES

1. Analysis of hostilities in the area of Ilovaik after the invasion of Russian troops on August 24-29, 2014. URL: <http://www.mil.gov.ua/news/2015/10/19/analiz-illovausk--14354/>.
2. Analysis of hostilities in eastern Ukraine during the winter campaign of 2014-2015. URL: <http://www.mil.gov.ua/news/2015/12/23/analiz-bojovih-dij-na-shodi-ukraini-v-hodi-zimovoi-kampanii-2014-2015-rokiv--16785/>.
3. Analysis of the General Staff of the Armed Forces of Ukraine on the fighting at the Debaltseve bridgehead from January 27 to February 18, 2015. URL: <http://www.mil.gov.ua/analitichni-materiali/analiz-generalnogo-shtabu-zsu-shhodo-bojovih-dij-na-debalcevskomu-placzdarmi-z-27-sichnya-do-18-lyutogo-2015-roku.html>.

4. Analysis of the ATO and the consequences of the Russian invasion of Ukraine in August-September 2014. URL: <https://www.slideshare.net/tsnua/2014-51587585>
5. *Voitovych M., Lishchynska H., Senyk A.* Ways to improve the mechanical characteristics of materials of armored surfaces of combat vehicles. Application of the Land Forces of the Armed Forces of Ukraine in the conflicts of our time: collection of abstracts of the scientific and practical conference of the Ivan Sahaidachnyi Army. -Lviv, 2019. – C. 21. – ISBN 978-966-2699-86-9.
6. *Gorbacheva Y.S.* Study of the protection of modern armored combat vehicles from kinetic means of destruction. Problematic issues of repair of the latest models of weapons and military equipment: materials of scientific and practical seminar (Kyiv, November 18, 2021). Kyiv, 2021. C. 17-18.
7. *Dachkovskiy V.O., Ovcharenko I.V.* Analysis of the development of armored combat vehicles. Modern information technologies in the field of security and defense. 2016. № 2(26) C. 127 - 132. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/sitsbo_2016_2_24.
8. *Dachkovskiy V.O.* Method of determination of survival characteristics of weapons and military equipment. Social development & Security. 2020. №10(1), C. 18 – 24. DOI: <https://doi.org/10.33445/sds.2020.10.1.3>
9. *Brel M.P.* Analysis of Application of Non-Standard Protective Devices for Armoured Fighting Vehicles. Collection of scientific articles of the Military Academy of the Republic of Belarus. 2018. № 34. C. 127-134.
10. *Dachkovskiy V., Datsenko I., Kotsiuruba V., Yalmytskyi O., Holda O., Nedilko O., Syrotenko A.* Experimental investigation of impact of injury measures on the protection screens of combat armoured vehicles. Strength of Materials and Theory of Structures. 2020, No. 104, p. 117-135.
11. *Kurtseitov T.L., Dachkovskiy V.O., Kizyak Y.O., Ugrynovych O.I.* Experimental study of the resistance of basic wheeled platforms to the impact of explosive objects. Natural, Mathematical and Technical science NaMaTech. 2018, Held in Budapest on 16th of December 2018. DOI:<https://doi.org/10.31174/SEND-NT2018-186VI22-15>.
12. *Lysyi M., Mysyk A., Dachkovskiy V., Gorbachova Y.* Directions of development of weapons and military equipment to increase the level of security: Collection of scientific works of the National Academy of the State Border Guard Service of Ukraine Series: Military and Technical Sciences. 2019. № 3 (87). C. 411-428. DOI: <https://doi.org/10.32453/3.V8Ii3.483>.
13. *Zagoryansky V.G.* Substantiation of applicability of bimetal steel-aluminum on the calculated criteria of anti-bullet armor resistance. Bulletin of NTUU "KPI".Series: mechanical engineering. Kremenchuk.№ 3 (75). 2015. C. 37-41.
14. *Horbachova Y, Dachkovskiy V.* Modeling of the behind armor action of fragments of armor obstacle on elements of combat armored vehicles. Political Science and Security Studies Journal. 2021. № 2(1). P. 26-32. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.4646156>.
15. *Maystrenko A.L., Kushch V.I., Kulych V.H., Neshpor O.V, Bisyk S.P.* Increasing the protection of combat armored vehicles against the defeat of 12.7-mm B-32 bullets. Weapons and military equipment. 2017, No 1(13), p. 18-23. (in Ukraine). DOI:[https://doi.org/10.34169/2414-0651.2017.1\(13\).18-23](https://doi.org/10.34169/2414-0651.2017.1(13).18-23)
16. *Perchun G.I., Samofalova A.O., Kononenko G.A.* Methods for determination of ballistic performance of armor plates. Fundamental and applied problems of ferrous metallurgy: Collection of scientific papers Dnipropetrovsk,. 2015. Vol. 30. c. 337-342. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/143971>
17. *Madhu V. and Balakrishna Bhat T.* Armour Protection and Affordable Protection for Futuristic Combat Vehicles. Defence Science Journal, Vol. 61, No. 4, July 2011, p. 394-402
18. *Golub V.A.* Methodology of substantiation of the level of protection of combat wheeled vehicles. Weapons systems and military equipment. Kyiv, 2013. № 3 (35). C.9-12.
19. *Antipko O.B., Biryukov I.Y., Syschuk S.I., Shcheptsov A.V.* Setting the task of experimental research of composite ammunition and test program for small arms. System of armament and military equipment. 2016. № 1 (45). C.10-13.
20. *Chunxu Li, Zhanjun Niu, Baozhan Qin, Zhenggen Yu, Xuesong Tang, Xiaobing Lu.* Combat Performance Evaluation and the Analysis Combat Requirements of Amphibious Armored Vehicles. Proceedings of the 5th International Conference on Information Engineering for Mechanics and Materials. 2015. pp. 455-458. <https://doi.org/10.2991/icimm-15.2015.86>.

21. *Xiao Xinke, Hao Pan, Yuanli Bai, Lou Yanshan, Chen Lina.* Application of the modified Mohr–Coulomb fracture criterion in predicting the ballistic resistance of 2024-T351 aluminum alloy plates impacted by blunt projectiles. *International Journal of Impact Engineering.* Vol. 123, 2019, p. 26-37. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2018.09.015>
22. *Barabashchuk V.I., Kredencer B.P., Miroshnichenko V.I.* Planning experiments in engineering. K.: Technique, 1984. 200 c.
23. *Lavrenchik V.N.* Setting up a physical experiment and statistical processing of its results. Moscow: Energoatomizdat, 1986. 272 c.
24. *Spirin N.A., Lavrov V.V.* Methods of planning and processing the results of engineering experiment. Ekaterinburg: GOU VPO UGTU-UPI, 2004. - 257 c. - ISBN 5-321-00319-X.
25. *Spiridonov, A.A.* Experiment planning in the study of technological processes. Moscow: Mashinostroenie, 1981. 184 c.
26. *Mukhachev V.A.* Planning and Processing of Experimental Results: Textbook. Tomsk: Tomsk State University of Control Systems and Radio Electronics. 2007. 116 c.
27. *Johnson N., Lyon F.* Statistics and experimental planning in engineering and science: Experimental planning methods. (English translation, eds. Letsky E.K., Markova E.V.). Moscow: Mir, 1981. 520 c.

Стаття надійшла 01.08. 2022

Дачковський В.О., Даценко І.П., Голуб В.А., Ссдов С.Г., Кондратюк І.В., Павлов Д.П., Мазуренко В.І., Ковальов О.С.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВПЛИВУ БОСПРИПАСІВ КІНЕТИЧНОЇ ДІЇ 12,7 ММ НА БРОНЬОВУ ПЕРЕШКОДУ З ДОДАТКОВИМ БРОНЮВАННЯМ

В умовах сьогодення випливає необхідність пошуку нових та ефективних способів (засобів) захисту броньованих автомобілів та підвищення їх захищеності від сучасних засобів ураження, про що свідчить аналіз отриманих пошкоджень броньованими автомобілями під час відбиття збройної агресії проти України.

Різноманітні способи та засоби додаткового захисту завжди потребують практичної перевірки на доцільність їх застосування.

Метою даної статті є викладення основних підходів до оцінювання рівня стійкості броньової перешкоди з додатковим бронюванням та побудова на основі експериментальних даних математичної моделі впливу кінетичних засобів ураження 12,7 мм на броньову перешкоду з додатковим бронюванням.

Для оцінювання відносних властивостей броньової перешкоди до уражаючої енергії засобів ураження використано експериментально-статистичний метод математичного моделювання процесу впливу енергії засобів ураження на броньову перешкоду броньованих автомобілів, при якому експеримент розглядається як основне джерело інформації про процес, а методи теорії ймовірності та математичної статистики – основним засобом обробки результатів експерименту.

Проведене експериментальне дослідження дозволило перевірити стійкість броньової перешкоди з додатковим бронюванням до боєприпасів калібру 12,7 мм, які руйнують її під дією кінетичної енергії.

В результаті багатофакторного експерименту було отримано експериментальні дані. Використовуючи експериментальні дані було побудовано математична модель впливу боєприпасів кінетичної дії калібру 12,7 мм на броньову перешкоду з додатковим бронюванням, яка враховує кут зустрічі засобу ураження із броньовою перешкодою, відстань від броньової перешкоди до додаткового бронювання, товщину додаткового бронювання. Дана математична модель може бути використана для знаходження оптимального додаткового бронювання броньованих автомобілів із врахування кута нахилу, відстані додаткового бронювання до основної броні та товщини додаткового бронювання.

Ключові слова: броньовані автомобілі, броньова перешкода, експериментальне дослідження, засоби ураження, математична модель, оптимізація.

УДК 355.41

Дачковський В.О., Даценко І.П., Голуб В.А., Седов С.Г., Кондратиук І.В., Павлов Д.П., Мазуренко В.І., Ковальов О.С. Математична модель впливу боєприпасів кінетичної дії 12,7 мм на броньову перешкоду з додатковим бронюванням // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 273-286.
Лл. 4. Бібліогр. 27 назв.

UDC 355.41

Dachkovskiy V.O., Datsenko I.P., Golub V.A., Sedov S.G., Kondratiuk I.V., Pavlov D.P., Mazurenko V.I. Kovalov O.S. Mathematical model of the impact of 12.7 mm kinetic action ammunition on an armored obstacle with additional armor // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 273-286.

Fig. 4. Ref. 27

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент професор кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ДАЧКОВСЬКИЙ Володимир Олександрович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського

Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97 036

Мобільний тел.: +38(067) 422-21-75

E-mail: 1903vova@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1480-5021>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, начальник науково-дослідної лабораторії Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ДАЦЕНКО Іван Петрович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського

Робочий тел.: +38 044 271-06-97, факс +38 044 271-06-97 036

Мобільний тел.: +38(050) 722-46-45

E-mail: docik_ivan@i.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0047-413X>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник науково-випробувального відділу Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ГОЛУБ Віктор Анатолійович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського

Робочий тел.:

Мобільний тел.: +38 (068) 127-83-44

E-mail: victor-golub@meta.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1111-8819>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший дослідник, начальник науково-випробувального відділу Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, СЕДОВ Святослав Геннадійович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського

Робочий тел.:

Мобільний тел.: +38 (066) 710-31-09

E-mail: nvl_nuou@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8718-1112>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): ад'юнкт кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, КОНДРАТЮК Ігор Володимирович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського

Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97 03680

Мобільний тел.: +38(097) 800-04-52

E-mail: igorek241083@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9408-1435>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): ад'юнкт кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, ПАВЛОВ Денис Петрович.

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського

Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97 03680

Мобільний тел.: +38(067) 398-12-00

E-mail: pavlovdenis81@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3348-7655>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат військових наук, доцент, професор кафедри організації заходів цивільного захисту Інституту державного управління та наукових досліджень з цивільного захисту, МАЗУРЕНКО Валерій Іванович.

Адреса робоча: 04074, м. Київ, вул. Вижгородська, 21.

Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97 036

Мобільний тел.: +38(067) 994-51-77

E-mail: mazyrenko.valerii@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7111-8829>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат військових наук, доцент, старший викладач кафедри організації заходів цивільного захисту Інституту державного управління та наукових досліджень з цивільного захисту, КОВАЛЬОВ Олександр Сергійович.

Адреса робоча: 04074, м. Київ, вул. Вижгородська, 21.

Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97 03680

Мобільний тел.: +38(067) 440-17-16

E-mail: kovalyovas54@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7510-032X>

УДК 539.3

СПРОЩЕННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ НЕТОНККИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЗІ СКЛАДНОЮ ФОРМОЮ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Л.С. Рожок,

д-р фіз.-мат. наук, професор

А.М. Онищенко,

д-р техн. наук, професор

М.В. Гаркуша,

канд. техн. наук, доцент

І.В. Башкевич,

канд. техн. наук, доцент

Національний транспортний університет, м. Київ

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.287-300

В роботі, із використанням просторової моделі лінійної теорії пружності на основі методу апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є, розв'язано задачу про напружений стан нетонких циліндричних оболонок з поперечним перерізом у вигляді гофрованих еліпсів при дії внутрішнього тиску за певних граничних умов на торцях. Для класу розглядуваних оболонок встановлено межі можливості спрощення розрахункової схеми внаслідок вилучення з розгляду параметру, що характеризує еліптичність.

Ключові слова: гофровані еліпси, дискретні ряди Фур'є, лінійна теорія пружності, напружений стан, нетонкі циліндричні оболонки, ортотропний матеріал, просторова модель, спрощення розрахункової схеми.

Вступ. З бурхливим розвитком науково-технічної бази та широкомасштабною комп'ютеризацією суспільства, важливого значення набуває комп'ютерне моделювання станів, явищ та процесів, що мають місце в навколишньому середовищі. Обчислювальний експеримент застосовується в багатьох галузях господарювання, серед яких ракетобудування, будівництво доріг, машинобудування, будівництво споруд, медицина, створення наноматеріалів та ін. [9, 13]. Так, наприклад, за допомогою математичного моделювання, в роботі [15] встановлено наслідки прориву греблі з метою надання рекомендацій щодо захисних конструктивних заходів автошляху та мосту; в роботі [3] на базі методів дослідження нелінійних коливальних систем на основі використання функції малого параметра, розв'язується задача моделювання режимів биття під час оберально-коливального руху складної аеродинамічної конструкції із визначенням умов їх виникнення; в роботі [8] в рамках схеми неоднорідної нанорідини досліджується задача нестационарної магнітогідродинамічної (МГД) комбінованої конвекції в прямокутній порожнині з двома внутрішніми циліндрами, що нагрівається хвилеподібно. Широкого використання в умовах зростаючого рівня інтенсивності зовнішнього впливу

набувають конструкції у вигляді циліндричних оболонок різної товщини. Для забезпечення міцності та надійності експлуатації конструкцій та їх елементів подібного класу, необхідно визначати їх напружений стан, при цьому особливого значення набуває вибір моделі дослідження та відповідного чисельно-аналітичного методу, який дозволяє отримати розв'язок задачі з заданим ступенем точності. Проблему динамічної деформації тришарової циліндричної оболонки при нестационарних навантаженнях у разі жорсткого затискання кінців оболонки за використанням методу скінчених елементів розглянуто в роботі [2]. У випадку, коли розглядаються оболонки зі складною формою поперечного перерізу, доцільно використовувати просторову модель, так в роботі [10] на основі просторової моделі лінійної теорії пружності з використанням чисельно-аналітичних методів, досліджується напружений стан ортотропних порожнистих циліндрів, що мають еліптичну гофровану форму поперечного перерізу.

В процесі виготовлення, або внаслідок експлуатації, форма поперечного перерізу циліндричних оболонок може певною мірою відхилятися від вихідної.

Постановка задачі. В просторовій постановці лінійної теорії пружності для ортотропного тіла [5], розглядаються нетонкі циліндричні оболонки з поперечним перерізом, що має двопараметричне відхилення від кругової форми – гофровані еліпси за умови, що радіус кривизни у западині гофрів не змінює знак на від'ємний. Оболонки знаходять під дією рівномірного нормального внутрішнього тиску $q = q_0 \sin(\pi s / l)$ ($q_0 = \text{const}$).

Розглянемо криволінійну систему координат s, t, γ , до якої віднесемо нетонкі циліндричні оболонки, близькі до кругових, побудовану таким чином. В ортогональній криволінійній системі координат s, t обирається криволінійна циліндрична поверхня за поверхню відліку, а координата γ відкладається вздовж нормалі до цієї поверхні [6]. Квадрат довжини лінійного елемента, в обраній таким чином системі координат, визначається рівністю

$$dS^2 = H_1^2 ds^2 + H_2^2 dt^2 + H_3^2 d\gamma^2, \quad (1)$$

де $H_1 = H_3 = 1$; $H_2(t, \gamma) = 1 + \gamma / R_t$ – параметри Ламе, R_t – радіус кривизни поверхні відліку поперечного перерізу. За поверхню відліку обрано серединну поверхню циліндричної оболонки, що рівновіддалена від бічних поверхонь, тоді (l – довжина оболонки, h – її товщина) $0 \leq s \leq l$; $t_1 \leq t \leq t_2$; $-h/2 \leq \gamma \leq h/2$.

На обмежуючих поверхнях розглядаються такі граничні умови:

а) на торцях оболонки – умови простого обпирання

$$\sigma_s = u_t = u_\gamma = 0 \quad \text{при } s = 0; \quad s = l; \quad (2)$$

б) на бічних поверхнях

$$\sigma_\gamma = 0, \tau_{s\gamma} = 0, \tau_{t\gamma} = 0 \text{ при } \gamma = h/2; \quad (3)$$

$$\sigma_\gamma = q_0 \sin(\pi s/l), \tau_{s\gamma} = 0, \tau_{t\gamma} = 0 \text{ при } \gamma = -h/2;$$

в) оболонки замкнені вздовж напрямної, тому відповідні граничні умови мають вигляд умов періодичності факторів напружено-деформованого стану (T – період)

$$\sigma_\gamma(s, t, \gamma) = \sigma_\gamma(s, t + T, \gamma); \tau_{s\gamma}(s, t, \gamma) = \tau_{s\gamma}(s, t + T, \gamma);$$

$$\dots \dots \dots \dots \dots, u_t(s, t, \gamma) = u_t(s, t + T, \gamma).$$

При побудові розв'язувальної системи диференціальних рівнянь приймаються такі припущення: напрямна серединної поверхні є довільною неперервною кривою без особливостей і розривів; механічні характеристики можуть бути змінними вздовж товщини, залишаючись сталими вздовж твірної; закон розподілу прикладеного навантаження може бути заданий довільним чином.

За розв'язувальні оберемо ті функції, в яких формулюються граничні умови на бічних поверхнях, а саме: три компоненти напружень $\sigma_\gamma, \tau_{t\gamma}, \tau_{s\gamma}$ і додамо до них три компоненти переміщень u_s, u_t, u_γ . Після певних перетворень відносно розв'язувальних функцій, з основних рівнянь можна отримати розв'язувальну систему диференціальних рівнянь шостого порядку в частинних похідних зі змінними коефіцієнтами [10, 11].

Мета роботи полягає у визначенні, на основі методу апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є [11], меж зміни геометричних параметрів поперечного перерізу поверхні відліку оболонок даного класу, для можливості застосування спрощеної схеми при розрахунках напруженого стану розглядуваних оболонок без врахування еліптичності (рис. 1).

Виклад основного матеріалу. Поверхня відліку в поперечному перерізі даного класу оболонок задається в параметричній формі (перший доданок характеризує еліптичну складову, другий – наявність гофрів) у вигляді [4]

$$\rho(\psi) = \frac{a}{(1 - e^2 \cos^2 \psi)^{1/2}} + \alpha \cos m\psi, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi,$$

$$e = \sqrt{1 - (a/b)^2} = 2\sqrt{\Delta} / (1 + \Delta),$$

де α – амплітуда, m – частота гофрування, a, b, e – півосі та ексцентриситет еліпса ($b > a$), точка O ($\rho = 0$) знаходиться на перетині осей еліпса ($\alpha = 0$). При цьому менша піввісь обирається таким чином

$$a = r_0(1 - \Delta) / f; f = 1 + \Delta^2 / 4 + \Delta^4 / 64 + \dots,$$

тут r_0 – радіус кола, $\Delta = (b - a) / (b + a)$ – параметр, що характеризує ступінь еліптичності. Варіюючи геометричними параметрами поперечного перерізу поверхні відліку (амплітудою гофрування та ступенем еліптичності) можна розглядати різні форми з метою визначення параметрів, за яких

відбувається суттєвий вплив еліптичності на величини характеристик напруженого стану оболонок даного класу.

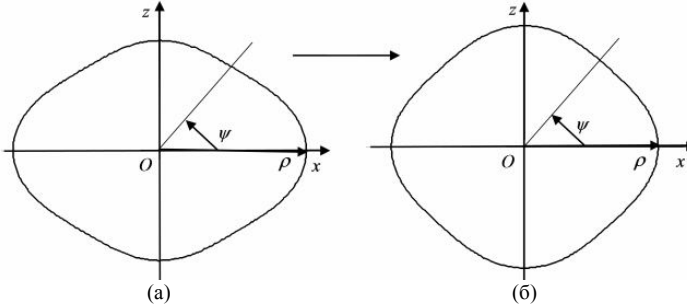


Рис. 1. Спрощена розрахункова форма поперечного перерізу поверхні відліку:
(а) гофрований еліпс; (б) гофроване коло

Внаслідок того, що серединну поверхню оболонок в поперечному перерізі задано в полярних координатах (ρ, ψ) , при переході від координати напрямної t до координати ψ (кутова координата в поперечному перерізі) необхідно враховувати відповідний коефіцієнт переходу $\omega(\psi)$. Так, для довільної функції $V = V(t(\psi), \gamma)$ маємо

$$\frac{dt}{d\psi} = \sqrt{\rho^2 + (d\rho/d\psi)^2} = \omega(\psi); \quad \frac{\partial V}{\partial \psi} = \frac{\partial V}{\partial t} \frac{dt}{d\psi}; \quad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{\omega(\psi)} \frac{\partial V}{\partial \psi}.$$

Радіус кривизни серединної поверхні обчислюється за формулою

$$R(\psi) = \omega^3(\psi) / (\rho^2 + 2\rho'^2 + \rho\rho'').$$

Рівність (1) при переході від координати t до координати ψ набуває вигляду

$$dS^2 = ds^2 + H_2^2(\psi, \gamma)\omega(\psi)d\psi^2 + d\gamma^2.$$

Наявність граничних умов (2), дозволяє знизити розмірність задачі за рахунок подання розв'язувальних функцій та компонент навантаження у вигляді розвинень в ряди Фур'є за координатою твірної s . Після підстановки цих рядів до розв'язувальної системи диференціальних рівнянь, граничних умов та відокремлення змінних, вихідна тривимірна крайова задача зводиться до системи диференціальних рівнянь в частинних похідних зі змінними коефіцієнтами відносно амплітудних значень зазначених рядів порядку $(6n + 2)$, що описує двовимірну крайову задачу. Для подальшого зниження розмірності задачі, у розв'язувальній системі диференціальних рівнянь, доповняльними функціями позначаються члени, що містять в собі добутки розв'язувальних функцій на коефіцієнти, які залежать від двох координат і перешкоджають відокремленню змінних в напрямку координати напрямної. Така процедура дозволяє формально подати розв'язувальну систему зі змінними коефіцієнтами як систему зі сталими коефіцієнтами, яка дозволяє відокремити змінні в зазначеному напрямку. Для цього,

розв'язувальні функції, введені доповняльні функції та компоненти навантаження подаються у вигляді розвинень в ряди Фур'є формулами

$$\tilde{X}(\psi, \gamma) = \sum_{k=0}^K \tilde{X}_k(\gamma) \cos \lambda_k \psi; \quad \tilde{Y}(\psi, \gamma) = \sum_{k=1}^K \tilde{Y}_k(\gamma) \sin \lambda_k \psi; \quad (4)$$

$$\lambda_k = \frac{2k\pi}{T}, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi;$$

$$\tilde{X} = \{\sigma_\gamma, \tau_{s\gamma}, u_\gamma, u_s, \Phi_1^j, \Phi_4^j, \Phi_6, q_\gamma\}; \quad \tilde{Y} = \{\tau_{\psi\gamma}, u_\psi, \Phi_2^j, \Phi_3^j, \Phi_5, \Phi_7\}.$$

Після підстановки рядів (4) до розв'язувальної системи диференціальних рівнянь, граничних умов і відокремлення змінних приходимо до системи звичайних диференціальних рівнянь відносно амплітудних значень рядів (4) для кожного $n = \overline{0, N}$, де N – кількість членів, утримуваних в розвиненнях в ряди Фур'є розв'язувальних функцій та компонент навантаження за напрямком твірної (індекс n у відповідних позначеннях для розв'язувальних функцій та компонент навантаження опущено) у вигляді ($k = \overline{0, K}$)

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\gamma,k}}{d\gamma} &= \lambda_n \tau_{s\gamma,k} + (c_2 - 1) \Phi_{1,k}^1 - \Phi_{4,k}^1 + b_{22} \Phi_{1,k}^5 + b_{12} \lambda_n \Phi_{1,k}^4 + b_{22} \Phi_{4,k}^3; \\ \frac{d\tau_{s\gamma,k}}{d\gamma} &= -c_1 \lambda_n \sigma_{\gamma,k} + b_{11} \lambda_n^2 u_{s,k} - \Phi_{1,k}^2 - b_{12} \lambda_n \Phi_{1,k}^3 - b_{66} \Phi_{6,k} - (b_{12} + b_{66}) \lambda_n \Phi_{4,k}^2; \\ \frac{d\tau_{\psi\gamma,k}}{d\gamma} &= b_{66} \lambda_n^2 u_{\psi,k} - c_2 \Phi_{3,k}^1 - 2\Phi_{2,k}^1 - b_{22} \Phi_{5,k} - (b_{12} + b_{66}) \lambda_n \Phi_{3,k}^3 - b_{22} \Phi_{7,k}; \\ \frac{du_{\gamma,k}}{d\gamma} &= c_4 \sigma_{\gamma,k} + c_1 \lambda_n u_{s,k} - c_2 \Phi_{4,k}^2 - c_2 \Phi_{1,k}^3; \\ \frac{du_{s,k}}{d\gamma} &= a_{55} \tau_{s\gamma,k} - \lambda_n u_{\gamma,k}; \quad \frac{du_{\psi,k}}{d\gamma} = a_{44} \tau_{\psi\gamma,k} - \Phi_{3,k}^2 + \Phi_{2,k}^2; \quad \lambda_n = \frac{\pi n s}{l} \end{aligned} \quad (5)$$

з граничними умовами

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma,k} &= q_{\gamma,k}; \quad \tau_{s\gamma,k} = 0; \quad \tau_{\psi\gamma,k} = 0 \quad \text{при} \quad \gamma = -h/2; \\ \sigma_{\gamma,k} &= 0; \quad \tau_{s\gamma,k} = 0; \quad \tau_{\psi\gamma,k} = 0 \quad \text{при} \quad \gamma = h/2. \end{aligned} \quad (6)$$

Введені доповняльні функції визначаються таким чином:

$$\begin{aligned} \Phi_1^j &= \frac{1}{H_2 R_\psi} \left\{ \sigma_\gamma; \tau_{s\gamma}; u_\gamma; u_s; \frac{1}{H_2 R_\psi} u_\gamma \right\} \quad (j = \overline{1, 5}); \\ \Phi_2^j &= \frac{1}{H_2 R_\psi} \{ \tau_{\psi\gamma}; u_\psi \} \quad (j = \overline{1, 2}); \quad \Phi_3^j = \frac{1}{H_2} \left\{ \frac{\partial \sigma_\gamma}{\partial \psi}; \frac{\partial u_\gamma}{\partial \psi}; \frac{\partial u_s}{\partial \psi} \right\} \quad (j = \overline{1, 3}); \\ \Phi_4^j &= \frac{1}{H_2} \left\{ \frac{\partial \tau_{\psi\gamma}}{\partial \psi}; \frac{\partial u_\psi}{\partial \psi}; \frac{1}{R_\psi} \frac{\partial u_\psi}{\partial \psi} \right\} \quad (j = \overline{1, 3}); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\varphi_5 = \frac{1}{H_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \varphi_1^3; \quad \varphi_6 = -\frac{1}{H_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \varphi_3^3; \quad \varphi_7 = \frac{1}{H_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \varphi_4^2.$$

Для інтегрування отриманої системи звичайних диференціальних рівнянь використовується стійкий чисельний метод дискретної ортогоналізації [12] одночасно для всіх гармонік розвинень (7). Через те, що кількість невідомих у розв'язувальній системі (5) перевищує кількість рівнянь (за рахунок введення доповняльних функцій), для замикання отриманої розв'язувальної системи рівнянь, на кожному кроці застосування чисельного методу, амплітудні значення доповняльних функцій обчислюються за поточними значеннями амплітуд розв'язувальних функцій за допомогою апроксимації їх дискретними рядами Фур'є [14]. Для цього в ряді точок напрямної ψ_i ($i = \overline{1, R}$), при фіксованому значенні координати товщини, згідно співвідношень

$$\begin{aligned} h_1^i &= \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial \gamma} = \frac{1}{R_\psi(\psi_i) + \gamma_k}; \quad h_2^i = \frac{1}{H_2} = \frac{R_\psi(\psi_i)}{R_\psi(\psi_i) + \gamma_k}; \\ \varphi_{1,i}^j &= h_1^i \sum_{m=0}^M \{ \sigma_{\gamma,m}; \tau_{s\gamma,m}; u_{\gamma,m}; u_{s,m} \} \cos \lambda_m \psi_i \quad (j = \overline{1, 4}); \\ \varphi_{1,i}^5 &= (h_1^i)^2 \sum_{m=0}^M u_{\gamma,m} \cos \lambda_m \psi_i; \quad \varphi_{2,i}^j = h_1^i \sum_{m=0}^M \{ \tau_{\psi\gamma,m}; u_{\psi,m} \} \sin \lambda_m \psi_i \quad (j = 1, 2); \\ \varphi_{3,i}^j &= -h_2^i \sum_{m=0}^M \lambda_m \{ \sigma_{\gamma,m}; u_{\gamma,m}; u_{s,m} \} \sin \lambda_m \psi_i \quad (j = \overline{1, 3}); \quad (8) \\ \varphi_{4,i}^j &= h_2^i \sum_{m=0}^M \lambda_m \{ \tau_{\psi\gamma,m}; u_{\psi,m} \} \cos \lambda_m \psi_i \quad (j = 1, 2); \\ \varphi_{4,i}^3 &= h_1^i h_2^i \sum_{m=0}^M \lambda_m u_{\psi,m} \cos \lambda_m \psi_i; \quad \varphi_{5,i} = -h_2^i \sum_{m=0}^M \lambda_m \varphi_{1,m}^3 \sin \lambda_m \psi_i; \\ \varphi_{6,i} &= h_2^i \sum_{m=0}^M \lambda_m \varphi_{3,m}^3 \cos \lambda_m \psi_i; \quad \varphi_{7,i} = -h_2^i \sum_{m=0}^M \lambda_m \varphi_{4,m}^2 \sin \lambda_m \psi_i \end{aligned}$$

будують таблиці значень доповняльних функцій. Використовуючи далі стандартну процедуру визначення коефіцієнтів Фур'є для функцій, заданих таблицею, знаходять ці коефіцієнти і, підставляючи їх до розв'язувальної системи рівнянь (5), роблять наступний крок інтегрування. На початку інтегрування амплітудні значення доповняльних функцій знаходять за амплітудними значеннями розв'язувальних функцій згідно граничних умов (6).

Оцінку точності отримуваних результатів при застосуванні методики, що базується на використанні методу апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є, перевірено за такими критеріями. Оскільки даний метод базується на застосуванні апроксимації доповняльних функцій дискретними рядами Фур'є та чисельному інтегруванні системи звичайних диференціальних рівнянь, то похибка обчислень може мати місце саме на

цих етапах. Контроль точності результатів здійснюється за рахунок варіації точок обчислення табличних значень доповняльних функцій, згідно формул (8) та кількості членів дискретного ряду Фур'є (4), а також, за рахунок варіації кількості точок інтегрування і точок ортогоналізації. Так, було з'ясовано, що точність до 4 – 5 значущих цифр досягається при 80 точках для табличних значень доповняльних функцій та 12 членах рядів Фур'є (4) і при 32 точках інтегрування та 16 точках ортогоналізації.

Деякі оцінки достовірності розв'язків, отриманих на основі розглянутої методики оболонки даного класу, можна отримати досліджуючи напружений стан оболонки, що мають певні відхилення форми поперечного перерізу від канонічної кругової форми, коли величини параметрів, що характеризують таке відхилення, наближаються до нуля. При цьому розв'язок задачі має збігатися до розв'язку задачі для кругової оболонки, що має точний розв'язок.

Розглянемо задачу про напружений стан ортотропних тонких циліндричних оболонок з гофрованим еліптичним поперечним перерізом при дії внутрішнього тиску $q_\gamma = q_0 \sin(\pi s / l)$ ($q_0 = \text{const}$).

Задачу розв'язано за таких вихідних даних: довжина оболонки $l = 60$, радіус вихідного кола $r_0 = 40$, товщина $h = 2$, амплітуда гофрування $\alpha = 0; 0,001$, частота гофрування $m = 4$, степінь еліптичності $\Delta = 0; 0,001$; механічні характеристики матеріалу [1] $E_s = 4,6E_0$; $E_\psi = 1,6E_0$; $E_\gamma = 1,12E_0$; $\nu_{s\psi} = 0,27$; $\nu_{s\gamma} = 0,07$; $\nu_{\psi\gamma} = 0,3$; $G_{s\psi} = 0,56E_0$; $G_{s\gamma} = 0,33E_0$; $G_{\psi\gamma} = 0,43E_0$.

Результати розв'язування задачі наведено у табл. 1 в середньому перерізі довжини для значень нормальних переміщень u_γ та напружень σ_ψ на внутрішній та зовнішній поверхнях для двох значень напрямної $\psi = 0$; $\psi = \pi/2$.

Тут і надалі усі лінійні розміри віднесені до одиниці довжини, напруження – до одиниці навантаження.

При $\alpha = 0$ та $\Delta = 0$ маємо кругову оболонку, для якої існує точний розв'язок. При обраних значеннях амплітуди гофрування $\alpha = 0,001$ та степеня еліптичності $\Delta = 0,001$ відхилення форми поперечного перерізу поверхні відліку від кругової ($r_0 = 40$) в різних перерізах вздовж напрямної оболонки не перевищує 2%.

Як видно з наведених в табл. 1 даних, значення переміщень u_γ та напружень σ_ψ при незначному відхиленні форми поперечного перерізу від кругової, за умови $\Delta \rightarrow 0$ та $\alpha \rightarrow 0$, не перевищує 3% порівняно з відповідними значеннями для кругової оболонки.

Крім того, достовірність отримуваних результатів перевірено порівнянням результатів, які отримані при розв'язанні крайових задач за різними розрахунковими схемами, а саме, інтегрування відбувається

спочатку з внутрішньої навантаженої поверхні, а потім навпаки – з зовнішньої, вільної від навантаження. При цьому спостерігається збіг результатів для полів переміщень і напружень до 5 – 6 значущих цифр.

Таблиця 1

Розподіл переміщень та напружень в еліптичних гофрованих в поперечному перерізі оболонках при $\Delta \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$

γ	$u_\gamma E / q_0$		σ_ψ / q_0		$ \sigma_s / q_0$		Похибка %
	$\psi = 0$	$\psi = \pi / 2$	$\psi = 0$	$\psi = \pi / 2$	$\psi = 0$	$\psi = \pi / 2$	
$m = 0, \alpha = 0, \Delta = 0$							
$-h / 2$	505,40		18,669		7,6500		–
$h / 2$	495,46		21,786		7,4905		–
$m = 4, \alpha = 0,001, \Delta = 0,001$							
$-h / 2$	498,36	488,46	18,691	18,692	7,5605	7,6938	<1,4
$h / 2$	510,36	500,38	21,657	21,863	7,2897	7,6112	<2,7

За критерій можливості використання спрощеної схеми (без врахування еліптичності) при застосуванні, наприклад, четвертої теорії міцності (теорії найбільшої питомої потенціальної енергії) [7], обрано значення радіуса кривизни поперечного перерізу поверхні відліку в перерізі $\psi = 0$. При цьому еквівалентні напруження обчислюються за формулою

$$\sigma_{IV} = \sqrt{0,5((\sigma_s - \sigma_\gamma)^2 + (\sigma_s - \sigma_\psi)^2 + (\sigma_\psi - \sigma_\gamma)^2)},$$

де $\sigma_\gamma, \sigma_s, \sigma_\psi$ - відповідні нормальні напруження.

Задачу розв'язано за таких умов: механічні характеристики матеріалу аналогічні механічним характеристикам попередньої задачі; довжина оболонки $l = 60$, її товщина $h = 2$, частота гофрування $m = 4$, амплітуда гофрування $\alpha = 0,5; 0,825; 1,475; 2,125$, степінь еліптичності $\Delta = 0; 0,05; 0,06; 0,07; 0,08; 0,09; 0,1$.

За такого вибору геометричних параметрів, відхилення периметру поверхні відліку поперечного перерізу від кругової, радіуса $r_0 = 40$, не перевищує 1,6%. Таким чином можна вважати розглядувані оболонки однопериметричними. При $\Delta = 0$ маємо кругову гофровану оболонку.

Результати порівняльного аналізу максимальних величин еквівалентних напружень σ_{IV} в середньому перерізі довжини на зовнішній, вільній від навантаження поверхні оболонки в западині гофрів ($\psi = \pi / 4$) наведено в табл. 2.

В табл. 3 наведено похибку отриманих результатів, порівняно з круговою гофрованою оболонкою ($\Delta = 0$).

Відповідно, в табл. 4, 5 наведено значення радіусів кривизни R_ψ поверхонь відліку еліптичних гофрованих поперечних перерізів відносно кругових

гофрованих та їх відхилення в процентному співвідношенні в перерізі $\psi = 0$.

Таблиця 2

Розподіл значень еквівалентних напружень σ_{IV} в залежності від степеня еліптичності та амплітуди гофрування

$\alpha \backslash \Delta$	0	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0,5	31,42	32,90	33,42	34,03	34,74	35,55	36,46
0,825	43,71	45,21	45,88	46,66	47,57	48,59	49,74
1,15	57,41	59,21	60,00	60,93	62,00	63,22	64,57
1,475	72,63	74,68	75,59	76,06	77,87	79,24	80,77
1,8	89,17	91,43	92,41	93,55	94,89	96,38	98,03
2,125	106,62	108,89	109,97	111,1	112,52	114,0	115,7

Таблиця 3

Похибка величини еквівалентних напружень σ_{IV} в еліптичних гофрованих оболонках, порівняно з круговими гофрованими оболонками (%)

$\alpha \backslash \Delta$	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0,5	5	6	8	11	13	16
0,825	3	5	7	9	11	14
1,15	3	5	6	8	10	12
1,475	3	4	5	7	9	11
1,8	3	4	5	6	8	10
2,125	2	3	4	6	7	9

Таблиця 4

Радіуси кривизни R_{ψ} еліптичного та кругового гофрованогопоперечного перерізу поверхні відліку

$\alpha \backslash \Delta$	0	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0,5	33,82	28,47	27,46	26,47	25,51	24,56	23,64
0,825	30,85	26,38	25,52	24,67	23,84	23,01	22,20
1,15	28,44	24,64	23,89	23,15	22,41	21,69	20,97
1,475	26,43	23,15	22,50	21,84	21,19	20,55	19,91
1,8	24,75	21,88	21,30	20,72	20,13	19,51	18,98
2,125	23,31	20,78	20,25	19,73	19,21	18,68	18,16

В табл. 6 представлена зведена таблиця результатів розрахунків, де наведено в процентному відношенні значення еквівалентних напружень σ_{IV} для гофрованих еліптичних і кругових оболонок та відповідне відхилення радіуса кривизни поверхні відліку еліптичної від кругової гофрованої оболонки.

Таблиця 5

Похибка радіусів кривизни еліптичного, порівняно з круговим гофрованим поперечним перерізом (%)

$\alpha \backslash \Delta$	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0,5	16	19	22	25	27	30
0,825	14	17	20	23	25	28
1,15	13	16	19	21	24	26
1,475	12	15	17	20	22	25
1,8	12	14	16	19	21	23
2,125	11	13	15	18	20	22

Таблиця 6

Зведена таблиця відношення значень еквівалентних напружень та радіусів кривизни для еліптичних гофрованих оболонок до кругових гофрованих

σ_{IV} / R_w (%)						
$\alpha \backslash \Delta$	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
0,5	5 / 16	6 / 19	8 / 22	11 / 25	13 / 27	16 / 30
0,825	3 / 14	5 / 17	7 / 20	9 / 23	11 / 25	14 / 28
1,15	3 / 13	5 / 16	6 / 19	8 / 21	10 / 24	12 / 26
1,475	3 / 12	4 / 15	5 / 17	7 / 20	9 / 22	11 / 25
1,8	3 / 12	4 / 14	5 / 16	6 / 19	8 / 21	10 / 23
2,125	2 / 11	3 / 13	4 / 15	6 / 18	7 / 20	9 / 22

Висновки. В результаті комп'ютерного моделювання стану рівноваги, проведено аналіз напруженого стану ортотропних циліндричних нетонких оболонок з двопараметричним відхиленням форми поперечного перерізу від кругової та встановлено, що для оболонок розглядуваного класу можна застосовувати спрощену розрахункову схему (без врахування еліптичності) у випадку, коли відхилення радіуса кривизни у вершині гофрів в перерізі $\psi = 0$ знаходиться в межах 17 % порівняно з круговою гофрованою оболонкою, при цьому максимальні значення еквівалентних напружень в еліптичних гофрованих оболонках не перевищує 5 % порівняно з аналогічними значеннями для кругової гофрованої оболонки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ашкенази Е.К., Гольфман И.Б., Рожков Л.П., Сидоров Н.П. Детали из стеклопластиков в судовом машиностроении. – Л: Судостроение, 1974. – 199 с.
2. Gaidachuk V.V., Kotenko K.E. Stress - strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Вип. 105. – С. 145-151.
3. Котляров В.П., Волощенко О.І., Кузнецов О.А., Кушніренко М.Г. Моделювання режимів биття під час обертально-коливального руху складної аеродинамічної конструкції із визначенням умов їх виникнення // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 288-300.

4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука. Гл.ред. физ.-матлит., 1968. – 720 с.
5. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – Изд. 2-е, Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977. – 416 с.
6. Механика композитов. Т. 8. Статика элементов конструкций / Григоренко и др. Киев: «А.С.К.», 1999. – 379 с.
7. Сопrotivление материалов / Под ред. акад. АН УССР Писаренко Г.С. – 5-е изд. перераб. и доп. – К: Вища шк. Головное изд-во, 1986. – 775 с.
8. Ammar I. Alsabery, Muneer A. Ismael, Engin Gedik, Ali J. Chamkha, Ishak Hashim. Transient nanofluid flow and energy dissipation from wavy surface using magnetic field and two rotating cylinders –Computers & Mathematics with Applications. –2021.–97 No 1.– P. 329-343.
9. Bochkarev S.A., Lekomtsev S.V., Matveenko V.P. Aeroelastic Stability of Cylindrical Shells with Elliptical Cross-Section. –Mech. Solids.– 2020.–No 55.–P. 728-736.
10. Grigorenko Ya.M., Rozhok L.S. Stress analysis of longitudinally corrugated hollow orthotropic elliptic cylinders –Int. App. Mech.– 2010.– 46, No 3.–P. 255-263.
11. Grigorenko Ya.M., Rozhok L.S. Applying Discrete Fourier Series to Solve Problems of the Stress State of Hollow Noncircular Cylinders.–Int. App. Mech.– 2014.–50, No2.–P. 105-127.
12. Godunov S. K. On a numerical solution of boundary-value problems for systems of linear ordinary differential equations–Usp. Mat. Nauk.– 1961.– 16, No 3.–P. 171-174.
13. Hart E.L., Hudramovich V.S. Projection-Iterative Schemes for the Implementation of Variational-Grid Methods in the Problems of Elastoplastic Deformation of Inhomogeneous Thin-Walled Structures–J. Math. Sci.– 2021.–No 254.–P. 21-38.
14. Fikhtengol'ts G.M. Course of Differential and Integral Calculus [in Russian]. – Gostekhteorizdat, Moscow–Leningrad, 1949. –Vol. 3.– 728 p.
15. Onishchenko A.M., Koretskiy A.S., Bashkevych I.V., Ostroverkh B.M., Bieliatynskiy A.O. Dam failure model and its influence on the bridge construction –Advances in Intelligent Systems and Computing.– 2021.–1258 AISC.–P. 229-237.

REFERENCES

1. Ashkenazi Ye.K., Gol'fman I.B., Rozhkov L.P., Sidorov N.P. Detali iz stekloplastikov v sudo- i mashinostroyenii (Parts made of fiberglass in ship engineering). - L: Sudostroyeniye, 1974. - 199 p. (in Russian).
2. Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E. Stress-strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - Kyiv: KNUBA, 2020. Issue 105. - P. 145-151.
3. Kotharyar V.P., Voloshchenko O.I., Kuznetsov O.A., Kushnirenko M.G. Modelirovaniye rezhimiv bytya pid chas obertal'no-kolival'nogo rukhu skladnoyi aerodinamichnoyi konstrukttsii iz vyznachennyam umov ikh viniknennya (Simulation of beating modes during the rotary-oscillating movement of complex aerodynamic engineering with determination of the conditions of their occurrence). Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. Kyiv: KNUBA, 2021. Issue 107. - P. 288-300.
4. Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov (Handbook of mathematics for scientists and engineers). - M.: Nauka. Gl.red. fiz.-mat lit., 1968. - 720 pp. (in Russian).
5. Lekhnitskiy S.G. Teoriya uprugosti anizotropnogo tela (Theory of elasticity of an anisotropic body). - Izd. 2-ye, Moskva: Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury izdatel'stva «Nauka», 1977. - 416 pp. (in Russian).
6. Mekhanika kompozitov. Vol 8. Statika elementov konstrukttsiy (Mechanics of composites. Vol. 8. Statics of structural elements) / Grigorenko i dr. - Kiyev: «A.S.K.», 1999. - 379 pp. (in Russian).
7. Soprotivleniye materialov (Strength of materials). Pod red. akad. AN SSSR Pisarenko G.S. 5-ye izd. pererab. idop. - K: Vishchashk. Golovnoye izd-vo, 1986. - 775 pp. (in Russian).
8. Ammar I. Alsabery, Muneer A. Ismael, Engin Gedik, Ali J. Chamkha, Ishak Hashim. Transient nanofluid flow and energy dissipation from wavy surface using magnetic field and two rotating cylinders –Computers & Mathematics with Applications. 2021.97, No1. P. 329-343.
9. Bochkarev S.A., Lekomtsev S.V., Matveenko V.P. Aeroelastic Stability of Cylindrical Shells with Elliptical Cross-Section. Mech. Solids. 2020.55.P. 728-736.

10. *Grigorenko Ya.M., Rozhok L.S.* Stress analysis of longitudinally corrugated hollow orthotropic elliptic cylinders. *Int. App. Mech.* 2010. 46, No 3. - P. 255-263.
11. *Grigorenko Ya.M., Rozhok L.S.* Applying Discrete Fourier Series to Solve Problems of the Stress State of Hollow Noncircular Cylinders. *Int. App. Mech.* 2014. 50, No 2. P. 105-127.
12. *Godunov S. K.* On a numerical solution of boundary-value problems for systems of linear ordinary differential equations. *Usp. Mat. Nauk.* 1961. 16, No 3. P. 171-174.
13. *Hart E.L., Hudramovich V.S.* Projection-Iterative Schemes for the Implementation of Variational-Grid Methods in the Problems of Elastoplastic Deformation of Inhomogeneous Thin-Walled Structures. *J. Math. Sci.* 2021. Issue 254. P. 21-38.
14. *Fikhtengol'ts G.M.* Course of Differential and Integral Calculus. - Gostekhteorizdat, Moscow–Leningrad, 1949. Vol. 3, 728 pp. (in Russian).
15. *Onishchenko A.M., Koretskiy A.S., Bashkevych I.V., Ostroverkh B.M., Bieliatynskiy A.O.* Dam failure model and its influence on the bridge construction – Advances in Intelligent Systems and Computing. 2021. 1258 AISC. P. 229-237.

Стаття надійшла 11.05.2022

Рожок Л.С., Онищенко А.М., Гаркуша М.В., Башкевич І.В.

СПРОЩЕННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ НЕТОНКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЗІ СКЛАДНОЮ ФОРМОЮ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Альтернативою проведення кошторисних натурних експериментів є комп'ютерне моделювання, яке дозволяє досліджувати різноманітні стани, явища, процеси тощо, що мають місце в навколишньому середовищі.

Проведення обчислювального експерименту є невід'ємною складовою на етапі проектування нових конструкцій та їх елементів. Одним із важливих питань залишається питання вибору моделі дослідження, відповідної розрахункової схеми та можливості її спрощення.

Об'єктом дослідження в даній роботі є ортотропні нетонкі циліндричні оболонки з поперечним перерізом у вигляді гофрованих еліпсів, що має двопараметричне відхилення форми поперечного перерізу від кругової. Розглядаються оболонки для яких радіус кривизни поперечного перерізу поверхні відліку має додатний знак. Оболонки знаходяться під дією внутрішнього тиску за умов простого обпирання торців.

Предметом дослідження є напружений стан оболонок і, як наслідок, встановлення залежності між геометричними параметрами поверхні відліку поперечного перерізу оболонок та можливістю спрощення розрахункової схеми (вилучення з розгляду параметру, що характеризує еліптичність).

Задачу розв'язано із використанням просторової моделі лінійної теорії пружності на основі методу апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є.

Для класу розглядуваних оболонок встановлено межі можливості спрощення розрахункової схеми при розрахунках на міцність з використанням четвертої теорії міцності (теорії найбільшої питомої потенціальної енергії), внаслідок вилучення з розгляду параметру, що характеризує еліптичність гофрованих циліндричних оболонок. За критерій можливості застосування спрощеної схеми обрано радіус кривизни поперечного перерізу поверхні відліку в зоні найбільшої жорсткості. Встановлено, що використання спрощеної схеми можливе за умови, що радіус кривизни поперечного перерізу поверхні відліку еліптичних гофрованих циліндричних оболонок в зазначеному перерізі відрізняється від аналогічного для кругових гофрованих оболонок не більше ніж на 17%.

Ключові слова: гофровані еліпси, дискретні ряди Фур'є, напружений стан, нетонкі циліндричні оболонки, ортотропний матеріал, просторова модель, спрощення розрахункової схеми.

Rozhok L.S., Onishchenko A.M., Garkusha M.V., Bashkevych I.V.

SIMPLIFICATION OF THE CALCULATION SCHEME FOR DETERMINING THE STRESS STATE OF NON-THIN CYLINDRICAL SHELLS WITH A COMPLEX CROSS-SECTIONAL SHAPE

An alternative to full-scale experiments is computer simulation, which allows studying a variety of states, phenomena, processes, etc. occurring in the environment.

Conducting a computational experiment is an integral part of the design phase of new structures and their elements. One of the important issues is the choice of research model, feasible calculation scheme and possibility of its simplification.

This research investigates orthotropic non-thin cylindrical shells with corrugated ellipses as cross sections, which has the two-parameter deviation of the cross-section shape from a circular one. Considered are shells, for which the cross-section curvature radius of the reference surface has the positive sign. The shells are subjected to internal pressure under conditions of simple support on the ends.

The subject of the study is the stress state of shells and, as a consequence, the establishment of the relationship between the geometric parameters of the reference surface of the cross sections and the possibility of simplifying the calculation scheme (excluding from consideration the parameter characterizing ellipticity).

The problem is solved using the spatial model of linear elasticity theory based on the method of approximation of functions by discrete Fourier series.

For the class of considered shells, we find the limits of possible simplification of the calculation scheme during calculations on durability with use of the fourth theory of durability (the theory of the greatest specific potential energy), due to exclusion from consideration of the parameter, which characterizes ellipticity of corrugated cylindrical shells.

The cross-sectional radius of curvature of the reference surface in the zone of greatest rigidity was chosen as a criterion for the possibility of using a simplified scheme. It is found that a simplified scheme can be used when the cross-section curvature radius of the reference surface of elliptical corrugated cylindrical shells in this section differs from that for circular corrugated shells by no more than 17%.

Keywords: corrugated ellipses, discrete Fourier series, linear theory of elasticity, stress state, non-thin cylindrical shells, orthotropic material, spatial model, simplification of the calculation scheme.

Рожок Л.С., Онищенко А.Н., Гаркуша Н.В., Башкевич И.В.

УСТОЯНИЕ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НЕТОНКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СО СЛОЖНОЙ ФОРМОЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

В работе, с использованием пространственной модели линейной теории упругости на основе метода аппроксимации функций дискретными рядами Фурье, решена задача о напряженном состоянии нетонких цилиндрических оболочек с поперечным сечением в виде гофрированных эллипсов под действием внутреннего давления при определенных граничных условиях на торцах. Для рассматриваемого класса задач установлены границы возможности упрощения расчетной схемы вследствие исключения из рассмотрения параметра, который характеризует эллиптичность.

Ключевые слова: гофрированные эллипсы, дискретные ряды Фурье, линейная теория упругости, напряженное состояние, нетонкие цилиндрические оболочки, ортотропный материал, пространственная модель, упрощенная расчетная схема.

УДК 539.3

Рожок Л.С., Онищенко А.М., Гаркуша М.В., Башкевич И.В. **Спрощення розрахункової схеми при визначенні напруженого стану нетонких циліндричних оболонок зі складною формою поперечного перерізу** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 287-300.

В роботі, із використанням просторової моделі лінійної теорії пружності на основі методу апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є, розв'язано задачу про напружений стан нетонких циліндричних оболонок з поперечним перерізом у вигляді гофрованих еліпсів при дії внутрішнього тиску за певних граничних умов на торцях. Для класу розглядуваних оболонок встановлено межі можливості спрощення розрахункової схеми внаслідок вилучення з розгляду параметру, що характеризує еліптичність.

Табл. 6. Іл. 1. Бібліогр. 15 назв.

UDK539.3

Rozhok L.S., Onishchenko A.M., Garkusha M.V., Bashkevych I.V. **Simplification of the calculation scheme for determining the stress state of non-thin cylindrical shells with a complex cross-sectional shape ellipticity** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 00. – P. 287-300.

In the work, using the spatial model of linear elasticity theory based on the method of approximation of functions by discrete Fourier series, we solve the problem of stress state of non-thin cylindrical

shells having cross section in the form of corrugated ellipses and subjected to internal pressure, under certain boundary conditions at the ends. For the class of considered shells, there were found the limits of possibility of simplification of the calculation scheme as a result of exclusion from consideration of the parameter which characterizes.

Tabl. 6. Fig. 1. Ref. 15

УДК 539.3

Рожек Л.С., Онищенко А.Н., Гаркуша Н.В., Башкевич И.В. Упрощение расчетной схемы при определении напряженного состояния нетонких цилиндрических оболочек со сложной формой поперечного сечения // Сопrotивление материалов и теория сооружений. – 2022. – Вып. 109. – С. 287-300.

В работе, с использованием пространственной модели линейной теории упругости на основе метода аппроксимации функций дискретными рядами Фурье, решена задача о напряженном состоянии нетонких цилиндрических оболочек с поперечным сечением в виде гофрированных эллипсов под действием внутреннего давления при определенных граничных условиях на торцах. Для рассматриваемого класса задач установлены границы возможности упрощения расчетной схемы вследствие исключения из рассмотрения параметра, который характеризует эллиптичность.

Tabl. 6. Илл. 1. Библиогр. 15 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри теоретичної та прикладної механіки РОЖОК Лілія Степанівна

Адреса робоча: Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, кафедра теоретичної та прикладної механіки РОЖОК Лілії Степанівни

Роб. тел. +38(044) 286-38-89

Мобільний тел.: +38(050) 708-00-87

E-mail: teor_mex@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-7926-9074>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри мостів, тунелів та гідротехнічних споруд ОНИЩЕНКО Артур Миколайович

Адреса робоча: Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, кафедра мостів, тунелів та гідротехнічних споруд ОНИЩЕНКУ Артуру Миколайовичу

Роб. тел. +38(044) 280-79-78

Мобільний тел.: +38(068)7771819

E-mail: onyshchenko.a.m.ntu@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1040-4530>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри мостів, тунелів та гідротехнічних споруд ГАРКУША Микола Васильович

Адреса робоча: Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, кафедра мостів, тунелів та гідротехнічних споруд ГАРКУШІ Миколі Васильовичу.

Роб. тел. +38(044) 280-79-78

Мобільний тел.: +38(096)628-79-05

E-mail: nicolas89@bigmir.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5388-0561>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри мостів, тунелів та гідротехнічних споруд БАШКЕВИЧ Ірина Василівна

Адреса робоча: Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, кафедра мостів, тунелів та гідротехнічних споруд БАШКЕВИЧ Ірині Василівні

Роб. тел. +38(044) 280-79-78

Мобільний тел.: +38(05)9292285

E-mail: iryna.bashkevych@ntu.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7640-4317>

УДК 347.823.21

PRIORITY DIRECTIONS OF INTERNATIONAL AIRPORT INFRASTRUCTURE DEVELOPMENT

Yu.V. Maksymiuk¹,

Doctor of Technical Science, Professor

L.I. Chulinda²,

Candidate of Law, Associate Professor

H.L. Korchova¹,

Candidate of Pedagogic Sciences, Associate Professor

K.I. Pochka¹,

Doctor of Technical Science, Professor

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv
31, Povitroflotsky Ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

²*National Aviation University,
Liubomyra Huzara. 1, Kyiv, Ukraine, 03058*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.301-316

The directions for restoring the infrastructure of Ukrainian airports after the cessation of the military aggression of the Russian Federation, which entailed incredible destruction, in particular, in the airport industry, are analyzed, the requirements for the design and construction of new and reconstruction of existing facilities at the airport, necessary for the optimal application of measures to ensure the security of international civil aviation, are characterized, the priority directions for the development of the infrastructure of international airports in Ukraine were established, the characteristics of modern trends in the development, transformation and modernization of the airport infrastructure were given.

Key words: international airport, aviation security, reconstruction, modernization of airport infrastructure, runway, operational suitability.

Introduction. Ukraine has joined the global efforts to achieve the UN Sustainable Development Goals, the achievement of which requires combining the capabilities of state, society and citizens in order to establish security and prosperity on the planet by 2030 y [1].

In order to meet the needs of the state in ensuring the stable development of the aviation industry, bringing the air transport infrastructure in line with international standards, ensuring Ukraine's transit status given its unique geographical location, improving the efficiency of state property management, the State Target Program for 2023 year [2]. In order to ensure the development of transport infrastructure in accordance with international and European standards, the Action Plan for the implementation of the National Transport Strategy of Ukraine for the period up to 2030 was approved [3].

The state of the material and technical base of airports, in particular, airfield buildings and structures, runways, passenger terminal complexes, existing equipment, etc. does not fully meet the needs of the growing air transport market, which hinders the transit potential of Ukraine and its integration into

the world economy. Therefore, it is necessary to study the priority areas of infrastructure development of international airports in Ukraine.

Rehabilitation of airport infrastructure requires new research, creating favorable conditions for the development of basic scientific developments for the design and scientific support of airport development programs. Creating an effective system of research in the field of air transport is one of the most important prerequisites for the development and improvement of the air transport system of Ukraine. Modernization of the infrastructure of international airports is becoming one of the factors increasing Ukraine's economic growth.

Analysis of recent research and publications. The development of the aviation industry, elements of production infrastructure of airports and their technical characteristics, application of international and European standards of civil aviation, international aviation security, management of infrastructure development of international airports in global competition Grigorov, O. Butkevych, Yu. Voloshin, O. Grigorov, R. Gerasimov, K. Konyukhova, Y. Palamarchuk, K. Sidorenko, G. Khalimova and others. Directly or indirectly, the elements of airport infrastructure that have certain functions and properties, features of the classification of airport infrastructure were analyzed by O. Lozhachevska, V. Kulyk, O. Avtomonov, G. Ageeva, M. Raskaley. However, the issues of regularities of infrastructure development at international airports, priority areas of infrastructure development at international airports are insufficiently developed and need to be improved, theoretical and practical significance determines the relevance of the chosen topic and areas of research.

Presenting main material. Ukraine's aviation has often gone through difficult times, accompanied by a significant decline in air traffic, the bankruptcy of many airlines, and the aging of airport equipment. Since 1991, most civilian airports, air bases and runways have needed to be rebuilt because they have been partially lost and abandoned for various reasons. Depending on the economic and political situation in the region, as well as the availability of valid operator certificates, passenger airports have been slowly resuming their work. Ukraine's accession to international and European organizations, including the International Civil Aviation Organization (ICAO) in 1992, resulted in the gradual growth of the airport industry as international interest in Ukraine emerged, new opportunities for airlines, and domestic resorts gradually revived.

After 2014, there was a significant reduction in the main indicators of Ukraine's air transport, due to the military-political situation in the country, the annexation of Crimea, recommendations of international organizations and EU safety authorities to bypass alternative routes in Ukraine's airspace. According to the State Aviation Service of Ukraine, in 2016 passenger traffic through domestic airports increased by 20.9% compared to the previous year, in 2017 - by another 27.6%. The volume of postal cargo flows increased by 21.9% during 2017 and amounted to 52.3 thousand tons. The number of received and sent aircraft amounted to 159.9 thousand, which is 20% higher than in 2016. However, despite increase in the volume of domestic airports, most of which are currently in a very difficult economic situation. The condition of the ground

airport infrastructure is unsatisfactory and is characterized by considerable wear, the level of aviation security equipment at airports is also insufficient.

The state target program for the development of airports defines the main guidelines for the stable development of the aviation industry, bringing the aviation transport infrastructure in line with international standards [2]. At the end of 2021, work continued on the construction of new runways, platforms and taxiways at various airports in Ukraine. After the completion of the airport could accommodate large aircraft, including Boeing 777 and Airbus A330, a significant increase in passenger traffic was expected.

However, the military aggression of the Russian Federation against Ukraine has begun, which results in huge losses for our state. During the shelling, rocket and bomb strikes caused countless damage to Ukrainian airports, destroyed runways, airfields, and destroyed airport terminals and technical equipment. It will take a long time to repair such destruction, and new programs for the development of the airport industry need to be adopted.

The International Civil Aviation Organization (ICAO) is developing measures and programs to prevent such intrusions, analyzing possible cases of illegal intrusions into the airspace that pose a serious threat to the safety and reliability of international civil aviation. The ICAO Council condemned the violation of the territorial integrity and airspace of Ukraine and called on the Russian Federation to stop its illegal activities to ensure flight safety and security of civil aviation in all countries [4]. It was recognized that such actions contradict the principles of the UN Charter and the Convention on International Civil Aviation, which emphasizes the need to avoid conflicts and promote cooperation between nations and peoples.

The design and construction of new and the reconstruction of existing facilities at the aerodrome shall take into account the infrastructure requirements necessary for the optimal application of security measures of international civil aviation. The problem of transformation and modernization of airport infrastructure is relevant for Ukraine in connection with the adaptation to international and European standards and ICAO guidelines, taking into account the priority areas of integration and liberalization of airspace.

The preamble to the Convention on International Civil Aviation emphasizes that ICAO International Civil Aviation Standards and Recommended Practices are designed to ensure that international civil aviation can develop in a safe and orderly manner, that international air services can be established on an equitable basis and run efficiently and economically [5].

Standards and recommended practices are adopted by ICAO to ensure the unification of rules for international air navigation and international air transport, are not strictly mandatory, but the standards set out, in particular, safety parameters that encourage states to use. The long-standing practice of applying ICAO standards has become commonplace, with states making ICAO standards mandatory [6]. The standards set out certain requirements to be met and complied with by all states that have agreed to be bound by an international treaty.

Among the priority areas of adaptation of Ukrainian legislation to international and European standards are technical rules and standards governing the processes of design, reconstruction, construction and operation of airport infrastructure. The state undertakes to ensure the most unified approach possible to the rules, standards, procedures related to civil aviation infrastructure, in particular, aircraft, routes, ancillary services, characteristics of airports and landing sites, as well as other issues related to safety, regularity and efficiency of air navigation [7].

If a State considers it difficult to comply with ICAO rules, it shall immediately notify the International Civil Aviation Organization of any differences between its own practice and those established by the International Standard so that the ICAO Council may immediately notify all other States of any differences between the International Standard's provisions and the relevant national practice of that State.

An airport is a complex of facilities intended for the reception, departure of aircraft, maintenance of air transportation, maintenance work, with such an aerodrome, airport, other ground facilities and necessary equipment, and the airport is a major part of the airport, including any which buildings, structures and equipment, intended in whole or in part for departure, arrival, parking and movement on such a surface of aircraft [8]. The airport provides regular reception and departure of passengers, luggage, cargo and mail, organization and maintenance of aircraft flights. The world's largest airports receive and serve up to 40 million passengers a year, providing more than 660,000 takeoffs and landings. Approximately 1,800 take-offs and landings of aircraft carrying about 100,000 passengers are performed daily. The number of employees at the airport can exceed 30,000 people.

According to Article 63 of the Air Code of Ukraine, the aerodrome includes the following elements: surfaces (artificial, soil or water), intended for landing, takeoff, movement, parking of aircraft, ground traffic at the aerodrome; ground elements of the aerodrome; air traffic service facilities; means of communication, navigation and surveillance; visual means of flight support; facilities and means of emergency rescue and fire safety, aviation security, meteorological services, electricity supply of the aerodrome; structures and networks of engineering communications that ensure the operation of aerodrome facilities. The aerodrome shall have one or more runways, which are structures suitable for use for take-off, landing, movement and parking of light aircraft with a maximum take-off weight of not more than 5700 kilograms.

Construction and use of land on the aerodrome territory is carried out during the planning of territories by developing and approving urban planning documentation in accordance with the Law of Ukraine "On Regulation of Urban Development" [9] taking into account restrictions on the use of aerodrome territory, protection zones of aeronautical equipment, as well as restrictions related to landing and departure at the aerodrome, the use of zones for training and other types of flights).

Requirements for airport construction planning are contained in Annex 14 of the Convention on International Civil Aviation [10], which applies to all airports

open to the public in ICAO Member States and covers the area from airport planning to details such as switching time, power supply from a backup source, from civil engineering to lighting, from the provision of advanced rescue and firefighting equipment to simple requirements for cleaning airports from birds.

In accordance with the current development of the air transport industry, the provisions of the Annex may change. New aircraft models are emerging, the number of flights, low visibility flights and technological improvements to airport equipment are increasing. This document sets out the minimum technical requirements for aerodromes designed for modern aircraft. Such issues shall be assessed and taken into account, as appropriate, by the authorities for each aerodrome. Guidance on the possible impact of future aircraft on these technical requirements is provided in the ICAO Aerodrome Design Manual (Doc 9157) [11].

The content of Annex 14 reflects the following airport-related aspects: planning, design, operation and airport equipment. The large maneuvering area of the airport starts from the runway and covers taxiways. Today, large modern aircraft require more accurate design of these elements. The main part of Annex 14 is devoted to the specific characteristics required by physical indicators, namely, width, slope of surfaces and distances that separate them from other elements. Special advice is provided on items such as runway and safety zones, obstacle-free zones, and end braking zones. These elements are the building blocks of airports, which determine their overall shape and size and allow engineers to create a plan of the basic structure of the airport.

Asphalt and concrete are used for covering. While concrete is generally used in the construction of large airports due to its high durability (up to 40 years), asphalt (cheaper material, service life of 15 to 20 years) is more often used for small airports [12].

When laying both building materials, a particularly high level of the base and good friction properties must be ensured, regardless of weather conditions. Thus, it is necessary to create optimal conditions for air travel and aircraft. In order to avoid aquaplaning, the concrete pavement is provided with grooves in the transverse direction, providing drainage.

Along with defining the airport's ground conditions, the recommendations need to define the requirements for the airspace of the airport, which must be free of obstacles so that aircraft can arrive and depart from the airport. Obviously, such freedom from interference is necessary for flight safety. It is also important that this amount of space takes into account the possibility of guaranteeing the development and existence of the airport. Failure to comply with the requirements of Annex 14 may result in airports becoming unusable.

An important feature of airports at night is the hundreds and sometimes thousands of lights used to guide and control the movement of aircraft. Unlike flight, when guidance and control are performed by radio, movement on the ground is generally directed and controlled by visual means. Annex 14 details the many systems for use in different weather and other circumstances. As these visual aids must be immediately clear to pilots around the world, it is essential to unify their location and lighting characteristics.

The latest achievements in the field of lighting maximize the brightness of lights. Innovative small light sources have simplified the installation of lights at the surface level of aircraft coatings [13]. Modern high-brightness lights are effective for both day and night flights, and in some day conditions, marking can be highly effective. Their use is also defined in the Annex. In large airports and high-traffic airports, it is important to provide this type of guidance for pilots, which allows them to find their way in the work area.

The purpose of most standards is to increase aviation safety. One section of Annex 14 deals with the security of equipment installed at airports. Noteworthy are the recommendations regarding the design and placement of equipment near runways, which aim to reduce the danger to aircraft movement. It also characterizes the requirements for backup power supply, along with the characteristics of the electrical circuits of lights and the need to control the operation of visual aids.

Aviation security is an integral part of the design and operation of aerodromes. The technical requirements are intended to increase the level of safety at aerodromes. There are many factors and characteristics that contribute to the design of aerodromes for effective development with safety. The ICAO Runway Design Manual (Doc 9157) provides additional information that supports the operational requirements required for runway configuration, runway length, aircraft performance parameters, impact on runway length and runway length. placement of future aircraft. In addition, the information covers factors such as weather, geographical location and aircraft characteristics that need to be considered in the runway infrastructure [11].

Rules for determining the suitability for operation of airfields and airfields of state aviation of Ukraine, approved by the Order of the Ministry of Defense [14] developed on the basis of generalized international practice of aerodrome certification, research results on aircraft safety Civil Aviation Organization (ICAO). The Rules take into account the requirements of Annex 14 to ensure the specific plane of runways, limit obstacles and the size of these planes, determine the requirements for the arrangement of airfields and runways of state aviation of Ukraine to ensure the safety of aircraft.

For each airfield structure, the aerodrome airworthiness code sets the following data: Runway (runway) - true azimuth to one hundredth of a degree, numerical designation, length, width, location of the offset runway threshold to the nearest meter, slope, type of surface, type of runway, and for runway equipped for accurate approach to category I, - the presence of an area free from obstacles, if any; runway, side safety strip, end safety strip, end braking strip - length and width to the nearest meter, surface type; emergency braking system - location and its description; steering wheel - designation, width, type of surface; parking place - length, width, type of surface; obstacle-free strip - length to the nearest meter, profile of the earth's surface, etc. [7].

The runway is designed to ensure runway operations, which are usually performed in two mutually opposite directions. If the local conditions of the aerodrome do not allow for the take-off and landing of aircraft from two directions, the arrangement of the runway is allowed, which ensures the safe

performance of these operations from one direction with the possibility of entering the second circle. The runways are divided into the main ones, which have the longest length and are usually located in the direction of the prevailing winds, and the auxiliary ones.

During the construction of runways it is necessary to take into account their purpose: during takeoff - taxiing the aircraft to the launch site, run to the speed of separation, separation from the runway surface, acceleration in the air and partial altitude; when landing - keeping the aircraft in the air, which is performed at an altitude of 0.5-1.5 m above the surface of the runway with the gradual extinction of speed; landing, which captures the moment of contact with the wheels of the earth; mileage performed to extinguish the speed of the aircraft from landing to a safe speed of descent of the aircraft from the runway to the connecting road; taxiing from the runway [15]. The runway includes the runway, end and side safety strips. The runway is part of the runway specially prepared and equipped for the take-off and landing of aircraft.

The runway can be artificially covered or ground. Runways with artificial turf, as a rule, have lighting and radio equipment that provides round-the-clock performance of takeoff and landing operations, in particular, in conditions of poor visibility with the minimum weather set for this aerodrome. The operational suitability of artificial runway surfaces largely determines flight safety, quality and level of services provided by airports [16]. Artificial coatings provide aviation work at the airport during the year. High-end aerodromes mostly have artificial turf or ground, which form the working area of the runway. In difficult conditions of the aerodrome, in the presence of artificial turf, a runway device without a ground surface is allowed. At permanent aerodromes, there are one or more artificial runways and two or three ground runways.

The bearing capacity is determined for aerodrome surfaces. If the bearing capacity of the aerodrome surface intended for an aircraft with a ground weight of more than 5700 kg is determined by the ACN-PCN method (aircraft classification number - classification classification number) defined in ICAO documents, providing the following data: classification coverage number (PCN); coating type code (by design features); code of the strength category of the soil base; the category code of the maximum allowable pressure in the aircraft tires or the specific value of the maximum allowable pressure; code of the method of estimating the bearing capacity of the coating.

The actual runway length shall meet the operational requirements of the aircraft for which the runway is intended and shall not be less than the maximum length determined by applying local adjustments (elevation, air temperature, runway slope, humidity and runway surface characteristics) to the runways, characteristics of the respective aircraft. End lanes are planned sections of the runway located at the end of its working area, intended for cases of rolling out and premature landing of aircraft during landing, as well as rolling out of the working area to compensate for speed in case of interrupted takeoff.

When designing side safety strips, attention should be paid to the fact that these are ground sections of the runway, located along its working area and designed to ensure safety on the ground in the event of possible rolling of aircraft outside the

working area during takeoff and run. Side safety lanes are arranged for runways at aerodromes of all classes and runways. The lateral safety belts shall be located symmetrically on both sides of the runway, except when the ground runway is adjacent to the artificial turf on one side. There should be a soil area of 25 m between them to ensure drainage from the runway with artificial turf.

Regarding the final safety strip, its length can be reduced in the presence of an emergency braking system (based on the design characteristics of the system with the appropriate justification). Depending on the size of the land allotted for the aerodrome or the presence of obstacles, the length of the final safety strip may decrease. The width of the end safety belt must be equal to the total width of the runway and side safety belts. The end safety zone must be suitable for airplanes in the event of a short landing or rolling out of the runway. The final safety lane must be prepared in such a way that, in the event of an aircraft landing in short range or rolling out of the runway, it reduces the speed of the aircraft and facilitates the movement of rescue and fire-fighting vehicles.

The taxiway lane is important to protect the aircraft operated on the road, as well as to reduce the risk of damage to the aircraft that accidentally rolled out of the road. Taxiways are specially prepared and equipped tracks designed for taxiing and towing aircraft [14]. The taxiways connect the individual elements of the aerodrome and are divided into main, connecting and auxiliary. Trunk roadways are located, as a rule, along the runway, which provides taxiing of aircraft from the platform to the ends of the runway during takeoff and from the runway to the platform after landing. Connecting RDs provide communication between the runway and the main RD at the places where the aircraft is expected to end after landing. Auxiliary roads are designed to connect the parking lot and individual special areas with the main taxiway.

Requirements for waiting areas, waiting places near the runway, intermediate waiting places and waiting places on the route [14] stipulate, in particular, that the location of the waiting place near the runway should be such that the aircraft or vehicle on it, did not disturb the obstacle-free area, the approach surface, the take-off altitude surface or the critical zone / sensitivity zone of the instrument landing system / microwave landing system, or did not interfere with the radio landing equipment.

Parking areas at aerodromes must be comfortable and meet all safety requirements, in particular, individual (per aircraft) and scattered and / or group (aerodromes of training aircraft, etc.). The number, size and configuration of parking spaces must ensure: placement of the estimated number of aircraft and their safe maneuvering; travel and placement of ground support facilities; placement of stationary equipment intended for aircraft maintenance; placement of earthing devices, fasteners, devices for directing the flow of exhaust gases; possibility of mechanized cleaning of a covering from snow.

A separate detailed analysis is required to determine the length and width of the runway elements and the aerodrome area, as this is one of the main issues in the development of new aerodrome projects and existing reconstruction projects.

The length of runways generally depends on the following indicators: flight technical characteristics of aircraft (values of engine thrust during landing,

aerodynamic qualities, specific load on the wing, etc.); meteorological conditions (temperature and air pressure); operating conditions (relief, type of runway cover and condition of its surface); type of takeoff and landing operation (takeoff or landing); the degree of aerodrome equipment to ensure safe take-offs and landings in poor visibility.

The impact on the length of runways of most of these factors can be quantified, which allows you to calculate the required length of the runway by theoretical methods. The theoretical method of calculating the runway length is used in the process of developing a new aircraft model, but the accuracy of the calculation depends on certain factors. Therefore, in the practice of aerodrome design, the so-called experimental-theoretical method of determining the runway length is currently used [15]. According to this method, the runway length is determined by multiplying some standard runway length obtained by testing the aircraft by a number of coefficients that take into account the difference between actual (local) conditions and standard ones.

The values of the correction factors are calculated from simple dependences obtained theoretically or experimentally, taking into account some theoretical considerations. Standard conditions, taken as a model for the size of runways of civil aviation aerodromes, include physical indicators of air corresponding to the so-called standard atmosphere and the surface area of the artificially coated runway.

The standard atmosphere adopted in Ukraine coincides with the standard atmosphere adopted by the International Civil Aviation Organization (ICAO) and has the following characteristics: air is a perfectly dry gas; physical constants of air - density only at sea level $\rho_0 = 1,23 \text{ kg/m}^3$; sea level temperature $T_0 = 288,15 \text{ K}$, or $t_0 = 15^\circ \text{C}$; air pressure at sea level 760 mm Hg.st. ; calm air - calm; the law of temperature drop in altitude (and altitude of 11000 m above sea level) $t_n = 15^\circ \text{C} - 0,0065 \cdot H$, where H (m) is the altitude of the aerodrome above sea level.

The runway surface indicators also comply with ICAO recommendations: the longitudinal slope of the runway is zero, artificial concrete (concrete, reinforced concrete, ordinary or prestressed reinforced concrete floor), the surface is dry.

The use of standard conditions as a reference makes it possible to assess the suitability of an aerodrome for receiving international aircraft for which the required lengths of artificial turf in standard conditions are known, to compare the required runway lengths for different aircraft types, to select design aircraft and not to classify aerodromes. not only the strength of the coating, but also the length of the runway under the same standard conditions. The design conditions take into account the aerodrome location conditions to which the runway length determined for standard conditions is converted. The design characteristics of local conditions are: the height of the aerodrome above sea level; estimated air temperature; the average slope of the runway.

Indicators of other characteristics of the design conditions that affect the length of the runway with artificial turf: the density ρ and the pressure p of dry air are derived from the height H of the aerodrome location and the design air temperature $t_{calc.}$ and are determined by calculation using the existing theoretical dependences $p = f(H)$ and $\rho = f(\rho_0, p, t_{calc.})$, where ρ_0 is the density of dry air under standard conditions.

So, the calculation of the required runway length for an aerodrome in a given area is to determine the required runway length separately for take-off and landing of the design type of aircraft in standard conditions, and to determine the correction factors to take into account the impact of local aerodrome location conditions. landing of all types of aircraft operated at this aerodrome.

According to the Ministry of Infrastructure of Ukraine, in December 2020 it was planned to hand over runways at several airports in Ukraine (Odesa, Dnipro), in 2021 they planned to reconstruct the runway and build a new one, install lighting and radio equipment at several more airports. for the construction or restoration of airports in recent years have been redirected to the needs of the fight against KOVID-19. Russia's military aggression has changed the state and short-term prospects for the development of key airports in the country, which need new calculations, new plans for restoration and construction.

The Order of the Ministry of Ukraine "On Approval of the Procedure for Registration and Admission of Airfields and Landing Sites of State Aviation of Ukraine" [17] regulates the registration and granting of permission for operation of airfields and permanent landing sites of state aviation of Ukraine. In the process of granting airfields and permanent runways access to operation, their compliance with regulatory requirements for aerodrome class, physical characteristics, marking of aerodrome surfaces, location, height and marking of obstacles in the aerodrome area, radio lighting equipment, meteorological equipment, meteorological equipment is established. rescue and rescue equipment, as well as the quality of working out instructions for flying at an aerodrome or permanent runway.

The procedure for registration and admission of aerodromes and runways of the state aviation of Ukraine establishes the grounds for obtaining the right to operate temporary runways: compliance of the temporary runway with regulatory requirements; availability of flight instructions on the temporary runway with a diagram that defines the size of the runway, runway, their mutual location, agreed with the owner, permanent user or tenant of the land to use the temporary runway for approved by the operator, as aerodromes are classified according to the length of the runway. The type and design of aerodrome surfaces shall be determined taking into account the aerodrome class, its purpose and regulatory load.

Government agencies constantly monitor and control the maintenance of state aviation entities 'compliance with airfields or permanent runways to the requirements of regulations governing the activities of state aviation of Ukraine, and the implementation of measures to ensure the level of flight

safety. Every aerodrome or permanent runway that is approved for operation must be inspected for compliance with applicable regulations.

The International Civil Aviation Organization supports a policy of technical support for technical assistance and technical cooperation, bearing in mind that the reconstruction and modernization of international airports can improve the economic development of states, as civil aviation plays an important role in technical, economic, social and cultural development, as well as in their global cooperation.

Conclusions. Based on the study, it can be noted that identifying priority areas for development, transformation and modernization of airport infrastructure is an important area of activity in all areas of international civil aviation, as Ukraine's development is influenced by current global trends to solve the problem of harmonious human development.

The main accents are substantiated directions of infrastructure development at international airports, taking into account international and European standards of civil aviation, developed by the International Civil Aviation Organization (ICAO). The standards indicate the desire of the international community to coordinate as much as possible the policies, means and methods of activity and the direct activities of the subjects of international law. The basic principles of cooperation in the field of international civil aviation are set out in the Chicago Convention, and their observance for the effective development of the infrastructure of international airports is fundamental in the development of the laws of any ICAO Member State.

The technical requirements of Annex 14 of the Convention on International Civil Aviation set out the physical characteristics and limitations of surface obstacles to be provided at aerodromes, as well as certain equipment, facilities and maintenance that are normally provided at aerodromes. Ensuring quality airport and air navigation services requires global costs and technical calculations to restore civil aviation. The state should pay more and more attention to the issues of increasing efficiency and profitability in the provision of airport and air navigation services.

Creating an effective system of research in the field of air transport is one of the most important prerequisites for the development and improvement of the air transport system of Ukraine. Modernization of the infrastructure of international airports is becoming one of the factors increasing the economic development of Ukraine.

Growing attention to airports after the end of Russia's military aggression requires the development of new programs that contain recommendations on technical support for airports, coverage capacity, the state of runway surfaces and the state of airport rescue and fire services. Ukraine's national transport strategy needs significant changes that will contribute to the growth of Ukraine's economic and social development.

For the effective development of the aviation industry, it is necessary to give priority to ICAO standards and recommendations for the identification, development, analysis, implementation and evaluation of civil aviation projects in the field of technical cooperation and technical assistance. Ukraine

should continue contacts with international and European organizations on technical cooperation and technical assistance, reconstruction and modernization of the infrastructure of international airports.

REFERENCES

1. What contribution does transport make to the UN sustainable development goals? URL: https://unitingaviation.com/news/general-interest/what-contributions-does-air-transport-make-to-the-un-sustainable-development-goals/?fbclid=IwAR0ifCL-SIJ1bOv_mLdNSTe6McNQbYXIIWLxIUFOtxN1XipsJrH2mRfsl.
2. State target program for the development of airports until 2023. Resolution of the Cabinet of Ministers of February 24, 2016 № 126. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/126-2016-n#Text>.
3. On approval of the action plan for the implementation of the National Transport Strategy of Ukraine for the period up to 2030. Order of the Cabinet of Ministers of April 7, 2021 № 321-r. URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-zatverdzhennya-planu-zahodiv-z-realizaciyi-nacionalnoyi-transportnoyi-strategiyi-ukrayini-na-period-do-2030-roku-321-070421>.
4. ICAO Council condemns violation of territorial integrity and airspace of Ukraine. URL: <https://www.icao.int/Newsroom/Pages/RU/ICAO-Council-condemns-invasion-of-Ukraine.aspx>.
5. 1944 Convention on International Civil Aviation (Chicago Convention). URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/995_038#Text.
6. Grigorov O.M. International legal principles of regulation of relations in the field of civil aviation: formation and development. *Monograph*. Odessa. Phoenix. 2020. 440 s.
7. Raskaley M.O. Characteristics of transportation in international air law. *Legal and political sciences*. 2014. № 6. S.16-26.
8. Air Code of Ukraine. 2011. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/3393-17#Text>.
9. Law of Ukraine «On regulation of urban planning activities». №3038. 2011. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/3038-17#Text>.
10. Description of the Annexes to the 1944 Convention on International Civil Aviation. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/995_655#Text.
11. Aerodrome Design Manual - Part 2 - Taxiways, Aprons and Holding Bays (Doc 9157 - Part 2) (Corrigendum no. 1 dated 11/8/21). URL: <https://store.icao.int/en/aerodrome-design-manual-runways-doc-9157-part-1>.
12. Airport Construction. URL: <https://www.wirtgen-group.com/ru-ru/applications/airport-construction/new-airport-construction/>
13. Zyryanov Yu.T., Volkov V.V., Dmitriev V.M. Energy-saving technologies in the design and operation of aerodrome lighting equipment complexes. *Energy security and energy saving*. 2011. №2. S.22-26.
14. Rules for determining the suitability for operation of airfields and runways of state aviation of Ukraine: Order of the Ministry of Defense of Ukraine dated 08.12.2014. № 1571/26348. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1571-14#Text>.
15. Sidorenko K.V. Management of international competitiveness of airport production infrastructure in achieving sustainable development goals: theoretical and methodological approach. Sustainable development of enterprises in the international economic space: *Monograph* / Edited by Arefieva OV K. FOP Maslakov. 2018. 364 s. S.50-64.
16. Ageeva G. Analysis of operational suitability of aerodrome reconstruction facilities in Ukraine. *Proceedings of the 21th Conference for Junior Researchers 'Science – Future of Lithuania' TRANSPORT ENGINEERING AND MANAGEMENT*. Vilnius. Lithuania. 2018. S.80-84.
17. About the statement of the Order of registration and the admission of aerodromes and landing sites of the state aviation of Ukraine: the Order of the Ministry of Defense of Ukraine. 13.10.2014. № 731. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1373-14#Text>.

Максим'юк Ю.В., Чулінда Л.І., Корчова Г.Л., Почка К.І.

ПРІОРИТЕТНІ НАПРЯМИ РОЗВИТКУ ІНФРАСТРУКТУРИ МІЖНАРОДНИХ АЕРОПОРТІВ

Основна увага міжнародної цивільної авіації прикута до забезпечення безпеки авіаційної галузі, необхідності вирішення проблем безпечного та ефективного розміщення нових типів літаків, що супроводжується впровадженням нових типів експлуатантів в авіаційній діяльності. Реалізація ефективних міжнародних та європейських стандартів, трансформація та модернізація аеропортової інфраструктури є одним із напрямів роботи України у процесі адаптації законодавства цивільної авіації до міжнародних та європейських стандартів, а також у розробці Цілей сталого розвитку ООН. Ефективна діяльність міжнародних аеропортів у XXI столітті неможлива без удосконалення процесу уніфікації. В умовах глобальної конкуренції розвинена інфраструктура міжнародних аеропортів стає не лише одним із факторів підвищення спроможності країни до економічного зростання, а й перетворюється на конкурентну перевагу на глобальному ринку. Однак з розширенням обсягів авіаційних перевезень усе гостріше постає питання недосконалості інфраструктури аеропортового обслуговування, виявляється потреба у збалансованому розвитку всіх її елементів.

Авіаційна галузь є однією з найбільш інноваційних у світі, де інфраструктура створюється через аеропорти та управління повітряним рухом. У статті проаналізовано напрями відновлення інфраструктури аеропортів України після припинення воєнної агресії РФ, яка спричинила неймовірні руйнування, зокрема, в аеропортовій галузі, охарактеризовано вимоги до проєктування та будівництва нових та реконструкції існуючих споруд на аеродромі, які необхідні для оптимального застосування заходів забезпечення безпеки міжнародної цивільної авіації.

Акцентується увага на тому, що незалежно від розміру та інтенсивності перевезень пасажирів до безпеки аеропорту висуваються особливі вимоги. При будівництві нових аеропортів безпека починає відігравати важливу роль ще під час підготовки відповідної документації. До конструкції злітно-посадкових смуг, рульових доріжок, перонів та паркувальних стоянок пред'являються виключно високі стандарти якості щодо їхньої несучої здатності, властивостей та довговічності. Визначається, що будівництво на приаеродромній території здійснюється під час планування територій шляхом розроблення та затвердження містобудівної документації з урахуванням обмежень використання приаеродромної території (поверхонь обмеження перешкод, зон обмежень забудови щодо умов авіаційного шуму, захисних зон аеронавігаційного обладнання, а також обмежень, пов'язаних із заходженням на посадку та вильотом на аеродромі, використанням зон для виконання навчально-тренувальних та інших видів польотів).

Метою статті є обґрунтування із залученням порівняльного та системного методів пріоритетних напрямів розвитку інфраструктури міжнародних аеропортів України, виявлення сучасних тенденцій розвитку, трансформації і модернізації аеропортової інфраструктури, оскільки розвиток України відбувається під впливом сучасних світових тенденцій щодо вирішення проблеми гармонійного розвитку людства.

Ключові слова: міжнародний аеропорт, безпека авіації, реконструкція, модернізація аеропортової інфраструктури, злітно-посадкова смуга, придатність до експлуатації.

Maksymyuk Yu.V., Chulinda L.I., Korchova H.L., Pochka K.I.

PRIORITY DIRECTIONS OF INTERNATIONAL AIRPORT INFRASTRUCTURE DEVELOPMENT

The main focus of international civil aviation is on ensuring the safety of the aviation industry, the need to address the problems of safe and efficient deployment of new types of aircraft, accompanied by the introduction of new types of operators in aviation. Implementation of effective international and European standards, transformation and modernization of airport infrastructure is one of the directions of Ukraine's work in the process of adapting civil aviation legislation to international and European standards, as well as in developing the UN Sustainable Development Goals. Effective operation of international airports in the XXI century is impossible without improving the unification process.

In the context of global competition, the developed infrastructure of international airports is becoming not only one of the factors increasing the country's capacity for economic growth, but also becoming a competitive advantage in the global market. However, with the expansion of air traffic, the issue of imperfection of airport service infrastructure is becoming more acute, there is a need for balanced development of all its elements.

The aviation industry is one of the most innovative in the world, where infrastructure is created through airports and air traffic control. The article analyzes the ways to restore the infrastructure of Ukrainian airports after the cessation of Russian military aggression, which caused incredible destruction, in particular, in the airport industry, describes the requirements for the design and

construction of new and reconstruction of existing facilities at the airport. Emphasis is placed on the fact that regardless of the size and intensity of passenger traffic, special requirements are set for airport security. In the construction of new airports, security begins to play an important role during the preparation of relevant documentation. The design of runways, taxiways, platforms and car parks is subject to exceptionally high quality standards in terms of their load-bearing capacity, properties and durability. It is determined that construction on the aerodrome territory is carried out during the planning of territories by developing and approving urban planning documentation taking into account the restrictions on the use of the aerodrome territory (obstacle-limiting areas, aviation noise restriction zones, aeronautical equipment protection zones, as well as restrictions on landing and departure at the aerodrome, use of zones for training and other flights).

The aim of the article is to substantiate with the use of comparative and systematic methods of priority areas of infrastructure development of international airports of Ukraine, identify current trends in development, transformation and modernization of airport infrastructure, as Ukraine's development is influenced by current global trends.

Key words: international airport, aviation security, reconstruction, modernization of airport infrastructure, runway, operational suitability.

Максимюк Ю.В., Чулинда Л.И., Корчевая Г.Л., Почка К.И.

ПРИОРИТЕТНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ ИНФРАСТРУКТУРЫ МЕЖДУНАРОДНЫХ АЭРОПОРТОВ

Основное внимание международной гражданской авиации приковано к обеспечению безопасности авиационной отрасли, необходимости решения проблем безопасного и эффективного размещения новых типов самолетов, что сопровождается внедрением новых типов эксплуатантов в авиационной деятельности. Реализация эффективных международных и европейских стандартов, трансформация и модернизация аэропортовой инфраструктуры - одно из направлений работы Украины в процессе адаптации законодательства гражданской авиации к международным и европейским стандартам, а также в разработке Целей устойчивого развития ООН. Эффективная деятельность международных аэропортов в XXI веке невозможна без усовершенствования процесса унификации. В условиях глобальной конкуренции развития инфраструктура международных аэропортов становится не только одним из факторов повышения состоятельности страны к экономическому росту, но превращается в конкурентное преимущество на глобальном рынке. Однако с расширением объемов авиационных перевозок все острее встает вопрос о несовершенстве инфраструктуры аэропортового обслуживания, проявляется потребность в сбалансированном развитии всех ее элементов.

Авиационная отрасль является одной из наиболее инновационных в мире, где инфраструктура создается через аэропорты и управление воздушным движением. В статье проанализированы направления восстановления инфраструктуры аэропортов Украины после прекращения военной агрессии РФ, повлекшей за собой невероятные разрушения, в частности, в аэропортовой отрасли, охарактеризованы требования к проектированию и строительству новых и реконструкции существующих сооружений на аэродроме, которые необходимы для оптимального применения мер обеспечения безопасности международной гражданской авиации.

Акцентируется внимание на том, что вне зависимости от размера и интенсивности перевозок пассажиров к безопасности аэропорта предъявляются особые требования. При строительстве новых аэропортов безопасность начинает играть важную роль еще при подготовке соответствующей документации. К конструкциям взлетно-посадочных полос, рулевых дорожек, перронов и парковочных стоянок предъявляются исключительно высокие стандарты качества по их несущей способности, свойствам и долговечности. Определяется, что строительство на приаэродромной территории осуществляется при планировании территорий путем разработки и утверждения градостроительной документации с учетом ограничений использования приаэродромной территории (поверхностей ограничения помех, зон ограничений застройки в условиях авиационного шума, защитных зон аэронавигационного оборудования, а также ограничений, связанных с посадкой и вылетом на аэродроме, использованием зон для выполнения учебно-тренировочных и других видов полетов).

Целью статьи является обоснование с привлечением сравнительного и системного методов приоритетных направлений развития инфраструктуры международных аэропортов Украины, выявление современных тенденций развития, трансформации и модернизации аэропортовой инфраструктуры, поскольку развитие Украины происходит под влиянием современных мировых тенденций решения проблемы гармоничного развития человечества.

Ключевые слова: международные аэропорты, безопасность авиации, реконструкция, модернизация инфраструктуры аэропорта, взлетно-посадочная полоса, пригодность к эксплуатации.

УДК 347.823.21

Максим'юк Ю.В., Чулінда Л.І., Корчова Г.Л., Почка К.І. **Пріоритетні напрями розвитку інфраструктури міжнародних аеропортів** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 301-316.

Проаналізовано напрями відновлення інфраструктури аеропортів України після припинення воєнної агресії РФ, яка спричинила неймовірні руйнування, зокрема, в аеропортовій галузі, охарактеризовано вимоги до проєктування та будівництва нових та реконструкції існуючих споруд на аеродромі, які необхідні для оптимального застосування заходів забезпечення безпеки міжнародної цивільної авіації, встановлено пріоритетні напрями розвитку інфраструктури міжнародних аеропортів України, виявлено сучасні тенденції розвитку, трансформації і модернізації аеропортової інфраструктури.

Бібліогр. 17 назв.

UDC 347.823.21

Maksymiuk Yu.V., Chulinda L.I., Korchova H.L., Pochka K.I. **Priority directions of international airport infrastructure development** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 301-316.

The directions for restoring the infrastructure of Ukrainian airports after the cessation of the military aggression of the Russian Federation, which entailed incredible destruction, in particular, in the airport industry, are analyzed, the requirements for the design and construction of new and reconstruction of existing facilities at the airport, necessary for the optimal application of measures to ensure the security of international civil aviation, are characterized, the priority directions for the development of the infrastructure of international airports in Ukraine were established, the characteristics of modern trends in the development, transformation and modernization of the airport infrastructure were given.

Ref. 17.

УДК 347.823.21

Максим'юк Ю.В., Чулінда Л.І., Корчова Г.Л., Почка К.І. **Пріоритетні напрями розвитку інфраструктури міжнародних аеропортів** // Спротивлення матеріалів і теорія споруд. – 2022. – Вип. 109. – С. 301-316.

Проаналізовані напрями відновлення інфраструктури аеропортів України після припинення воєнної агресії РФ, повлекшею за собою невірні руйнування, в частині, в аеропортовій галузі, охарактеризовані вимоги до проєктування і будівництва нових і реконструкції існуючих споруд на аеродромі, необхідних для оптимального застосування заходів забезпечення безпеки міжнародної цивільної авіації, встановлено пріоритетні напрями розвитку інфраструктури міжнародних аеропортів України, дана характеристика сучасних тенденцій розвитку, трансформації і модернізації аеропортової інфраструктури.

Бібліогр. 17 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки КНУБА МАКСИМ'ЮК Юрій Всеволодович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, МАКСИМ'ЮКУ Юрію Всеволодовичу

Мобільний тел.: +38(067) 230-94-72

E-mail: maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат юридичних наук, доцент, доцент кафедри конституційного та адміністративного права, НАУ, ЧУЛІНДА Людмила Іванівна
Адреса робоча: 03058, Україна, м. Київ, пр. Гузара Любомира, 1, Національний Авіаційний Університет, юридичний факультет, кафедра конституційного та адміністративного права, ЧУЛІНДІ Людмилі Іванівні

Робочий тел.: +38 (044) 406-79-01

Мобільний тел.: +38(098) 749-96-57

E-mail: Chulinda@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3771-4854>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент кафедри професійної освіти КНУБА КОРЧОВА Галина Леонідівна

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, КОРЧОВІЙ Галині Леонідівні

Робочий тел.: +38(044) 241-55-28

Мобільний тел.: +38(063) 124-64-54

E-mail: korchova@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9082-0146>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри професійної освіти КНУБА ПОЧКА Костянтин Іванович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра основ професійного навчання, ПОЦЦІ Костянтину Івановичу

Робочий тел.: +38(044) 248-69-25

Мобільний тел.: +38(097) 212-86-29

E-mail: shanovniy@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0355-002X>

UDC 621.87

DRIVE POWER MINIMIZATION OF OUTREACH CHANGE MECHANISM OF TOWER CRANE DURING STEADY-STATE SLEWING MODE

V.S. Loveikin¹,

Doctor of Science (Engineering), Professor

Yu.O. Romasevych¹,

Doctor of Science (Engineering), Professor

A.V. Loveikin²,

Candidate of Science (Physics and Mathematics), Associate Professor

A.P. Liashko¹,

Candidate of Science (Engineering)

K.I. Pochka³,

Doctor of Science (Engineering), Professor

M.M. Balaka³,

Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

¹*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine*²*Taras Shevchenko National University of Kyiv*³*Kyiv National University of Construction and Architecture*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.317-330

The variational problem of the movement mode selection for the load outreach change mechanism during a steady-state tower crane slewing was formulated and solved in the paper, that ensures the minimization of the drive motor power. The variational problem is nonlinear, and so we used the modified PSO-Rot-Ring particle swarm metaheuristic method for its solution. Low- and high-frequency oscillations of the outreach change mechanism elements during the start-up were detected in the optimization process. These oscillations are eliminated in the section of steady-state movement due to the selection of the motion boundary conditions.

Keywords: tower crane, outreach change mechanism, power, nonlinear variational problem, optimization criterion.

Introduction. The movement of individual mechanisms is combined in order to increase the productivity of tower cranes during their operation. To combine the operation of outreach change and slewing mechanisms of tower cranes is quite common. At that, increased dynamic loads take place in elements of the drive mechanisms and crane construction, which affect the power inputs and crane service reliability. The maximum power inputs are observed during transient processes (start-up, braking) with such operation of crane mechanisms. This is caused by the fact that the dynamic component of drives power is dominant in comparison with the static one during an operation of the load outreach change and crane slewing mechanisms. It is possible to considerably reduce the dynamic power component of the tower crane drive mechanisms due to the movement modes selection during transient processes.

Also the reduction of power inputs leads to the installation of the lower power electric motors and increase their durability, as the increased power inputs go to overheat of the windings insulation.

Thus the reduction of power inputs and drive power minimization during the operation of the outreach change mechanism and steady-state crane slewing is actual problem, which directed to the thrifty use of tower cranes resources in the conditions of modern production.

Analysis of publications. The significant number of research papers [1–10] have been devoted to the study of dynamic loads and load oscillations on the flexible suspension of lifting cranes and, in particular, tower cranes.

The dynamics of the outreach change and load lifting for various types of cranes were studied and the causes of load oscillations on the flexible suspension were identified in [4–8]. The combined movement of the jib outreach change and crane slewing mechanisms were considered in [9, 10]. The drive electric motor of the outreach change mechanism was controlled here during the crane slewing with a hanging load on the flexible suspension in order to reduce its oscillations.

The joint movement dynamics of the outreach change and crane slewing mechanisms is considered in the research paper [11], and the joint movement mode of the outreach change and load lifting mechanisms was determined in [12, 13]. The kinematic, force and energy characteristics of the outreach change, load lifting and crane slewing mechanisms were determined on the basis of these studies. At that, significant overload of the mechanisms and spatial oscillations of the load on the flexible suspension were established.

The number of optimization problems were solved during the operation of individual crane mechanisms to reduce the load oscillations on the flexible suspension [14–18]. Thus the optimization problem of load oscillations reduction on the flexible suspension during the operation of the crane slewing mechanism was solved by use the complex dynamic integral criterion in [14].

The transition process optimization of the outreach change mechanism start-up with the articulated jib system for load horizontal movement and crane slewing by moment control of the drive is proposed in [15] to ensure minimum loads and to reduce load oscillations on the flexible suspension.

The selection of motion estimation criteria for lifting machines is an important problem of the movement modes optimization for lifting cranes [16, 17]. Integral dynamic criteria are common, which are presented in the form of integral functionals with subintegral functions in the form of root-mean-square values for force and energy characteristics. The solution of the optimization problem according to this criterion for the simultaneous movement of outreach change and crane slewing mechanisms is given in [18]. The defined modes of movement cause additional loads on the elements of the drive mechanisms and the crane as whole. Therefore, the criteria selection of movement modes optimization with the combined operation of mechanisms is the actual problem and requires the deeper study.

Purpose of the paper. To minimize the drive power of the outreach change mechanism for the tower crane with the steady-state slewing mode by the start-up mode optimization.

Research results. The dynamic model of the tower crane jib system was developed (Fig. 1) in order to minimize the drive power of the load outreach change mechanism during the steady-state slewing [19].

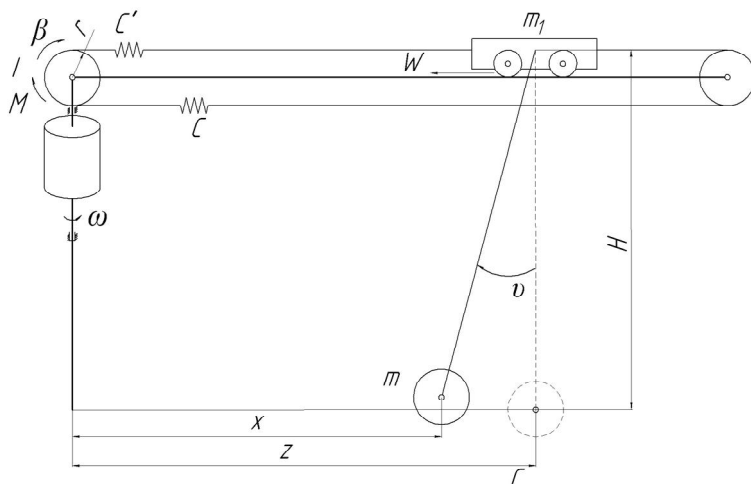


Fig. 1. Dynamic model of the outreach change mechanism during the steady-state crane slewing

The jib system of the tower crane is represented by a mechanical system with perfectly rigid links, except the traction rope for the trolley movement. It is presented by an elastic element and flexible suspension of the load, that carries out pendulum oscillations in the plane of the outreach change.

The inertial mass I and the driving moment M of the mechanism drive for the load outreach change are reduced to the drum rotation axis. The drive drum of the load outreach change mechanism is connected to the trolley by a mass m_1 with an elastic rope from the stiffness coefficient C or C' depending on the trolley moving direction. When the trolley movement, there is a resistance force W , which is always directed opposite to its movement. The flexible suspension length is the constant value and equal to H , and the slewing mechanism rotates with the constant angular velocity ω .

The presented dynamic model of the tower crane jib system has three degrees of freedom. The linear coordinates of the mass center for the trolley z and the load x , and the angular coordinate of the drive drum slewing of the outreach change mechanism β , are taken as generalized coordinates.

The differential equations of mechanisms joint motion of the outreach change and steady-state crane slewing were formulated for such a dynamic model with use Lagrange equations of the second kind:

$$\begin{cases} I\ddot{\beta} = M - Cr(\beta \cdot r - z); \\ m_1\ddot{z} - m_1\omega^2 z = C(\beta \cdot r - z) - (mg/H)(z - x) - W; \\ m\ddot{x} - m\omega^2 x = (mg/H)(z - x), \end{cases} \quad (1)$$

where r – drum radius; g – free fall acceleration; m – load weight.

From the last equation of the system (1) we will express the coordinate z in terms of x and take the first and second time derivatives from it, as a result of which we will have:

$$\begin{aligned} z &= \left(1 - (H/g)\omega^2\right)x + (H/g)\ddot{x}; \\ \dot{z} &= \left(1 - (H/g)\omega^2\right)\dot{x} + (H/g)\ddot{x}; \quad \ddot{z} = \left(1 - (H/g)\omega^2\right)\ddot{x} + (H/g)x^{IV}. \end{aligned} \quad (2)$$

We find the expression of the drive drum angular coordinate of the load outreach change mechanism from the second equation of the system (1), taking into account the dependencies (2)

$$\beta = \frac{1}{Cr} \left\{ \begin{aligned} &\left[\left[(C - m_1\omega^2) \left(1 - (H/g)\omega^2\right) - m\omega^2 \right] x + \right. \\ &\left. + \left[(C - 2m_1\omega^2)(H/g) + m_1 + m \right] \ddot{x} + m_1(H/g)x^{IV} + W \right\}. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Taking the first and second time derivatives of expression (3), we find the angular velocity and acceleration of the drive drum of the load outreach change mechanism:

$$\dot{\beta} = \frac{1}{Cr} \left\{ \begin{aligned} &\left[\left[(C - m_1\omega^2) \left(1 - (H/g)\omega^2\right) - m\omega^2 \right] \dot{x} + \right. \\ &\left. + \left[(C - 2m_1\omega^2)(H/g) + m_1 + m \right] \ddot{x} + m_1(H/g)x^V \right\}; \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{1}{Cr} \left\{ \begin{aligned} &\left[\left[(C - m_1\omega^2) \left(1 - (H/g)\omega^2\right) - m\omega^2 \right] \ddot{x} + \right. \\ &\left. + \left[(C - 2m_1\omega^2)(H/g) + m_1 + m \right] x^{IV} + m_1(H/g)x^{VI} \right\}. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

We find the expression of the moment drive of the load outreach change mechanism from the first equation of the system (1), taking into account expressions (2), (3) and (5)

$$M = a_0 + a_1x + a_2\ddot{x} + a_3x^{IV} + a_4x^{VI}, \quad (6)$$

$$a_0 = Wr; \quad a_1 = -\left[m + m_1 \left(1 - (H/g)\omega^2\right) \right] \omega^2 r;$$

$$a_2 = \frac{I}{Cr} \left[\left[(C - m_1\omega^2) \left(1 - (H/g)\omega^2\right) - m\omega^2 \right] + \left[m + m_1 \left(1 - 2(H/g)\omega^2\right) \right] \right] r;$$

$$a_3 = \frac{I}{Cr} \left[\left[(C - m_1\omega^2)(H/g) + m_1 \left(1 - (H/g)\omega^2\right) + m \right] + m_1(H/g)r \right];$$

$$a_4 = m_1IH/Crg; \quad a_{0,1,2,3,4} = \text{const}. \quad (7)$$

We will select the root-mean-square value of the drive mechanism power as the optimization criterion of the start-up mode of the load outreach change mechanism during the steady-state crane slewing. The problem of the drive power minimization of the outreach change mechanism during the steady-state crane slewing is set according to purpose of the study, therefore its root-mean-square value during the start-up time selected as the optimization criterion.

At the same time, a variational problem is set, which is aimed at the root-mean-square value minimization of the drive mechanism power

$$P_{rms} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} P^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad (8)$$

where t – time; t_1 – start-up process duration of the load outreach change mechanism; P – drive power of the load outreach change mechanism.

The solution of the given variational problem (8) $x = x(t)$, $0 \leq t \leq t_1$, must satisfy the next boundary conditions:

$$\begin{aligned} t = 0: & \quad x = x_0; \quad \dot{x} = 0; \quad \ddot{x} = x_0 \omega^2; \quad \overset{IV}{\ddot{x}} = 0; \quad \overset{V}{x} = x_0 \omega^4; \quad \overset{V}{\dot{x}} = 0; \\ t = t_1: & \quad x = x_0 + \frac{V t_1}{2}; \quad \dot{x} = V; \quad \ddot{x} = (x_0 + (V t_1)/2) \omega^2; \quad \overset{V}{\ddot{x}} = V \omega^2; \\ & \quad \overset{IV}{x} = (x_0 + (V t_1)/2) \omega^4; \quad \overset{V}{\dot{x}} = V \omega^4, \end{aligned} \quad (9)$$

where x_0 – initial position of the mass center coordinates of the trolley and load; V – steady-state motion velocity of the trolley and load.

The drive power of the load outreach change mechanism during the steady-state crane slewing is determined by the next dependence

$$P = M \dot{\beta}, \quad (10)$$

where $\dot{\beta}$ is determined by expression (4), and M – by dependence (6) taking into account expressions (7).

The variational problem (8) and (9) is nonlinear based on the dependence (10) and the expressions of its component elements (4), (6) and (7). So it is necessary to use approximate numerical methods for its solution. It is desirable to have the first approximate initial solution of the nonlinear variational problem in these methods, which will allow to significantly reduce calculated resources in the future.

We will use the analytical solution of the next linear variational problem as such an initial approximate solution of the nonlinear variational problem, where the root-mean-square value of the drive moment is select as the movement mode optimization criterion of the outreach change mechanism during the steady-state crane slewing

$$M_{rms} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} M^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min. \quad (11)$$

The solution of the given linear optimization problem $x = x(t)$, $0 \leq t \leq t_1$, must satisfy the boundary conditions of the nonlinear problem (9). The variational problem (11) and (9) with expressions (6) and (7) is linear, the solution of which is presented in the next form

$$x(t) = y(t) - \frac{a_0}{a_1} = (C_1 + C_2 t) \cos(\alpha_1 t) + (C_3 + C_4 t) \sin(\alpha_1 t) + (C_5 + C_6 t) \cos(\alpha_2 t) + (C_7 + C_8 t) \sin(\alpha_2 t) + (C_9 + C_{10} t) e^{\alpha_3 t} + (C_{11} + C_{12} t) e^{-\alpha_3 t} - \frac{a_0}{a_1}, \quad 0 \leq t \leq t_1, \quad (12)$$

where C_1, C_2, \dots, C_{12} – constants determined from the motion boundary conditions (9); $\pm a_1 i, \pm a_2 i, \pm a_3 i$ – roots of the characteristic equation; $i = \sqrt{-1}$ – imaginary unit.

For the tower crane jib system with parameters: $m = 5000$ kg, $m_1 = 300$ kg, $I = 30$ kg·m², $H = 10$ m, $g = 9,81$ kg·m/s², $\omega = 0,075$ rad/s, $r = 0,15$ m, $c = 1,65 \cdot 10^5$ N/m, $V = 0,85$ m/s, $x_0 = 7$ m, $t_1 = 5$ s, $W = 5500$ N, the roots of characteristic equation: $\pm a_1 i = \pm 26,21 i$, $\pm a_2 i = \pm 1,918 i$, $\pm a_3 i = \pm 0,06705 i$ and constants: $C_1 \approx -1,3540 \cdot 10^{-6}$, $C_2 \approx 1,0536 \cdot 10^{-7}$, $C_3 \approx 2,09208 \cdot 10^{-8}$, $C_4 \approx 1,8714 \cdot 10^{-7}$, $C_5 \approx 0,036064$, $C_6 \approx -0,014894$, $C_7 \approx 0,020835$, $C_8 \approx -0,003177$, $C_9 \approx -78,196$, $C_{10} \approx 2,9682$, $C_{11} = -99,386$, $C_{12} \approx -4,41522$ were found.

We will obtain the final solution of the linear variation problem (11) and (9) by substituting the found constants $C_{1,\dots,12}$ in (12). This will ensure the root-mean-square value minimization of the drive moment of the load outreach change mechanism during the steady-state crane slewing.

We will use the analytical solution of the linear variational problem (11) and (9), as the initial approximate solution of the nonlinear variational problem (8) and (9). In order to obtain approximate solution of the variational problem (8) and (9), we add the next polynomial to the known solution (12):

$$x_{dod}(t) = t^6 (t_1 - t)^6 \sum_{i=0}^I b_i t^i, \quad (13)$$

where I – polynomial order, whose coefficients must be found; b_i – i -th polynomial coefficient. The first and second polynomial factors (13) ensure compliance with the boundary conditions (9), since the polynomial derivatives (13) from first to fifth inclusive at the times $t = 0$ and $t = t_1$ are equal to zero.

Thus the polynomial order used to find the approximate solution of the nonlinear variational problem is equal to $6 + I$.

So the function $x_{nabl}(t)$, which will be used to find the approximate solution of the variational problem, is presented by the superposition of the motion laws (12) and (13):

$$x_{nabl}(t) = x(t) + x_{dod}(t). \quad (14)$$

The selection of the coefficients number I , that must be found, must satisfy two contradictory requirements: first, it must ensure a sufficiently accurate approximation of the function (14) to the sought problem extremal (8) and (9) – and this requires setting a large number I ; secondly, the number I should be as small, as this reduces the number and scope of necessary calculations. It is possible to meet these demands only on a compromise basis. We will take $I = 5$ in this study. This makes it possible to write functional (8) as a function of unknown coefficients

$$Cr_6 = P_{rms}(b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5). \quad (15)$$

Note that this function is nonlinear and the determination of its minimum is the rather difficult problem. So the PSO-Rot-Ring metaheuristic method was used in this study [20]. This method is the modification of the PSO particle swarm method with a ring topology of connections between particles, and this topology is dynamic: the «ring» of particle's connections returns with each iteration, that causes change in the particles with which this particle exchanges information. This modification of the PSO method makes it possible to better explore the function and find promising areas, in which the minima can be found (in the ideal case – the function global minimum).

The global best value corresponded to parameters $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$, which are equal to zero when use the PSO-Rot-Ring method during the first iteration. This value was changed in the future according with the found minima. 1000 iterations were set, and the swarm size is 30.

The PSO-Rot-Ring method application made it possible to obtain the next coefficient values: $b_0 = 8,429 \cdot 10^{-8}$, $b_1 = -1,008 \cdot 10^{-6}$, $b_2 = 4,600 \cdot 10^{-7}$, $b_3 = -6,146 \cdot 10^{-8}$, $b_4 = -9,493 \cdot 10^{-9}$, $b_5 = 2,159 \cdot 10^{-9}$.

In addition, the criterion was minimized, in which function (13) contained only two unknown coefficients

$$Cr_2 = P_{rms}(b_0, b_1). \quad (16)$$

Minimization of both criteria variants (15) and (16) led to almost identical (in the sense of the criterion value (8)) results (Fig. 2).

The PSO-Rot-Ring method converges somewhat slower for the criterion variant Cr_6 , as can be seen from Fig. 2, which is caused by a larger number of searched arguments. However, the difference between the found values of Cr_2 and Cr_6 differs only by tenths fraction. So we will consider only the option Cr_2 in the future, the arguments that ensure its minimum are as next:

$$b_0 = -6,458 \cdot 10^{-7}, \quad b_1 = -1,201 \cdot 10^{-8}.$$

The obtained result will be presented in the graphical dependencies form (Fig. 3–8) of the kinematic, force and energy motion characteristics of the load outreach change mechanism during the steady-state movement mode of the crane slewing mechanism. Diagrams in black correspond to the case of the

initial iteration, i.e. function (12), and in gray – the found approximate solution to problem (8) and (9).

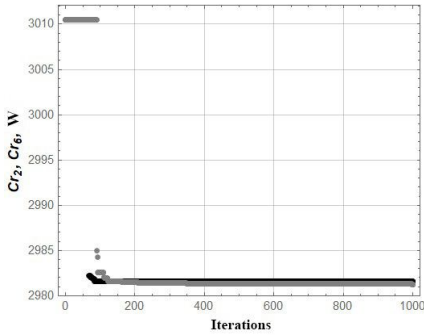


Fig. 2. Diagram of the criterion value (8) reduction when use PSO-Rot-Ring method (gray points – Cr_6 variant, black – Cr_2 variant)

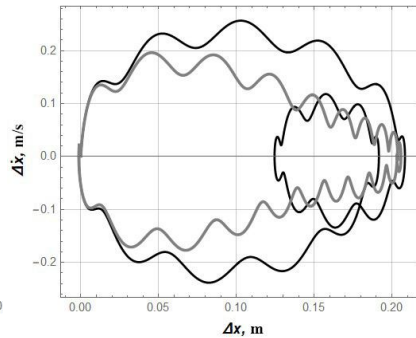


Fig. 3. Phase portrait of the load pendulum oscillations on the flexible suspension

The next notations are accepted in Fig. 3: $\Delta x = x - z$; $\Delta \dot{x} = \dot{x} - \dot{z}$. Based on the phase portraits results of the load oscillations relative to the trolley (Fig. 3), constructed as the solution result of the given variation problems, we can conclude that smaller deviations of the oscillations velocity are observed (gray curve) in comparison with the root-mean-square value criterion of the driving moment (black curve) when the problem solution according to the root-mean-square value criterion of the power. At the same time, the maximum displacement deviations are almost the same.

It can be seen from the graphic dependences of the trolley velocity (Fig. 4) that high-frequency oscillations are observed in both movement modes, which are caused by the change nature of the driving moment of the outreach change mechanism drive. At the same time, there are also low-frequency oscillations caused by the load oscillations on the flexible suspension when the movement mode optimization according to the root-mean-square value of the driving moment, which is practically not observed in the optimal mode according to the root-mean-square power criterion.

High-frequency oscillations of the trolley traction force are observed in both optimal movement modes (Fig. 5), and in the mode determined by the root-mean-square value criterion of the driving moment, there is also the low-frequency oscillations component. However, the maximum value of the trolley traction force is slightly lower with this movement mode.

The driving moment of the outreach change mechanism has the similar changes nature (Fig. 6). Both low-frequency and high-frequency oscillations are also observed in both optimal movement modes, but the maximum moment value is slightly smaller, which are determined by the root-mean-square value criterion of the drive power for the outreach change mechanism.

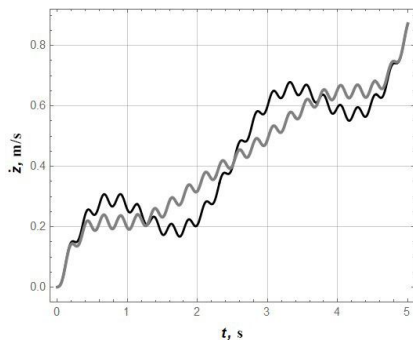


Fig. 4. Trolley velocity diagram

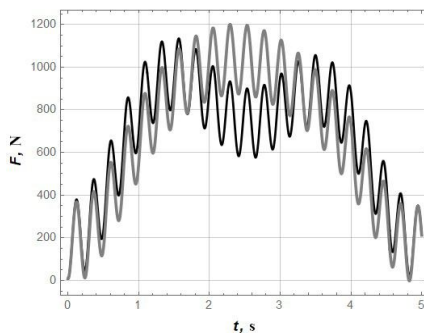


Fig. 5. Diagram of the force change in the trolley traction element

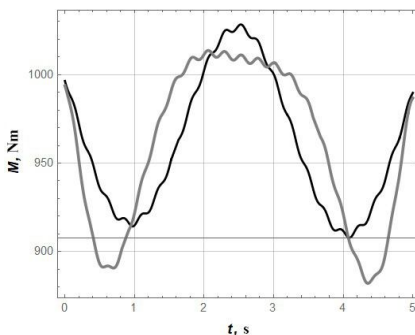


Fig. 6. Diagram of the driving moment change of the outreach change mechanism

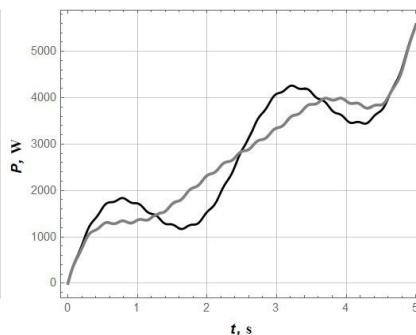


Fig. 7. Diagram of the drive power change of the outreach change mechanism

The power change diagram (Fig. 7), determined by both criteria, show the presence of high-frequency oscillations. However, low-frequency oscillations are also observed in the movement mode, determined by the root-mean-square value criterion of the drive moment.

In addition, the main parameters of the movement characteristics were calculated, which correspond to the found approximate solution of the problem (8) and (9) according to the root-mean-square value criterion of the power and the known solution (12) according to the root-mean-square value criterion of the driving moment (Table 1).

From the maximum and root-mean-square values of the physical parameters (Table 1) of the outreach change mechanism during the steady-state crane slewing, which were determined by the root-mean-square values criteria of the driving moment and drive power, it is shown that the obtained movement modes are quite close in their characteristics. At the same time, each of these movement modes has its own characteristics, which were reflected in the graphic dependencies analysis of kinematic, force and energy characteristics of the outreach change mechanism during the steady-state crane slewing.

Table 1

Parameters of movement characteristics

Physical content of parameter	Maximum values		Root-mean-square values	
	function (12)	function (14)	function (12)	function (14)
Driving moment of outreach change mechanism drive, N·m	1028,4	1013,7	960,6	961,0
Force in traction element, N	1134,6	1200,7	727,7	750,0
Rope deviation with load from vertical, m	0,2084	0,2058	0,1437	0,1457

Conclusions. The dynamic optimization of the load outreach change mechanism during the steady-state crane slewing is given in presented research paper. The variational problem is formulate to carry out such optimization, where the root-mean-square value of the mechanism drive power is select as the optimization criterion of the load outreach change mode. The variational problem was considered to solve this problem, where the root-mean-square value of the driving moment for the mechanism drive was used as the optimization criterion. The first of these problems is nonlinear, and the second is linear, which has an analytical solution, therefore it was used as the solution component of the nonlinear variational problem. The nonlinear variational problem uses an additional component in the form of a polynomial with unknown coefficients. The PSO-Rot-Ring metaheuristic method was used to determine these coefficients, which is a modification of the PSO particle swarm method with the ring topology. The minimum condition of the root-mean-square value for the drive power was determined and the optimal mode of the load outreach change was found. The optimal movement modes of other links of the outreach change mechanism during the steady-state crane slewing were found due to the optimal movement mode of the load. Low- and high-frequency oscillations of kinematic, force and energy characteristics are observed in the optimal start-up mode of the load outreach change mechanism, which are caused by the load rocking on the flexible suspension and the nature of the driving moment change. These oscillations are eliminated by to select the appropriate motion boundary conditions in the steady-state movement section of the outreach change mechanism and crane slewing. The comparison of optimal movement mode obtained, when to solve the nonlinear variational problem with optimal mode, found from the solution of the linear problem was carried out. The solved variational problems give close results for the example of the outreach change mechanism. So nonlinear problems can be replaced by linear ones in some cases.

REFERENCES

1. Stanišić M. M. On a new theory of the dynamic behavior of the structures carrying moving masses. *Ingenieur-Archiv*. 1985. Vol. 55 (3). P. 176–185. DOI: 10.1007/BF00536412.
2. Lee H. P. Dynamic responses of a beam with a moving mass. *Journal of Sound and Vibration*. 1996. Vol. 191 (2). P. 289–294. DOI: 10.006/jsvi.1996.0122.

3. *Oguamanam D. C. D., Hansen J. S., Heppler G. R.* Dynamics of a three-dimensional overhead crane system. *Journal of Sound and Vibration*. 2001. Vol. 242 (3). P. 411–426. DOI: 10.1006/jsvi.2000.3375.
4. *Sun G., Kleeberger M.* Dynamic responses of hydraulic mobile crane with consideration of the drive system. *Mechanism and Machine Theory*. 2003. Vol. 38 (12). P. 1489–1508. DOI: 10.1016/S0094-114X(03)00099-5.
5. *Campara T., Bukvic H., Sprecic D.* Ability to control swinging of payload during the movement of the rotary cranes mechanism. 4th International conference on intelligent technologies in logistics and mechatronics systems. Kaunas Univ Technol Panevezys Inst. Kaunas. LITHUANIA. 2009. P. 52–55.
6. *Kazak S. A.* *Dinamika mostovykh kranov (Overhead cranes dynamics)*. Moscow, 2008. 332 p. (in Russian).
7. *Orlov A. N.* *Obshchaia dinamicheskaia model gruzopodemnykh kranov. Optimizatsiia parametrov stroitelnykh i dorozhnykh mashin (General dynamic model of cranes. Parameters optimization of the construction and road machines)*. Yaroslavl, 2012. P. 13–20. (in Russian).
8. *Gerasimyak R. P., Leshchev V. A.* *Analiz i sintez kranovykh elektromekhanicheskikh sistem (Analysis and synthesis of crane electromechanical systems)*. Odesa, 2008. 192 p. (in Russian).
9. *Gerasimyak R. P., Naidenko O. V.* *Osoblyvosti keruvannia elektrivodom mekhanizmu vylytu strily pid chas obertannia krana z pidvishenym vantazhem (Features of the electric drive control of the jib outreach mechanism during the crane slewing with suspended load)*. *Electrical machine-building and electrical equipment*. 2007. Vol. 68. P. 11–15. (in Ukrainian).
10. *Naidenko E. V.* *Upravlenie elektrivodnom mekhanizmov gorizontalnogo peremeshcheniia s podvishennym gruzom (Electric drive control of horizontal movement mechanisms with suspended load)*. *Electrical machine-building and electrical equipment*. 2007. Vol. 69. P. 17–22. (in Russian).
11. *Loveikin V. S., Romasevych Yu. O., Loveikin A. V., Mushtyn D. I.* *Dynamichnyi analiz rukhu mekhanizmiv zminy vylytu ta povorotu bashtovoho krana z balochnoi striloiu (Dynamic analysis of mechanisms movement for outreach change and rotation of tower crane with beam jib)*. *Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research*. 2020. Vol. 11 (1). P. 5–11. DOI: 10.31548/machenergy2020.01.005. (in Ukrainian).
12. *Loveikin V. S., Romasevych Yu. O., Spodoba O. O., Loveikin A. V., Pochka K. I.* *Mathematical model of the dynamics change departure of the jib system manipulator with the simultaneous movement of its links*. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2020. Issue 104. P. 175–190. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.104.175-190.
13. *Loveikin V. S., Romasevych Yu. O., Shymko L. S., Loveikin Yu. V., Pochka K. I.* *The dynamic analysis of the joint trolley movement and hoisting mechanism in the tower crane*. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2022. Issue 108. P. 267–282. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.267-282.
14. *Loveikin V., Romasevych Y., Kadykalo I., Liashko A.* *Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion*. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Bulgaria)*. 2019. Vol. 49 (3). P. 285–296. DOI: 10.7546/JTAM.49.19.03.07.
15. *Loveikin V. S., Palamarchuk D. A., Romasevych Yu. O., Loveikin A. V.* *Optimization of rotate mode at constant change of departure in the level-luffing crane with geared sector*. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2021. Issue 106. P. 221–235. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.221-235.
16. *Loveikin V. S., Romasevich Yu. A., Khoroshun A. S., Shevchuk A. G.* *Time-Optimal Control of a Simple Pendulum with a Movable Pivot. Part 1*. *International Applied Mechanics*. 2020. Vol. 54 (3). P. 358–365. DOI: 10.1007/s10778-018-0887-x.
17. *Loveikin V. S., Palamarchuk D. A., Romasevych Yu. O., Balaka M. M.* *Doslidzhennia optymalnogo shvydkisnogo rezhymu rukhu pid chas pusku sharnirno-zchlenovanoi strilovoi systemy krana (Analysis of starting in horse head system at optimal jerking mode of movement)*. *Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research*. 2021. Vol. 12 (1). P. 67–73. DOI: 10.31548/machenergy2021.01. (in Ukrainian).
18. *Loveikin V., Romasevych Yu., Liashko A.* *Crane motor optimization*. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Bulgaria)*. 2021. Vol. 51 (1). P. 65–75.

19. Loveikin V., Romasevych Yu., Loveikin A., Lyashko A., Korobko M. Minimization of high-frequency oscillations of trolley movement mechanism during steady tower crane slewing. UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering. 2022. Vol. 84 (1). P. 31–44.
20. Romasevych Yu., Loveikin V., Loveikin Yu. Development of new rotating ring topology of PSO-algorithm. 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology, KhPI Week 2021 – Conference Proceedings. 2021. P. 79–82. DOI: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9569973.

Стаття надійшла 14.07.2022

Ловеїкін В.С., Ромасевич Ю.О., Ловеїкін А.В., Ляшко А.П., Почка К.І., Балака М.М.

МІНІМІЗАЦІЯ ПОТУЖНОСТІ ПРИВОДУ МЕХАНІЗМУ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ БАШТОВОГО КРАНА ЗА УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ПОВОРОТУ

У статті поставлена та розв'язана варіаційна задача вибору режиму руху механізму зміни вильоту вантажу за усталеного повороту баштового крана, що забезпечує мінімізацію потужності приводного двигуна. Для проведення досліджень використана динамічна модель механізму зміни вильоту, представлена механічною системою з трьома ступенями вільності. Поставлена варіаційна задача є нелінійною, тому для її розв'язку використано модифікований метаевристичний метод рою часточок PSO-Rot-Ring. Для збереження розрахункових ресурсів в якості початкового наближення розв'язку нелінійної варіаційної задачі використане аналітичне розв'язування іншої варіаційної задачі для тієї ж моделі кранового механізму і близького за фізичним змістом оптимізаційного критерію. При розв'язуванні нелінійної варіаційної задачі визначено режим пуску приводу механізму зміни вильоту вантажу, який забезпечує мінімізацію середньоквадратичного значення потужності приводного двигуна. В процесі оптимізації виявлені низько- та високочастотні коливання елементів механізму зміни вильоту під час пуску. Перші коливання викликані розгойдуванням вантажу на гнучкому підвісі під час пуску, а другі – характером зміни русійного моменту та потужності приводу. Ці коливання усуваються на ділянці усталеного руху за рахунок вибору крайових умов руху, що враховуються в процесі розв'язування варіаційної задачі.

Ключові слова: баштовий кран, механізм зміни вильоту, потужність, нелінійна варіаційна задача, критерій оптимізації.

Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Lyashko A.P., Pochka K.I., Balaka M.M.

DRIVE POWER MINIMIZATION OF OUTREACH CHANGE MECHANISM OF TOWER CRANE DURING STEADY-STATE SLEWING MODE

The variational problem of the movement mode selection for the load outreach change mechanism during a steady-state tower crane slewing was formulated and solved in the paper, that ensures the minimization of the drive motor power. We used a dynamic model of the outreach change mechanism for research work, which presented the mechanical system with three degrees of freedom. The formulated variational problem is nonlinear, and so we used the modified PSO-Rot-Ring particle swarm metaheuristic method for its solution. The analytical solution of another variational problem for the same model of the crane mechanism and an optimization criterion close in physical content was used as the solution initial approximation of the nonlinear variational problem to save calculated resources. The starting mode of the mechanism drive for the load outreach change was determined during the solution of the nonlinear variational problem, which ensures the root-mean-square value minimization of the drive motor power. Low- and high-frequency oscillations of the outreach change mechanism elements during the start-up were detected in the optimization process. The first oscillations are caused by the load rocking on the flexible suspension during the start-up, and the second – by the nature of the change in the driving moment and drive power. These oscillations are eliminated in the section of steady-state movement due to the selection of the motion boundary conditions, which are taken into account in the solution process of the variational problem.

Keywords: tower crane, outreach change mechanism, power, nonlinear variational problem, optimization criterion.

УДК 621.87

Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Ловейкін А.В., Ляшко А.П., Почка К.І., Балака М.М. **Мінімізація потужності приводу механізму зміни вильоту баштового крана за усталеного режиму повороту** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 317-330.

При розв'язуванні нелінійної варіаційної задачі визначено режим пуску приводу механізму зміни вильоту вантажу за усталеного повороту баштового крана, що забезпечує мінімізацію потужності приводного двигуна. Коливання елементів механізму зміни вильоту під час пуску усуваються за рахунок вибору крайових умов руху.

Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 20.

UDC 621.87

Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Liashko A.P., Pochka K.I., Balaka M.M. **Drive power minimization of outreach change mechanism of tower crane during steady-state slewing mode** // Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 317-330.

The starting mode of the mechanism drive for the load outreach change during the steady-state tower crane slewing was determined under the solution of the nonlinear variational problem, that ensures the minimization of the drive motor power. The oscillations of the outreach change mechanism elements during the start-up are eliminated due to the selection of motion boundary conditions.

Table 1. Fig. 7. Ref. 20.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович

Адреса робоча: 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу

Робочий тел.: +38(044) 527-87-34

E-mail: lovvs@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4259-3900>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України РОМАСЕВИЧ Юрій Олександрович

Адреса робоча: 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, РОМАСЕВИЧУ Юрію Олександровичу

Робочий тел.: +38(044) 527-87-34

E-mail: romasevichyuriy@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5069-5929>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка ЛОВЕЙКІН Андрій Вячеславович

Адреса робоча: 03022, Україна, м. Київ, проспект академіка Глушкова, 4е, корпус механіко-математичного факультету, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, кафедра математичної фізики, ЛОВЕЙКІНУ Андрію Вячеславовичу

Мобільний тел.: +38(097) 350-91-23

E-mail: anlov74@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7988-8350>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший викладач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛЯШКО Анастасія Петрівна

Адреса робоча: 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛЯШКО Анастасії Петрівні

Робочий тел.: +38(044) 527-87-34

E-mail: laskoanastasia1989@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3774-3348>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри професійної освіти КНУБА ПОЧКА Костянтин Іванович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, ПОЧЦІ Костянтину Івановичу

Мобільний тел.: +38(097) 212-86-29

E-mail: shanovniy@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0355-002X>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних машин КНУБА БАЛАКА Максим Миколайович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, БАЛАЦІ Максиму Миколайовичу

Робочий тел.: +38(044) 241-55-52

E-mail: balaka.mm@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4142-9703>

UDK 539.3

**SPECIFIED MODELS IN THE PROBLEMS OF THE DEFORMATION
OF MULTILAYER PLATES ON A RIGID FOUNDATIONS****O.G. Gurtovy¹,**

PhD., Assistant Professor

S.O. Tynchuk¹,

PhD., Assistant Professor

L.S. Ugrin²,

PhD., Assistant Professor

¹*National University of Water and Environmental Engineering, Rivne,*²*Ukrainian Academy of Printing, Lviv*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.331-341

In order to research the stress-strain state (SSS) of multilayer thick plates on a rigid foundation, an investigation has been carried out on the use of constructed refined models of unflexural SSS. The double-thickness plate bilaterally symmetrically loaded about its mid-surface is considered. The plate is formed by symmetric supplementing it with regard to the contact surface and the foundation. Calculations confirm the efficiency and accuracy of such an approach, which allows finding solutions that are close to three-dimensional ones.

Keywords: refined model, multilayered plate, rigid foundation, transverse shear, transverse compression.

Introduction. The evaluation of strength and deformation likelihood of various kinds of homogeneous and inhomogeneous composite coatings, especially the multilayered ones, is ultimately based on assessing their stress-strain state as of the plates contacting the foundation. This also applies when calculating the multilayered road clothes on a quite rigid bridge, tunnel, and other parts of transport constructions, multilayer coatings of flat construction elements or parts, functional coatings of working surfaces of various equipment, in particular, enamel coatings of the shell of the chemical apparatus, etc. Thus, correctly determining the SSS of the multilayer plate on rigid foundations under the force of the fixed transverse loading is an urgent problem.

Combining materials with isotropic and transformation-isotropic physical characteristics in a multilayer package allows creating multifunctional structures. The SSS of such structures, given their structural inhomogeneity and relatively low transverse stiffness of the individual layers, is mostly applied under the influence of the deformation of the transverse shear and compression. Therefore, the problem of refined modeling of the SSS plates, that takes into account these types of deformations, is urgent. Requirements for the accuracy of approximate modeling depend on the purpose of the structure and many other factors. It is also necessary to assess the accuracy of the SSS obtained according to the refined model. It should be noted that the application

of classical plate theory or refined transverse shear models leads to a trivial-zero solution for the SSS of transversely loaded plates on rigid foundation.

There are refined SSS models [1, 2], that take into account transverse shear and transverse compression, oriented mainly when describing the flexural SSS, whereas in the plates on a rigid basis it is more common to consider the unflexural component of the SSS. As a result, it is necessary to develop a refined model that would accurately describe the unflexural component of the SSS plate on a rigid foundation.

This research [3] suggests hypotheses and a special model of unflexural deformation of a homogeneous and layered plate, which in combination with the flexural deformation model gives results that are close to the exact three-dimensional solution. The models [4, 5] consider structural-continuous models of the SSS of transversely loaded plates, in which the idea of iterative modeling [3] is applied to plates on a rigid foundation.

The purpose of this work is to assess the accuracy and feasibility of the approaches [3-5] to the modeling of SSS plates on a rigid foundation, depending on the physical and geometric characteristics of the plates.

Materials and methods of research. The deformation of a rectangular multilayer plate, which rests on a rigid foundation in the linearly elastic statement is considered.

Layers of plate are isotropic and transversely isotropic of arbitrary but constant thickness. Instead of the actual design of the multilayer plate (Fig. 1(a)), it is suggested to consider the design diagram of the plate, which is formed by supplementing it with a symmetric one about the contact surface of the foundation. In this case, the plate will be bilaterally symmetrically loaded against the middle surface of the plate, and the thickness of the plate will double $H = 2b_n$ (Fig. 1(b)). The contact of the plate with the foundation corresponding to the conditions of sliding without friction (Fig. 1(b)). The rigid contact of the plate with the foundation is modelled by introducing an additional absolutely rigid thin interlayer of thickness h_0 (Fig. 1(c)).

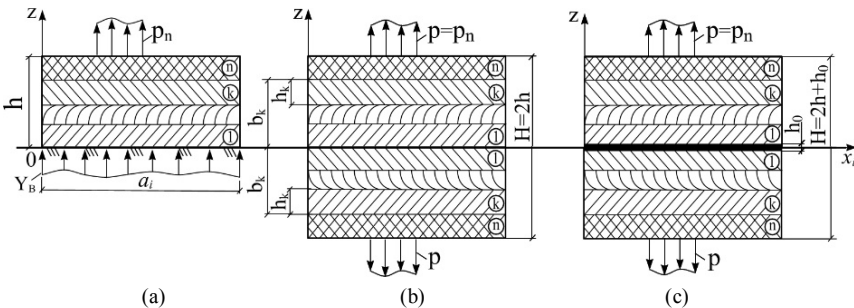


Fig. 1. Options of optimizing the design scheme of the plate:

- (a) – multilayer plate on a rigid foundation; (b) – symmetrical plate with sliding contact with the foundation; (c) – symmetrical plate with absolutely rigid contact with the foundation

Conditions of rigid contact without slipping are fulfilled between layers of a plate, however, when introducing thin layers of small relative rigidity, it is possible without any modifications of the statement of a problem to consider other conditions of interlayer contact.

The approach offered allows optimizing the refined model of the SSS plate considered in [4], which consisted of two qualitatively different types of SSS the flexural and unflexural ones. The flexural component of the SSS disappears because the SSS in a symmetrical structure of the plate under bilateral symmetrical loading is completely defined by the unflexural SSS. As a result, the number of unknown functions and thus, the order of differentiation of the resolving system of equations in the problem is significantly reduced.

In a continuous model [5], the components of the vector of normal $u_3^{(k)}$ and tangential $u_i^{(k)}$ displacements to the coordinate surface (see Fig. 1) are represented by the sums of the products of hypothetically given specifiedpower functions $\psi_{3t}^{(k)}, \psi_{ir}^{(k)}$ of the transverse coordinate z and the required functions γ_t, β_{ir} and v_i of the coordinate surface $x_1 O x_2$:

$$u_3^{(k)} = \psi_{3t,3}^{(k)}(z)\gamma_t + \psi_{33,3}^{(k)}(z)p; \quad t = \overline{1, 2}; \quad i = \overline{1, 2};$$

$$u_i^{(k)} = v_i - \psi_{3t}^{(k)}(z)\gamma_{t,i} - \psi_{33}^{(k)}(z)p_{,i} - \psi_{ir}^{(k)}(z)\beta_{ir}; \quad r = \overline{1, 4}, \quad (1)$$

where two functions γ_t model the influence of transverse compression, and eight functions β_{ir} shows the influence of transverse shear in the fourth approximation for each variable x_i ; p is the function of the given transverse load. Hereinafter, the differentiation with respect to x_α is designated bysubscripts after the comma, as well as the summation with respect to repeating subscriptsis also performed.

Model (1) is convenient in those problems where the load function has no breaks of the first and second kind and thus does not contradict the principle of continuity of displacements and the principle of differentiation of functions. In analytical calculation methods, model (1) is very effective [5]. However, it must be replaced for problems where the load function $p(x_i)$ has breaks in (1) by an unknown compression function. Thus, the model is also implemented in the form of:

$$u_3^{(k)} = \psi_{3t,3}^{(k)}(z)\gamma_t; \quad t = \overline{1, 3};$$

$$u_i^{(k)} = v_i - \psi_{3t}^{(k)}(z)\gamma_{t,i} - \psi_{ir}^{(k)}(z)\beta_{ir}. \quad (2)$$

The sought-for function $\gamma_3(x_i)$ is smooth and meets the conditions of continuity as well as functions $v_i, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{ir}$.

The functions $\psi_{3t}^{(k)}, \psi_{ir}^{(k)}$ modeling the distribution of displacement at coordinate z have the form [5]:

$$\psi_{3t,3}^{(k)} = \int_0^z a_{3333}^{(s)} F_t^{(s)} dz; \quad \psi_{33,3}^{(k)} = \int_0^z a_{3333}^{(s)} dz; \quad t = \overline{1, 2}; \quad r = \overline{1, 4};$$

$$\psi_{ir}^{(k)} = -\int_0^z a_{i3i3}^{(s)} f_{ir}^{(s)} dz; \quad \psi_l^{(k)} = \int_0^z \psi_{l,3}^{(s)} dz; \quad s = \overline{1, k}; \quad l = \overline{1, 3}. \quad (3)$$

In expressions (3), the functions $F_t^{(k)}(z)$ and $f_{ir}^{(k)}(z)$ approximate the distribution the stresses of transverse compression σ_{33} and shear σ_{i3} , respectively, along the plate height. They have the following form[5]:

$$\begin{aligned} f_{i1}^{(k)} &= \Theta_i^{(k)} - \Theta_i^{(n)}(b_n)\varphi_i^{(k)}; \quad \varphi_i^{(k)} = \int_{-b_n}^z A_{iiii}^{(s)} dz / \int_{-b_n}^{b_n} A_{iiii}^{(p)} dz; \\ f_{i(\omega+1)}^{(k)} &= \int_{-b_n}^z A_{iiii}^{(s)} \int_0^z a_{i3i3}^{(s)} f_{i\omega}^{(k)} dz^2 - \varphi_i^{(k)} \int_{-b_n}^{b_n} A_{iiii}^{(p)} \int_0^{b_n} a_{i3i3}^{(s)} f_{i\omega}^{(s)} dz^2; \\ F_t^{(k)} &= \int_{-b_n}^z (f_{1t}^{(s)} + f_{2t}^{(s)}) dz; \quad k, p = \overline{1, n}; \quad s = \overline{1, k}; \\ \Theta_i^{(k)} &= \varphi_{3i}^{(k)} + \zeta_{0i(\chi)} \varphi_{4i}^{(k)}; \quad \varphi_{3i}^{(k)}(z) = \int_{-b_n}^z A_{iiii}^{(s)} \varphi_0^{(s)} dz; \quad \omega = \overline{1, 3}; \\ \varphi_{4i}^{(k)}(z) &= \int_{-b_n}^z A_{iiii}^{(s)} \int_{-b_n}^z dz^2; \quad \varphi_0^{(k)}(z) = \int_{-b_n}^z \int_{-b_n}^z a_{3333}^{(s)} dz^2, \end{aligned} \quad (4)$$

where $f^{(n)}(b_n)$ is the value of the function at $z = b_n$; $A_{\alpha\beta\gamma\delta}$ and $a_{\alpha\beta\gamma\delta}$ are the coefficients of Hooke's law $\sigma_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta\gamma\delta} e_{\gamma\delta}$ and $e_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta\gamma\delta} \sigma_{\gamma\delta}$; for transverse isotropy and symmetry layers, $\Theta_1^{(k)} = \Theta_2^{(k)}$, $f_{1r}^{(k)} = f_{2r}^{(k)}$ and $\zeta_{01(\chi)} = \zeta_{02(\chi)} = 0$.

Using the Lagrange variational principle and the method described in [3, 5], for model (2) we come to the system of differential equations in generalized forces

$$\begin{aligned} N_{ij, j} &= 0 \quad (\delta u_i); \quad M_{ij, ij}^{[3t]} - N_3^{[3t]} = 0 \quad (\delta \gamma_t); \quad i, j = \overline{1, 2}; \quad t = \overline{1, 3}; \\ M_{li, i}^{[1r]} - Q_1^{[1r]} + M_{2i, i}^{[2r]} - Q_2^{[2r]} &= 0 \quad (\delta \beta_{ir}); \quad r = \overline{1, 4}, \end{aligned} \quad (5)$$

and boundary conditions at the plate and face $x_m = 0$ and $x_m = a_m$

$$\begin{aligned} (N_{im} - N_{im}^*) \delta u_m &= 0; \quad (M_{mm, m}^{[3t]} + M_{mj, j}^{[3t]} - M_{ml, l}^{[3t]*} - Q_m^{[3t]*}) \delta \gamma_t = 0; \\ (M_{mm}^{[3t]} - M_{mm}^{[3t]*}) \delta \gamma_{t, m} &= 0; \quad (M_{mm}^{[mr]} + M_{ml}^{[lr]} - M_{mm}^{[mr]*} - M_{ml}^{[lr]*}) \delta \beta_{ir} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Here, the assigned forces operating at the end faces of the plate are designated by the asterisk.

In equations (5) and (6), the following generalized forces are assumed:

$$\begin{bmatrix} N_{ij}, M_{ij}^{[3t]}, M_{ij}^{[ir]} \\ Q_i^{[jr]}, N_3^{[3t]} \end{bmatrix} = \int_0^h \begin{bmatrix} \sigma_{ij}^{(k)}, \sigma_{ij}^{(k)} \psi_{3t}^{(k)}, \sigma_{ij}^{(k)} \psi_{ir}^{(k)} \\ \sigma_{i3}^{(k)} \psi_{jr}^{(k)}, \sigma_{33}^{(k)} \psi_{3t}^{(k)}, \sigma_{33}^{(k)} \psi_{33}^{(k)} \end{bmatrix} dz. \quad (7)$$

The resolving system of equations in displacement functions is derived from system (5) by substituting expressions of forces (7), with the use of kinematic hypotheses (2), Cauchy relations, and Hooke's law, and can be presents as

$$L_i^{(c)}(u_i) + L_{ir}^{(c)}(\beta_{ir}) + L_{3t}^{(c)}(\gamma_t) = 0; \quad c = \overline{1, 7}, \quad (8)$$

where $L_{\alpha r}^{(c)}$ are differential operators described in [5].

Numerical results and their analysis. In order to substantiate the scope of usage of the models offered, depending on the plate size, the following is the problem of plane deformation of the homogeneous isotropic plate ($\nu = 0,3$) on a rigid foundation under the influence of a sinusoidal load $p = p_0 \sin(\pi x_1 / a_1)$. The plate was calculated using four variants of the proposed models, which are marked (Table 1 and Fig. 2, 3), respectively, $M_1(1,1)$ is an optimized model with a given load function (1) which contained one unknown function of transverse compression C_1 , and one transverse shift function S_1 ; $M_1(2,2)$ – model (1) with C_2, S_2 ; $M_2(2,2)$ – the optimized model (2) with no apparent function of load C_2, S_2 . $M_3(3,3)$ is a general model [4] for the scheme on (Fig. 1(a)) with C_3 and S_3 .

Table 1

Calculation of plane deformation of an isotropic plate on a rigid foundation

	T	$M_3(3,3)$	$M_1(1,1)$	$M_1(2,2)$	$M_2(2,2)$
$a_1 = 2h$					
$-10u_3^{\#} (\Delta, \%)$	8,35	8,66 (3,66)	8,74 (4,58)	8,59 (2,86)	8,34 (0,1)
$-10\sigma_{11}^{\#} (\Delta, \%)$	5,72	7,05 (23,2)	6,75 (17,4)	6,65 (16,3)	6,20 (8,3)
$-10\sigma_{22}^{\#} (\Delta, \%)$	4,72	6,32 (33,9)	5,02 (6,25)	5,85 (24,0)	4,86 (2,9)
$-10u_1^{\#} (\Delta, \%)$	3,40	3,39 (0,19)	3,34 (1,7)	3,42 (0,6)	3,43 (0,7)
$a_1 = 3h$					
$-10u_3^{\#} (\Delta, \%)$	8,90	9,15 (2,76)	9,13 (2,58)	9,06 (1,73)	8,90 (0)
$-10\sigma_{11}^{\#} (\Delta, \%)$	3,13	3,70 (18,1)	3,65 (16,7)	3,68 (17,5)	3,37 (7,8)
$-10\sigma_{22}^{\#} (\Delta, \%)$	3,94	4,58 (16,3)	4,10 (3,95)	4,58 (16,1)	4,01 (1,8)
$-10u_1^{\#} (\Delta, \%)$	4,79	4,84 (1,0)	4,82 (0,7)	4,83 (0,9)	4,80 (0,2)
$a_1 = 5h$					
$-10u_3^{\#} (\Delta, \%)$	9,07	9,13 (0,7)		9,14 (0,8)	9,07 (0)
$-10\sigma_{11}^{\#} (\Delta, \%)$	1,25	1,49 (19)		1,48 (18)	1,34 (7,4)
$-10\sigma_{22}^{\#} (\Delta, \%)$	3,37	3,64 (7,9)		3,63 (3,8)	3,40 (1,0)
$-10u_1^{\#} (\Delta, \%)$	7,03	7,07 (0,5)		7,08 (0,6)	7,04 (0,1)

Table 1 offers the values of maximum relative displacements $u_{\alpha}^{\#} = u_{\alpha}^{\max} E / p_0 h$, and maximum relative stresses $\sigma_{ii}^{\#} = \sigma_{ii}^{\max} / p_0$. The brackets show the errors in comparison with three-dimensional solutions (T) for the problem of flat deformation and for a square plate, which are here and

hereafter obtained by the method [6]. The distribution of errors is also shown in the graphs (Fig. 2).

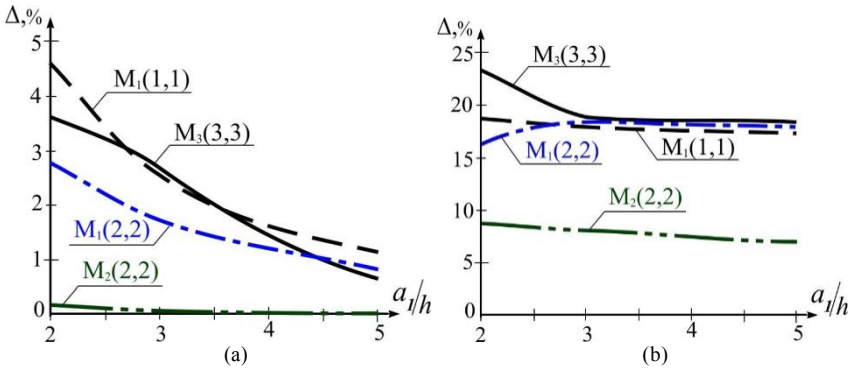


Fig. 2. Distribution of relative errors in a homogeneous isotropic plate:

(a) normal deflections $u_3^\#$; (b) maximum stresses $\sigma_{11}^\#$

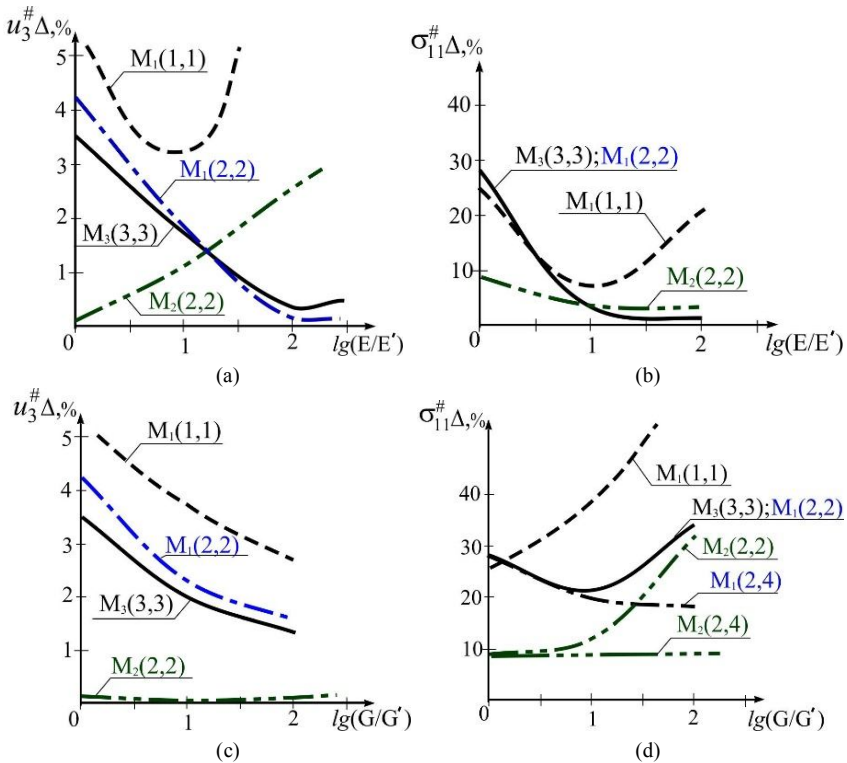


Fig. 3. Distribution of relative errors in a homogeneous transversely isotropic plate:

(a), (c) for normal deflections $u_3^\#$; (b), (d) for maximum stresses $\sigma_{11}^\#$

As can be seen from the results of the calculation for the isotropic plate (Table 1, Fig. 2), the errors in the calculations decrease along with the decreasing relative thickness. It should be noted that for the optimized plate scheme, the plate thickness in the calculation scheme is doubled. For maximum stresses, the convergence of the models is slightly worse than for displacements (Fig. 2). The best results for an isotropic plate were obtained according to the optimized model (2) with an unknown load function $M_2(2,2)$ which allows calculating very thick plates which are almost arrays.

To substantiate the scope of the proposed models, depending on the physical parameters, the influence of the ratios of the elastic characteristics of the plate on the accuracy of the models is investigated (Fig. 3).

Solutions for a square plate with Navier boundary conditions under the action of a sinusoidal load at slip without friction contact of plate with a rigid foundation were analyzed (Fig. 3, Table 2). Plate material transversely isotropic with $\nu = 0,3$; $\nu'' = 0,1$; $\nu''/E = \nu'/E'$; $a = 3h$ ($a = 1,5H$). Modules of elasticity and shear in the isotropy plane are E, G , and in the perpendicular direction – E', G' .

Table 2

Comparison of maximum deflections $u_3^{\#}$ and maximum stresses $\sigma_{11}^{\#}$ in a square plate with a three-dimensional solution

Model	$B1 = 0$; $B2 = 0$		$B1 = 1$; $B2 = 0$		$B1 = 2$; $B2 = 0$		$B1 = 0$; $B2 = 2$	
	$u_3^{\#}$	$\sigma_{11}^{\#}$	$u_3^{\#}$	$\sigma_{11}^{\#}$	$u_3^{\#}$	$\sigma_{11}^{\#}$	$u_3^{\#}$	$\sigma_{11}^{\#}$
$M_1(1,1)$ ($\Delta, \%$)	0,906 (6,95)	0,629 (27,2)	6,406 (3,12)	2,245 (6,5)	35,97 (15)	8,40 (22,4)	0,933 (2,73)	0,390 (90)
$M_1(2,2)$ ($\Delta, \%$)	0,883 (4,2)	0,631 (27,5)	6,327 (1,85)	2,190 (3,9)	31,43 (0,74)	6,898 (0,52)	0,922 (1,57)	0,289 (41,2)
$M_2(2,2)$ ($\Delta, \%$)	0,847 (0,08)	0,540 (9,1)	6,279 (1,08)	2,183 (3,55)	30,40 (2,5)	7,069 (3,0)	0,907 (0,07)	0,270 (32)
$M_3(3,3)$ ($\Delta, \%$)	0,877 (3,5)	0,635 (28,4)	6,320 (1,74)	2,189 (3,89)	31,37 (0,54)	6,885 (0,34)	0,920 (1,3)	0,274 (34)
T	0,848	0,495	6,212	2,108	31,98	6,862	0,908	0,205

Table 2 introduces the denomination $\lg(E/E') = B1$, $\lg(G/G') = B2$ and in the transverse-isotropy the relation is true: $\nu''/E = \nu'/E'$ with $\nu'' = 0,1$. Are accepted $\nu = 0,3$; $\nu' = 0,3$ for $B1 = 0$; and $\nu = 0,3$; $\nu' = 0,01$ for $B1 = 1$; and $\nu = 0,3$; $\nu' = 0,001$ for $B1 = 2$.

Approximate solutions were compared with three-dimensional solutions (T). It is shown that in especially thick square plates, for example with $a/H = 1,25$ (see Fig. 2), when G/G' increases, the number of transverse shear functions must also increase: with $G/G' < 100$ two shear functions $S_{r_i} = 2$ are required in each of the orthogonal directions x_i ; and if $100 \leq G/G' \leq 500$ – $S_{r_i} = 3 \div 4$. As ratio E/E' increases, the number of functions of transverse compression must also grow C_t : if $E/E' \leq 10$ using one function $C_t = 1$ is enough, and if $10 \leq E/E' \leq 1000$ two functions of compression are required. $C_t = 2$. The plate with the ratio $a/H = 1,5$ requires the same number of unknown functions, whereas the plate with the ratio $a/H = 2,5$ it is possible to reduce the number of unknown functions. Note that the errors of stresses σ_{11} are greater than for displacements u_α (see Fig. 3).

The results obtained by the M_2 model are more accurate than by the M_1 and M_3 models, at with the same number of unknown functions in the models.

Conclusions. As can be seen above from the results of the test problems calculations, the constructed mathematical model allows us to obtain results that are qualitatively and quantitatively close to three-dimensional solutions. The model can be used to calculate the SSS of significantly thick plates ($a/H=1,5$), with a wide range of changes to the parameters of the relative transtropy in the layer ($1 \leq E/E' \leq 500$, $1 \leq G/G' \leq 500$) and significant differences in the stiffness of the individual layers ($E^{(k)}/E^{(k+1)} = 10^3 \div 10^5$).

It should be noted that the results of calculations with the usage of an optimized approach to the formation of the design scheme of the plate that employs the models of the unflexural SSS (M_1, M_2) and the general model M_3 describing both flexural and unflexural SSS in a given plate are quite close. However, the optimized approach with models M_1, M_2 allows to obtain reliable results with fewer required functions and with less general order of the differentiation of the calculated system of equations.

REFERENCES

1. Piskunov V.G. Ob odnom variante neklassicheskoy teorii mnogosloynnykh pologikh obolochek I plastin [On a variant of the nonclassical theory of multilayer flat shells and plates (in Russian)] // Applied Mechanics. – 1979. – Vol. 15, № 11. – P.76-81.
2. Rasskazov A.O. K teorii mnogosloynnykh ortotropnykh pologikh obolochek [On the theory of multilayer orthotropic flat shells(in Russian)] // Applied Mechanics. – 1976. – Vol. 12, № 11. – P. 50-56.
3. Gurtovyi O.G. Vysokotochnoye modelirovaniye deformirovaniya sloistykh struktur [High-precision modeling of deformation of layered structures (in Russian)] // Mechanics of composite materials. – 1999. - V. 35, № 1. - P. 13–28.
4. Gurtovyi O.G., Tynchuk S.O. Zadacha poperechnoho deformuvannya transversalnoizotropnoyi plyty pry kontakti z absolyutno zhorstkoyu osnovoyu [The problem of transverse deformation of a transverse isotropic plate in contact with an absolutely rigid foundation (in Ukrainian)] // Collection of. Science. works - Bulletin of UDUVGP - Rivne. - 2004. - Issue 2 (26). - P.222-229.
5. Gurtovyi O.G., Tynchuk S.O. Bezyzhibnaya utochnennaya model deformirovaniya mnogosloynnykh plit na nedeformiruyemom osnovanii [An unflexural refined model of

deformation of multilayer plates on an undeformable foundation (in Russian)] // Mechanics of composite materials. - 2006. - V. 42, № 5. - P. 643–654.

6. Piskunov V.G., Sipetov V.S., Tuymetov Sh.Sh. Resheniye zadach statiki dlya sloistykhn ortotropnykh plit v prostranstvennoy postanovke [Solution of statics problems for layered orthotropic plates in a spatial setting (in Russian)] // Applied Mechanics. - 1990. - V. 26, № 2. - P.41–49.

Стаття надійшла 18.06.2022

Гуртовий О.Г., Тинчук С.О., Угрин Л.С.

УТОЧНЕНІ МОДЕЛІ В ЗАДАЧАХ ДЕФОРМУВАННЯ БАГАТОШАРОВИХ ПЛИТ НА ЖОРСТКІЙ ОСНОВІ

Аналіз та оцінка напружено-деформованого стану (НДС) багатошарових плит на жорстких основах при дії стаціонарного поперечного навантаження є актуальною задачею, оскільки до неї зводяться розрахунки міцності та деформативності різного роду однорідних та багатошарових покриттів. Це розрахунок дорожнього одягу на відносно жорстких мостових конструкціях, або на недеформівному підстилаючому шарі, захисних багатошарових покриттів плоских елементів конструкцій більшої жорсткості, ніж покриття, деталей тощо. Об'єднання матеріалів з ізотропними та трансверсально-ізотропними фізичними характеристиками в багатошаровий пакет дозволяє створювати багатифункціональні конструкції. НДС таких конструкцій, зважаючи на їх структурну неоднорідність та відносно низьку поперечну жорсткість окремих шарів, суттєво пов'язаний з впливом деформацій поперечного зсуву та деформацій поперечного обтіснення. Тому актуальною є задача уточненого моделювання НДС плит, яка б враховувала ці види деформацій. Ґрунтуючись на розкладанні НДС плити на згиніві та беззгиніві складові, пропонується оптимізація розрахункової схеми деформування прямокутної багатошарової плити на жорсткій основі. Суть оптимізації полягає в розгляді такої розрахункової схеми плити, в якій НДС плити повністю описувався б лише однією складовою, а саме беззгинівію складовою НДС. Для цього замість реальної конструкції багатошарової плити, що деформується без відриву від основи, пропонується розглянути розрахункову схему плити, яка утворена симетричною добудовою відносно поверхні контакту даної плити з основою. У цьому випадку плита буде двосторонньо симетрично навантаженою відносно серединної поверхні плити, а товщина плити збільшиться вдвоє. НДС плити буде беззгинівім, що суттєво спрощує його моделювання. Для беззгинівію НДС побудовані в пружній постановці двовимірні, високого ступеня ітераційного наближення, але тривимірні за характером відображення НДС моделі деформування багатошарових прямокутних плит на жорсткій основі з ізотропними та трансверсально-ізотропними шарами, які достатньо повно враховують деформації поперечного зсуву та поперечного обтіснення при поперечному навантаженні плити. Розв'язанням тестових задач деформування ізотропних та трансверсально-ізотропних плит на жорсткій основі з ковзким та жорстким контактом з основою, та порівнянням розв'язків з отриманими за відомими методиками точними тривимірними розв'язками цих задач, дано оцінку точності запропонованих уточнених моделей. Встановлено межі допустимих параметрів пружних характеристик трансверсально-ізотропних плит для застосування запропонованих моделей.

Ключові слова: уточнена модель, плита багатошарова, жорстка основа, поперечний зсув, поперечне обтіснення.

Gurtoviyi O.G., Tynchuk S.O., Ugrin L.S.

SPECIFIED MODELS IN THE PROBLEMS OF THE DEFORMATION OF MULTILAYER PLATES ON A RIGID FOUNDATIONS

The analysis and estimation of the stress-strain state (SSS) of multilayered plates on a rigid foundation under the action of stationary transverse loading is an urgent task. As it includes the calculations of strength and deformability of various homogeneous and multilayer coatings. This is the calculation of pavement on relatively rigid bridge structures, or on a non-deformable underlying layer, protective multilayer coatings of flat elements of structures of greater rigidity

than roofing, parts and more. Combining materials with isotropic and transversely isotropic physical characteristics into a multilayer package allows you to create multifunctional structures. The SSS of such structures, due to their structural heterogeneity and relatively low transverse stiffness of the individual layers, is significantly associated with the influence of transverse shear deformations and transverse compression deformations. Therefore, the problem of refined modeling of SSS plates, which would take into account these types of deformations, is urgent. Based on the decomposition of the SSS plate into flexural and unflexural components, it is proposed to optimize the design scheme of deformation of a rectangular multilayer plate on a rigid foundation. The essence of optimization is to consider such a calculation scheme of the plate, in which the SSS of the plate would be fully described by only one component, namely the unflexural component of SSS. To do this, instead of the actual design of the multilayer plate, which is deformed without separation from the foundation, it is proposed to consider the design scheme of the plate, which is formed by symmetrical completion relative to the contact surface of the plate with the foundation. In this case, the plate will be bilaterally symmetrically loaded relative to the middle surface of the plate, and the thickness of the plate will double. SSS plate will be unflexural, which greatly simplifies its modeling. For unflexural SSS, a two-dimensional, high-degree iterative approximation, but three-dimensional models of deformation of multilayer rectangular plate on a rigid foundation with isotropic and transverse-isotropic layers are constructed in an elastic formulation. That models takes full account deformation of transverseshear and transverse compression at transverse loading of a plate. By solving the test problems of deformation of isotropic and transversely isotropic plates on a rigid foundation with sliding and rigid contact with the foundation, and comparing the solutions with the exact three-dimensional solutions of these problems obtained by known methods, the accuracy of the proposed refined models is estimated. The limits of admissible parameters of elastic characteristics of transversely isotropic plates for application of the offered models are established.

Keywords: refined model, multilayered plate, rigid foundation, transverse shear, transverse compression.

УДК 539.3

Гуртовий О.Г., Тинчук С.О., Угрин Л.С. Уточнені моделі в задачах деформування багатопшарових плит на жорсткій основі // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 331-341. – Англ.

Для дослідження напружено-деформованого стану (НДС) багатопшарових товстих плит на жорсткій основі досліджено застосування побудованих уточнених моделей беззгинавого НДС. Розрахунками підтверджено ефективність і точність методики моделювання, яка дозволяє отримати розв'язки близькі до тривимірних.

Табл. 2. Іл. 3. Бібліогр. 6 назв.

UDK 539.3

Gurtovyi O.G., Tynchuk S.O., Ugrin L.S. Specified models in the problems of the deformation of multilayer plates on a rigid foundations// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 331-341.

For research of stress-strain state (SSS) of multilayered thick plates on a rigid foundation are investigated the use of constructed refined models of unflexural SSS. Calculations confirm the efficiency and accuracy of such approach, which allows one to obtain solutions close to three-dimensional ones.

Табл. 2. Fig. 3. Ref. 6.

УДК 539.3

Гуртовий А.Г., Тинчук С.А., Угрин Л.С. Уточненные модели в задачах деформирования многослойных плит на жестком основании // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 109. – С. 331-341. – Англ.

Для исследования напряженно деформированного состояния (НДС) многослойных толстых плит на жестком основании исследовано применение построенных уточненных моделей беззгибного НДС. Расчетами подтверждена эффективность и точность методики моделирования, позволяющая получить решения близкие к трехмерным.

Табл. 2. Ил. 3. Библиогр. 6 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри мостів і тунелів, опору матеріалів і будівельної механіки ГУРТОВИЙ Олексій Григорович

Адреса робоча: 33028 Україна, м. Рівне, Соборна, 11. Національний університет водного господарства та природокористування, ГУРТОВОМУ Олексію Григоровичу.

Адреса домашня: 33024 Україна, м. Рівне, вул. Міцкевича 3, кв. 67. ГУРТОВОМУ Олексію Григоровичу.

Мобільний тел.: +38(067) 380-45-78

E-mail: o.g.gurtovyi@nuwm.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-2651-948X>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри мостів і тунелів, опору матеріалів і будівельної механіки ТИНЧУК Сергій Олександрович

Адреса робоча: 33028 Україна, м. Рівне, Соборна, 11. Національний університет водного господарства та природокористування, ТИНЧУКУ Сергію Олександровичу.

Адреса домашня: 33024 Україна, м. Рівне, Соборна, 275, кв. 70. ТИНЧУКУ Сергію Олександровичу.

Мобільний тел.: +38(098) 771-14-94

E-mail: s.o.tynchuk@nuwm.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-1763-8620>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки УГРИН Любомир Степанович

Адреса робоча: 79020 Україна, м. Львів, вул. Під Голоском, 19, Українська Академія Друкарства, УГРИНУ Любомиру Степановичу.

Адреса домашня: 79032 Україна, м. Львів, вул. Пасічна, 85 кв. 105. УГРИНУ Любомиру Степановичу.

Мобільний тел.: +38(096) 799-04-37

E-mail: lubouh@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-0190-2343>

УДК 539.3

**МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД ПРЯМИХ В СТАТИЧНИХ ЗАДАЧАХ
ВІСЕСИМЕТРИЧНИХ НЕТОНКИХ ПЛАСТИН****О.П. Кошевий,**

канд. техн. наук, доц.

Д.В. Левківський,

канд. техн. наук, доц.

А.Г. Чубарев**М.О. Янсонс***Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.342-358

Проведено аналіз альтернативних чисельних методів і показано можливість комбінованих чисельно-аналітичних методів, що можуть давати більш точні та об'єктивні результати. Приведені вихідні рівняння для вирішення вісесиметричної задачі та розглянуті граничні умови на торцевих і бічних поверхнях розрахункового елемента. В результаті чого отримуємо систему диференціальних рівнянь у частинних похідних, що розв'язується чисельно-аналітичним (модифікованим) методом прямих.

Ключові слова: редуковані граничні умови, редуковані рівняння рівноваги в частинах, система диференціальних рівнянь, система редукованих диференціальних рівнянь у формі Коші, метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова.

Вступ. Однією з важливих конструктивних форм об'єктів будівництва, елементів машин і механізмів є вісесиметричні тіла (фундаменти кільцевих споруд, тунелі, колодязі, димові труби, шестерні, колеса тощо). В результаті динамічних впливів у цих об'єктах виникає складний просторовий напружено-деформований стан, який призводить до ускладнень стану матеріалів. Проектування таких конструкцій вимагає об'єктивного дослідження напружено-деформований стан. Навіть використання сучасних програмних комплексів оснований на МСЕ, не завжди точно визначає напружено-деформований стан таких складних об'єктів. Альтернативою універсальним чисельним методам є комбіновані чисельно-аналітичні методи, що можуть дати більш точні та об'єктивні результати. Одним із класичних комбінованих методів будівельної механіки є метод прямих, який в статичних задачах надає об'єктивний і точний результат [1, 2]. Однак до задач динаміки цей метод не застосовувався. У роботах [3, 4] запропоновано узагальнення методу прямих, який можна застосовувати не тільки до статичних задач, але й динамічних. Дана робота поширює згаданий метод на динамічні задачі для вісесиметричних тіл і є продовженням роботи [6, 7, 11, 12].

Вихідні рівняння. Напружено-деформований стан нетонких кільцевих пластин (рис. 1) при дії силових і кінематичних впливів є просторовим і

тому описується рівняннями просторової задачі теорії пружності у циліндричній системі координат [9].

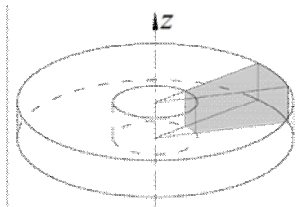


Рис. 1. Нетонка кільцева пластина

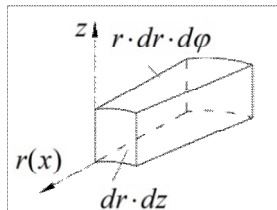


Рис. 2. Обрана розрахункова область

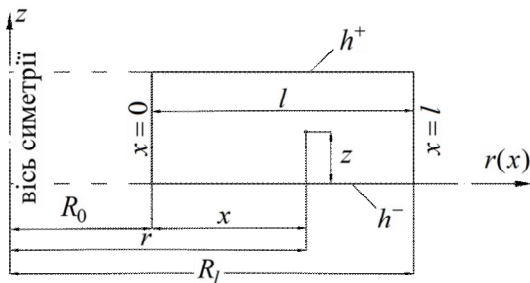


Рис. 3. Осьовий переріз кільцевої пластини

У частинному випадку вісесиметричної задачі розрахункова область показана на рис. 2, а осьовий переріз пластини показан на рис. 3. Тоді розрахунковими рівняннями є:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{r} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \sigma_{\theta\theta} &= \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + (\lambda + 2\mu) \frac{u_r}{r} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \sigma_{zz} &= \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{r} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \sigma_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right); \end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} + X_r = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + X_z = 0.$$

Граничні умови. Запишемо рівняння рівноваги відносно осей для торцевих поверхонь (рис. 4):

$$\sum r = 0; \quad -\sigma_{zr}^N + q_r^+(x) + k_{zr}^+ (\Delta_{zr}^+(x) - u_r^N(x)) = 0;$$

$$\begin{aligned} \Sigma z = 0; & -\sigma_{zz}^N(x) + q_z^+(x) + k_{zz}^+(\Delta_{zz}^+(x) - u_z^N(x)) = 0. \\ \Sigma r = 0; & \sigma_{zr}^1(x) + q_r^-(x) + k_{zr}^-(\Delta_{zr}^- - u_r^1(x)) = 0; \\ \Sigma z = 0; & \sigma_{zz}^1(x) + q_z^-(x) + k_{zz}^-(\Delta_{zz}^-(x) - u_z^1(x)) = 0. \end{aligned}$$

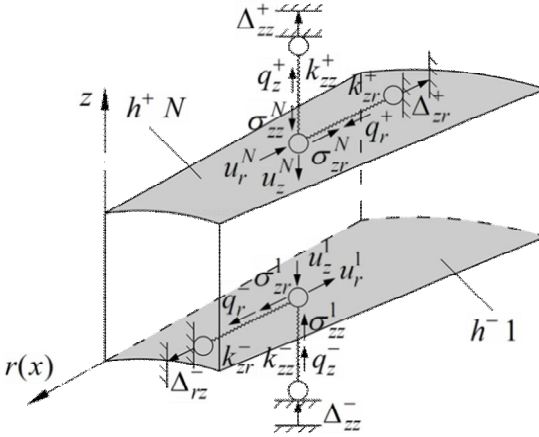


Рис. 4. Граничні умови на торцевих поверхнях

Остаточно маємо:

$$\begin{aligned} \sigma_{rz}^1(x) &= k_{rz}^- u_r^1(x) - k_{rz}^- \Delta_{rz}^-(x) - q_r^-(x); \\ \sigma_{zz}^1(x) &= k_{zz}^- u_z^1(x) - k_{zz}^- \Delta_{zz}^-(x) - q_z^-(x); \\ \sigma_{rz}^N(x) &= -k_{rz}^+ u_r^N(x) + k_{rz}^+ \Delta_{rz}^+(x) + q_r^+(x); \\ \sigma_{zz}^N(x) &= -k_{zz}^+ u_z^N(x) + k_{zz}^+ \Delta_{zz}^+(x) + q_z^+(x). \end{aligned}$$

Запишемо рівняння рівноваги відносно осей для бічних поверхонь (рис. 5):

$$\begin{aligned} \Sigma r = 0; & \sigma_{rr}^0(z) + q_r^0 + k_{rr}^0(\Delta_{rr}^0 - u_r^0(z)) = 0; \\ \Sigma z = 0; & \sigma_{zr}^0(z) + q_z^0 + k_{zr}^0(\Delta_{zr}^0 - u_z^0(z)) = 0. \\ \Sigma r = 0; & -\sigma_{rr}^l(z) + q_r^l + k_{rr}^l(\Delta_{rr}^l - u_r^l(z)) = 0; \\ \Sigma z = 0; & -\sigma_{zr}^l(z) + q_z^l + k_{zr}^l(\Delta_{zr}^l - u_z^l(z)) = 0. \end{aligned}$$

Остаточно маємо:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^0(z) &= -q_r^0 - k_{rr}^0(\Delta_{rr}^0 - u_r^0(z)) = 0; \\ \sigma_{zr}^0(z) &= -q_z^0 - k_{zr}^0(\Delta_{zr}^0 - u_z^0(z)) = 0; \end{aligned}$$

$$\sigma_{rr}^l(z) = q_r^l + k_{rr}^l (\Delta_{rr}^l - u_r^l(z)) = 0;$$

$$\sigma_{zr}^l(z) = q_z^l + k_{zr}^l (\Delta_{zr}^l - u_z^l(z)) = 0.$$

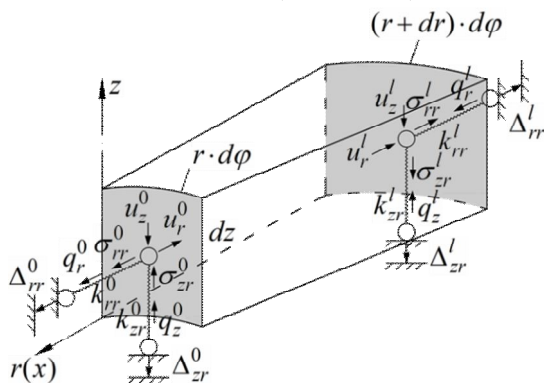


Рис. 5. Граничні умови на бічних поверхнях

Вихідні рівняння є системою диференціальних рівнянь в частинних похідних, які передбачається розв'язувати чисельно-аналітичним методом прямих. Класичний варіант методу прямих використовує чисельний метод скінчених різниць для зниження вимірності вихідних рівнянь по одній з просторових змінних (як правило поперечній z) та подальшому розрахунку одновимірної граничної задачі (це головна особливість методу прямих) аналітичними або наближеними методами.

У роботах [1, 2] було відзначено, що класичний варіант методу прямих призводить до редукованих рівнянь, які погано пристосовані до розв'язування найбільш розповсюдженими чисельними методами. У цих роботах було запропоновано для зниження вимірності вихідних рівнянь використовувати проєкційний метод Бубнова–Галеркіна–Петрова [3] з використанням базисних локально зосереджених функцій («функції-кришки»)[5]. Було зазначено, що з точки зору евклідового простору зі

скалярним добутком $(f(z), g(z)) = \int_{h^-}^{h^+} f(z) \cdot g(z) dz$ система базисних

функцій є косокутною, в зв'язку з чим алгебраїчні перетворення рівнянь аналогічні перетворенням тензорної алгебри, тому подальші викладки у модифікованому методі прямих використовують позначення та алгебраїчні дії тензорної алгебри [4].

Для побудови редукованих статичних рівнянь вихідні рівняння перепишемо у вигляді:

$$\frac{\partial u_r}{\partial x} = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r}{R_0 + x} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{\lambda + 2\mu} \sigma_{rr};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial x} &= -\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{1}{\mu} \sigma_{rz}; \\ \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial x} &= -\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} - \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} - X_r; \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial x} &= -\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \frac{\sigma_{rz}}{R_0 + x} - X_z. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= \lambda \frac{\partial u_r}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{u_r}{R_0 + x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \sigma_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

У цих та подальших рівняннях зручно перейти від просторової змінної r до змінної x , враховуючи, що відповідні вихідні співпадають – при $r = R_0 + x$, $\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x}$.

Оскільки невідомій функції $f(x, z)$ у випадку косокутного базису $\{\varphi_i(z)\}$ ($i = \overline{1, N}$) можна поставити у відповідність два тип величин – $f^i(x)$ – контрваріантні індексні величини, або коефіцієнти в розкладі по основному базису $\{\varphi_i(z)\}$ або коваріантні величини $f_i(x)$ – скалярні добутки – моменти відносно елементів основного базису. В той же час елементи $f_i(x)$ можна розглядати як коефіцієнти розкладу по елементах взаємного базису $\{\varphi^i(z)\}$, або вони є моментами відносно елементів основного базису.

Далі також використовуються метричні тензори другого рангу $g_{ij} = (\varphi_i(z), \varphi_j(z))$, $g^{ij} = (\varphi^i(z), \varphi^j(z))$, $\delta_i^j = (\varphi_i(z), \varphi^j(z))$, $\delta^i_j = (\varphi^i(z), \varphi_j(z))$, а також співвідношення між матрицями двічі коваріантного та двічі контрваріантного тензора $\{g_{ij}\}^{-1} = \{g^{ij}\}$. У публікаціях [1,2] редуковані рівняння будувалися в моментах відносно основного базису. Подальші дослідження виявили, що зручніше для подальшого застосування чисельних методів є редуковані рівняння, отримані в коефіцієнтах відносно основного базису [6,7]. Для цього необхідно вихідні рівняння проектувати на елементи взаємного базису.

Редукуємо перше рівняння системи (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial x} &= \left(-\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r}{R_0 + x} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{\lambda + 2\mu} \sigma_{rr} \right), \varphi^i(z) \rightarrow \\ \rightarrow \frac{du_r^i}{dx} &= -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r^i}{R_0 + x} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \int_{h^-}^{h^+} \frac{\partial u_z}{\partial z} \varphi^i(z) dz + \frac{1}{\lambda + 2\mu} \sigma_{rr}^i \rightarrow \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{du_r^i(x)}{dx} = -\frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0+x} - \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x) + \frac{1}{\lambda+2\mu} \sigma_{rr}^i.$$

Тут виконано перетворення

$$\begin{aligned} -\frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \int_{h^-}^{h^+} \frac{\partial u_z}{\partial z} \varphi^i(z) dz &= -\frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \int_{h^-}^{h^+} \frac{\partial(u_z^\alpha \varphi_\alpha(z))}{\partial z} g^{ij} \varphi_j(z) dz = \\ &= \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} g^{ij} \int_{h^-}^{h^+} u_z^\alpha \cdot \varphi_\alpha'(z) \cdot \varphi_j(z) dz = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha. \end{aligned}$$

По індексах, що повторюються, передбачається підсумовування (узгодження Ейнштейна).

Аналогічно редукується друге рівняння системи (2) та рівняння (3). За допомогою редукованого рівняння (4) з редукованих рівнянь для $\sigma_{\theta\theta}^i$ та

σ_{zz}^i виключається похідна $\frac{du_z^i}{dx}$:

$$\begin{aligned} \frac{du_z^i}{dx} &= -g^{ij} b_{j\alpha} u_r^\alpha(x) + \frac{1}{\mu} \sigma_{rz}^i(x); \\ \sigma_{\theta\theta}^i &= \lambda \frac{\partial u_r^i(x)}{\partial x} + \frac{\lambda+2\mu}{R_0+x} u_r^i(x) + \lambda g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x) = \\ &= \lambda \left[-\frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0+x} - \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\lambda+2\mu} \sigma_{rr}^i \right] + \frac{\lambda+2\mu}{R_0+x} u_r^i(x) + \lambda g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x) = \\ &= \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0+x} + \frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu} g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x) + \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \sigma_{rr}^i; \\ &\left(\sigma_{zz} = \lambda \frac{u_r}{\partial x} + \lambda \frac{u_r}{R_0+x} + (\lambda+2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}, \varphi^i(z) \right) \rightarrow \\ &\rightarrow \sigma_{zz}^i = \lambda \frac{du_r^i}{dx} + \lambda \frac{u_r^i}{R_0+x} + (\lambda+2\mu) g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x) = \\ &= \lambda \left[-\frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0+x} - \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x) + \frac{1}{\lambda+2\mu} \sigma_{rr}^i \right] + \\ &\quad + \lambda \frac{u_r^i}{R_0+x} + (\lambda+2\mu) g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x); \\ \sigma_{zz}^i &= \frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0+x} + \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha(x) + \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \sigma_{rr}^i(x). \end{aligned}$$

Остаточно система редукованих рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned}\frac{du_z^i}{dx} &= -g^{ij}b_{j\alpha}u_r^\alpha(x) + \frac{1}{\mu}\sigma_{rz}^i(x); \\ \sigma_{\theta\theta}^i &= \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0 + x} + \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} g^{ij}b_{j\alpha}u_z^\alpha(x) + \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\sigma_{rr}^i; \\ \sigma_{zz}^i &= \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0 + x} + \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} g^{ij}b_{j\alpha}u_z^\alpha(x) + \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\sigma_{rr}^i(x).\end{aligned}\quad (4)$$

Редукування рівнянь рівноваги частин. Рівняння рівноваги мають особливість зниження вимірності. При обчисленні інтегралу, під знаком якого стоїть похідна по змінній z від компоненти тензору напружень, необхідно «пом'якшувати» інтегрування по відповідній змінній [3], перетворюючи інтеграл по частинах. При цьому граничні умови на бокових поверхнях, які з'являються при інтегруванні частинами, враховують силові та кінематичні впливи, потрапляють до редукованих рівнянь рівноваги [10, 11, 12]

$$\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} + \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} + X_r &= 0; \\ \left(\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial x} = -\frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} - \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} - X_r\right), \varphi^i(z) &\rightarrow \\ \rightarrow \frac{d\sigma_{rr}^i}{dx} = -\int_{h^-}^{h^+} \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} \varphi^i(z) dz - \sigma_{rr}^i + \sigma_{\theta\theta}^i - X_r^i; \\ -\int_{h^-}^{h^+} \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} g^{ij} \varphi_j(z) dz = -g^{ij} \int_{h^-}^{h^+} \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} \varphi_j(z) dz = \\ = -g^{ij} \left[(\sigma_{rz} \cdot \varphi_j) \Big|_{h^-}^{h^+} - \int_{h^-}^{h^+} \sigma_{rz} \cdot \varphi_j'(z) dz \right] = \\ = -g^{ij} [\sigma_{rz}^N \cdot \delta_j^N - \sigma_{rz}^1 \cdot \delta_j^1 - \int_{h^-}^{h^+} \sigma_{rz}^\alpha \cdot \varphi_\alpha(z) \varphi_j'(z) dz] = \\ = -g^{ij} [\sigma_{zz}^N \cdot \delta_j^N - \sigma_{rz}^1 \cdot \delta_j^1 - \sigma_{rz}^\alpha b_{\alpha j}]; \\ \frac{d\sigma_{rr}^i}{dx} &= -g^{ij} \sigma_{rz}^N \delta_j^N + g^{ij} \sigma_{rz}^1 \delta_j^1 + g^{ij} b_{\alpha j} \sigma_{rz}^\alpha - \sigma_{rr}^i + \sigma_{\theta\theta}^i - X_r^i; \\ \frac{d\sigma_{rr}^i}{dx} &= -g^{iN} \sigma_{rz}^N + g^{i1} \sigma_{rz}^1 + g^{ij} b_{\alpha j} \sigma_{rz}^\alpha - \sigma_{rr}^i + \sigma_{\theta\theta}^i - X_r^i; \\ \frac{d\sigma_{rr}^i}{dx} &= -g^{iN} \left[-k_{rz}^+ u_r^N(x) + k_{rz}^+ \Delta_{rz}^+(x) + q_r^+(x) \right] + \\ &+ g^{i1} \left[k_{rz}^- u_r^1(x) - k_{rz}^- \Delta_{rz}^-(x) - q_r^-(x) \right] +\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +g^{ij}b_{\alpha j}\sigma_{rz}^{\alpha}-\sigma_{rr}^i+\frac{4\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}\frac{u_r^i(x)}{R_0+x}+\frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu}g^{ij}b_{j\alpha}u_z^{\alpha}(x)+\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\sigma_{rr}^i-X_r^i; \\
& \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}+\frac{1}{r}\sigma_{rz}+X_z=0; \\
& \left(\frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial x}=-\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}-\frac{1}{r}\sigma_{rz}-X_z\right), \varphi^i(z) \rightarrow \\
& \rightarrow \frac{d\sigma_{rz}^i}{dx}=-\int_{h^-}^{h^+}\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\varphi^i(z)dz-\frac{1}{R_0+x}\sigma_{rz}^i-X_z^i \rightarrow \\
& \rightarrow -\int_{h^-}^{h^+}\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\varphi^i(z)dz=-\int_{h^-}^{h^+}\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}g^{ij}\varphi_j(z)dz=-g^{ij}\int_{h^-}^{h^+}\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\varphi_j(z)dz= \\
& =-g^{ij}\cdot\sigma_{zz}\cdot\varphi_j(z)\Big|_{h^-}^{h^+}-\int_{h^-}^{h^+}\sigma_{zz}\varphi_j'(z)dz=-g^{ij}[\sigma_{zz}^N\delta_j^N-\sigma_{zz}^1\delta_j^1-\int_{h^-}^{h^+}\sigma_{zz}^{\alpha}\varphi_{\alpha}'dz]= \\
& =-g^{iN}\sigma_{zz}^N+g^{i1}\sigma_{zz}^1+g^{ij}b_{\alpha j}\sigma_{zz}^{\alpha}.
\end{aligned}$$

σ_{zz}^N , σ_{zz}^1 – підставимо з граничних умов, σ_{zz}^{α} – виключимо через рівняння:

$$\sigma_{zz}^{\alpha}=\frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu}\frac{u_r^{\alpha}(x)}{R_0+x}+\frac{4\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}g^{\alpha j}b_{j\gamma}u_z^{\gamma}(x)+\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\sigma_{rr}^{\alpha}(x).$$

Аналогічно редукуються граничні умови на торцях. Оскільки при виборі системи диференціальних рівнянь з частинними похідними першого порядку, то усі граничні умови є алгебраїчними співвідношеннями, тому редукування алгебраїчних співвідношень формально зводиться до заміни невідомих функцій їх коефіцієнтами. Відповідно редуковані граничні умови на торцевих поверхнях мають вигляд:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr}^i(x) &= (\lambda+2\mu)\frac{\partial u_r^i(x)}{\partial x}+\frac{\lambda}{r}u_r^i(x)+\lambda g^{ij}b_{j\alpha}u_z^{\alpha}(x); \\
\sigma_{\theta\theta}^i(x) &= \lambda\frac{\partial u_r^i(x)}{\partial x}+\frac{(\lambda+2\mu)}{r}u_r^i(x)+\lambda g^{ij}b_{j\alpha}u_z^{\alpha}(x); \\
\sigma_{zz}^i(x) &= \lambda\frac{\partial u_r^i(x)}{\partial x}+\frac{\lambda}{r}u_r^i(x)+(\lambda+2\mu)g^{ij}b_{j\alpha}u_z^{\alpha}(x); \\
\sigma_{rz}^i(x) &= \mu\frac{\partial u_z^i(x)}{\partial x}+\mu g^{ij}b_{j\alpha}u_r^{\alpha}(x).
\end{aligned} \tag{5}$$

Кінцева система редукованих рівнянь:

$$\frac{du_r^i}{dx}=-\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\cdot\frac{u_r^i(x)}{R_0+x}-\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}g^{ij}\cdot b_{j\alpha}\cdot u_z^{\alpha}(x)+\frac{1}{\lambda+2\mu}\sigma_{rr}^i;$$

$$\begin{aligned}
\frac{du_z^i}{dx} &= -g^{ij} \cdot b_{j\alpha} \cdot u_r^\alpha(x) + \frac{1}{\mu} \sigma_{rz}^i(x); \\
\frac{d\sigma_{rr}^i}{dx} &= -g^{iN} [-k_{rz}^+ \cdot u_r^N(x) + k_{rz}^+ \cdot \Delta_{rz}^+(x) + q_r^+(x)] + \\
&+ g^{i1} [k_{rz}^- \cdot u_r^1(x) - k_{rz}^- \cdot \Delta_{rz}^-(x) - q_r^-(x)] + g^{ij} \cdot b_{\alpha j} \cdot \sigma_{rz}^\alpha - \sigma_{rr}^i + \\
&+ \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0 + x} + \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} g^{ij} \cdot b_{j\alpha} \cdot u_z^\alpha(x) + \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \sigma_{rr}^i - X_r^i; \\
\frac{d\sigma_{zr}^i}{dx} &= \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{1}{R_0 + x} g^{ij} \cdot b_{\alpha j} \cdot u_r^\alpha(x) + g^{iN} \cdot k_{zz}^N(x) \cdot u_z^N(x) + \\
&+ g^{i1} \cdot k_{zz}^- \cdot u_z^1(x) + \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \cdot g^{ij} \cdot b_{\alpha j} \cdot g^{\alpha j} \cdot b_{j\gamma} \cdot u_z^\gamma(x) + \\
&+ \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} g^{ij} \cdot b_{\alpha j} \cdot \sigma_{rr}^\alpha(x) - \frac{1}{R_0 + x} \sigma_{rz}^i(x) - X_z^i. \quad (6)
\end{aligned}$$

Остаточно отримуємо граничну задачу для системи редукованих диференціальних рівнянь в звичайних похідних, записану у формі Коші з граничними умовами загального вигляду [6, 7]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{Y}}{dx} &= A\bar{Y} + \bar{F}; \\
\text{при } x &= 0 \\
C_0(\bar{Y}_{(0)} - \bar{\Phi}_0) &= 0; \\
\text{при } x &= l \\
C_l(\bar{Y}_{(l)} - \bar{\Phi}_l) &= 0.
\end{aligned}$$

Програмна реалізація чисельно-аналітичної методики та відповідного алгоритму модифікованого методу прямих. Розроблену методику реалізовано у вигляді програмного комплексу, що дає можливість досліджувати напружено-деформований стан вісесиметричних тіл за допомогою модифікованого методу прямих при різних видах навантажень, а також при всіх можливих комбінаціях цих навантажень. Робота програмного комплексу розділена на три етапи. На першому етапі формуються вихідні дані у вигляді розрахункової моделі вісесиметричного тіла модифікованим методом прямих і вирішуються задачі по визначенню навантажень (температурних, силових, кінематичних, електричних тощо), на основі яких формується схема навантажень на розрахункову модель конструкції, що сформована раніше. На другому етапі досліджується напружено-деформований стан вісесиметричного тіла модифікованим методом прямих від комплексної дії на нього статичних та динамічних навантажень при різних умовах закріплення моделі, та використовує ВІМ технології для прийняття оптимальних рішень при проектуванні та конструюванні елементів конструкцій чи машин.

Результати розрахунків візуалізуються за допомогою програмних модулів MSEXEL у вигляді діаграм, графіків, ізоліній, які будуються на основі розрахунків, проведених на перших двох етапах.

Достовірність результатів методики та її програмної реалізації. Для перевірки достовірності отриманої методики та розробленого програмного комплексу розглянуто розв'язок задачі теплопровідності циліндричної стінки.

Вихідні дані: $r_1 = 10\text{мм}$, $r_2 = 40\text{мм}$, температура на внутрішній поверхні стінки $T_1 = 100^\circ\text{C}$, $T_2 = 400^\circ\text{C}$. Дискретна модель наведена на рис. 6.

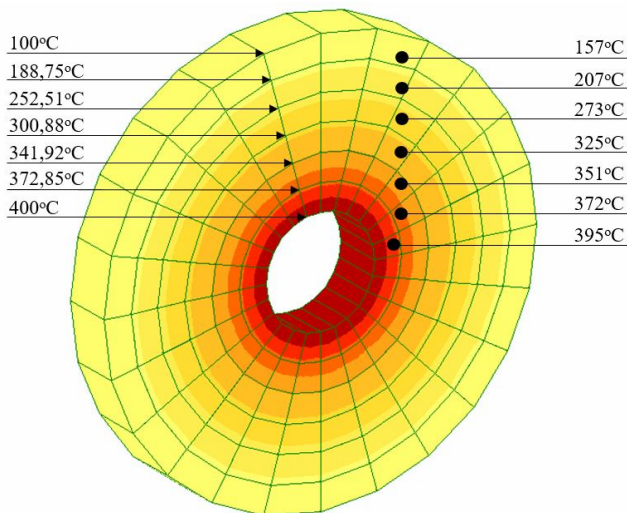


Рис. 6. Дискретна модель з наведеними значеннями температури

В таблиці 1 приведено результати розрахунків аналітично та за допомогою напіваналітичного методу скінченних елементів в роботі [8]. В результаті різниця в розрахунках складає менше 1%, що підтверджує достовірність розробленої методики.

Таблиця 1

ρ , мм	Температура T , °C			Похибка, %	
	Аналітично	Модифікований метод прямих	НМСЕ	Модифікований метод прямих	НМСЕ
10	100	100	100	0	0
15	187,74	188,75	186,68	0,53	0,56
20	250	252,51	247,93	1,00	0,83
25	298,27	300,88	296,15	0,87	0,71
30	337,74	341,92	336,65	1,23	0,32
35	371,10	372,85	370,33	0,47	0,20
40	400	400	400	0	0

Моделювання напружено-деформованого стану циліндричного елемента конструкції від температурного та силового впливу. За розробленою методикою було проведено комп'ютерне моделювання конструкції трубопроводу великого тиску, для роботи в парових турбінах, при внутрішньому тиску в ньому до 15 МПа та температурі $T_B = 550^\circ\text{C}$. Зовнішня поверхня трубопроводу термоізольована $T_3 = 60^\circ\text{C}$. Внутрішній діаметр труби 20 мм, зовнішній діаметр – 80 мм, довжина відрізка труби, що заземлення по торцям складає 2000 мм. На першому етапі проведено моделювання температурних полів та визначені переміщення, що виникають в поперечних перерізах конструкції за рахунок вирішення задачі термопружності модифікованим методом прямих. На рис. 7 показані ізолінії температурних полів, що виникають в поперечних перерізах.

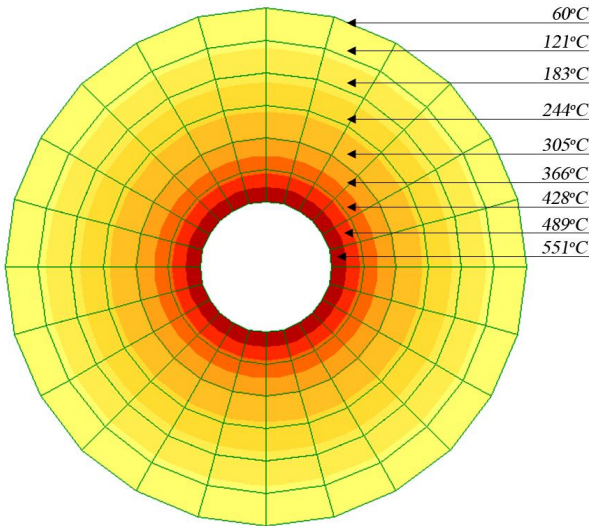


Рис. 7. Ізолінії температурних полів

На другому етапі формується комп'ютерна модель конструкції з урахуванням температурних навантажень, власної ваги конструкції та внутрішнього тиску пари. В результаті розрахунку напружено-деформованого стану конструкції отримані поля нормальних і дотичних напружень у всіх поперечних перерізах. На рисунках 8 і 9 показані ізополя цих напружень в середньому та опорному перерізах конструкції. На рис. 10 надана деформована схема конструкції при дії на неї комплексного навантаження.

Висновок. Метод прямих є комбінованим методом розв'язування задач математичної фізики, який використовує, зведення вихідних рівнянь до звичайних диференціальних рівнянь, що розв'язувалися аналітичними методами. Класичний варіант методу прямих не є вільним від значних ускладнень. По-перше, виникають проблеми з побудовою

граничних умов для редукованих рівнянь, які отримані методом скінченних різниць, особливо, коли вихідні граничні умови природні. По-друге, побудувати загальний розв'язок системи звичайних диференціальних рівнянь майже неможливо.

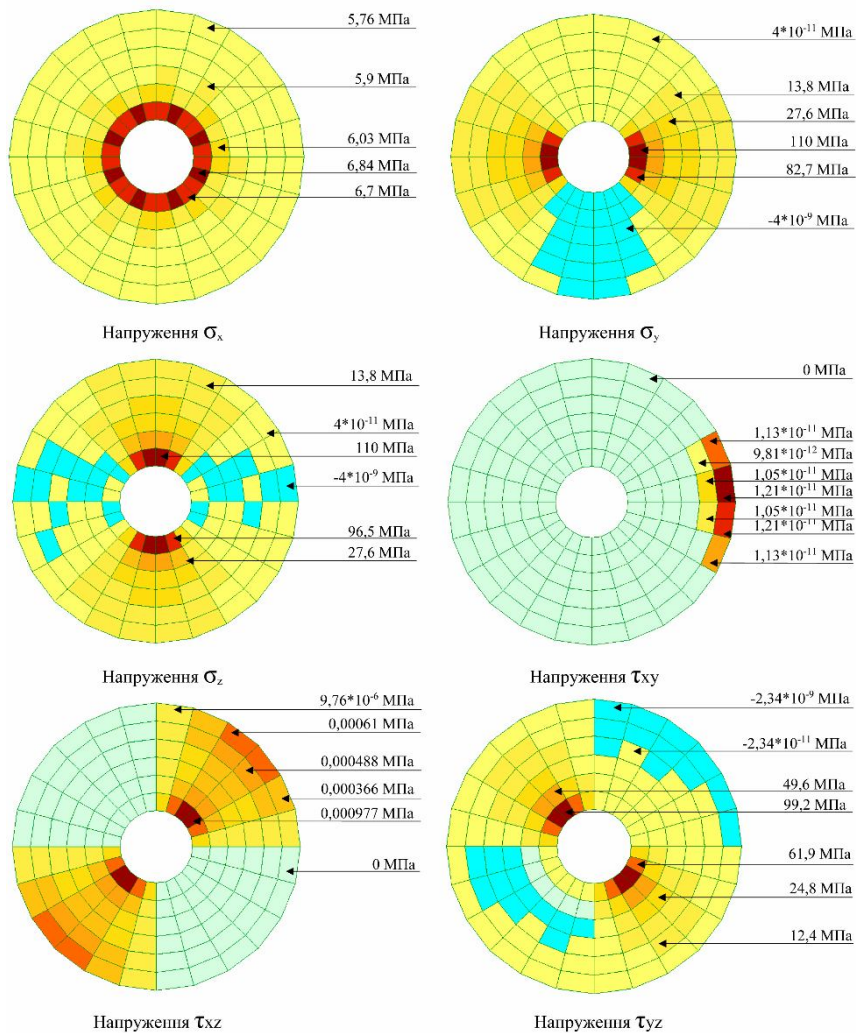


Рис. 8. Ізополя напружень від комплексного навантаження в середньому перерізі конструкції

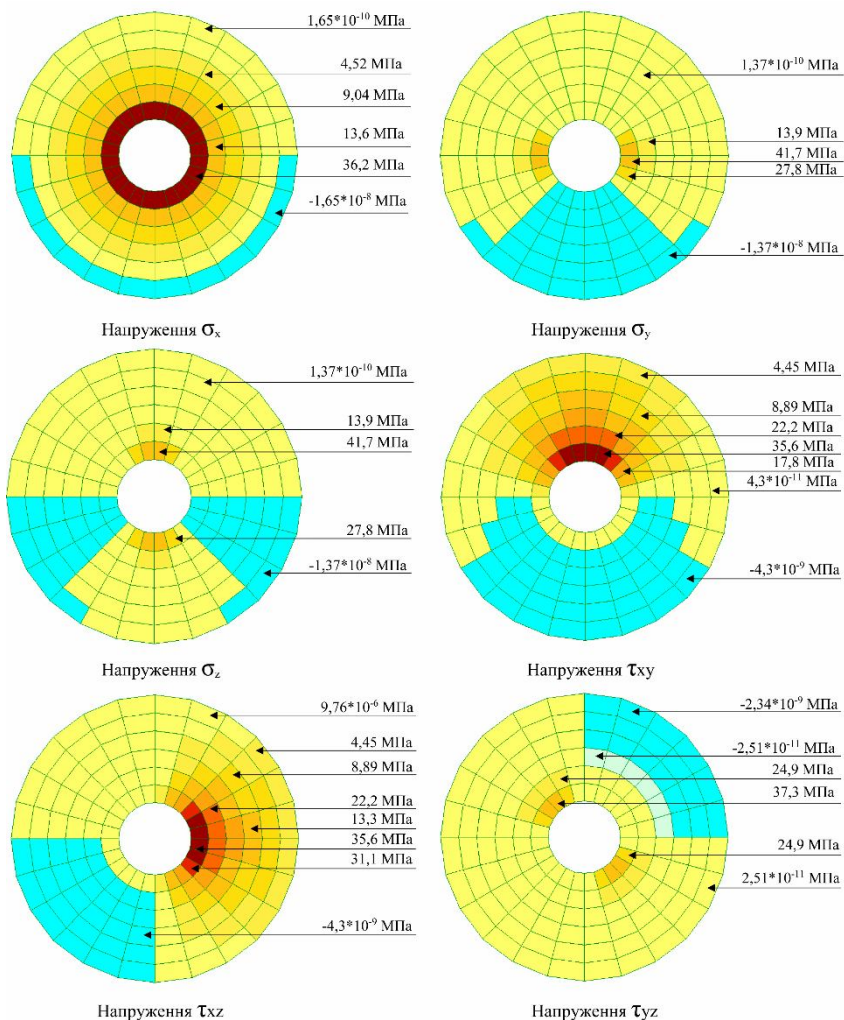


Рис. 9. Ізополі напружень від комплексного навантаження в опорному перерізі конструкції

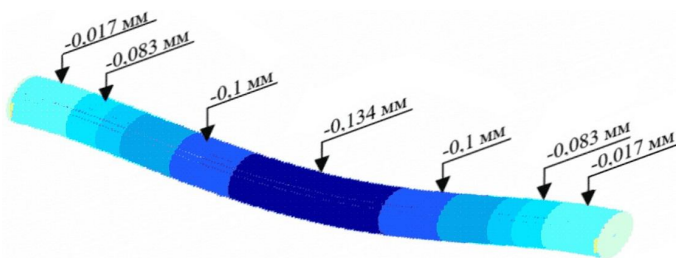


Рис. 10 Деформована схема конструкції при дії комплексного навантаження

Модифікований метод прямих, використовує для зниження вимірності проєкційний метод, а вихідні граничні умови обираються природними і потім частково потрапляють до редукованих рівнянь.

Важливим позитивним також є побудова редукованих граничних задач, ідеально пристосованих до застосування найбільш ефективного методу розв'язування одновимірних граничних задач – методу дискретної ортогоналізації С.К. Годунова.

Вирішення тестової задачі підтверджує достовірність розробленої методики та її ефективність для вирішення складних інженерних задач.

Моделювання НДС циліндричного елемента конструкції надає можливість аналізу та прийняття важливих інженерних рішень в проєктуванні трубопроводів з урахуванням комплексного навантаження при різних умовах закріплення, на основі чого визначаються найкращі оптимальні рішення.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Винокуров Л.П.* Приближенный метод решения плоских задач теории упругости. - Тр. Харьковск. инж.-стр. ин-та, вып. 2, 47—123, 1949.
2. *Шкелев Л.Т., Морсков Ю.А., Романова Т.А., Станкевич А.Н.* /Метод прямих и его использование при определении напряженного и деформированного состояния пластин и оболочек./ – К.: КНУСА, 2002. – 177с.
3. *Станкевич А.М., Чибіряков В.К., Шкельов Л.Т., Левківський Д.В.* / До зниження вимірності граничних задач теорії пружності за методом прямих. // Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. – Вип. 36. – Київ, КНУБА, 2010. – С. 413-423.
4. *Чибіряков В.К., Станкевич А.М., Левківський Д.В.* /Особливості зниження вимірності рівнянь теорії пружності узагальненим методом прямих. // Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. – Вип. 46. – Київ, КНУБА, 2012. – С. 613-624.
5. *Марчук Г.И., Агошков В.И.* /Введение в проекционно-сеточные методы./-М. 1981 - с.416
6. *Чибіряков В.К., Станкевич А.М., Кошевий О.П., Левківський Д.В., Краснесва А.О., Пошивач Д.В., Чубарев А.Г., Шорін О.А., Янсон М.О., Сович Ю.В.* Модифікований метод прямих, алгоритм його застосування, можливості та перспективи. // Н. т. збірник «Містобудування та територіальне планування», в. 70, К.:КНУБА, 2019р. – с.595-616.
7. *Чибіряков В.К., Станкевич А.М., Кошевий О.П., Левківський Д.В., Краснесва А.О., Пошивач Д.В., Чубарев А.Г., Шорін О.А., Янсон М.О., Сович Ю.В.* Чисельна реалізація модифікованого методу прямих. // Н. т. збірник «Містобудування та територіальне планування», в. 74, К.:КНУБА, 2020р. – с.341-359.
8. *Гуляр О.І., Пискунов С.О., Андрієвський В.П., Шкриль О.О.* Розв'язання просторової задачі нестационарної теплопровідності на основі напіваналітичного методу скінченних елементів. // Н.-т. збірник Технологічний аудит та резерви виробництва №3/2(23) м. Харків, 2015р – с.61-67
9. *Vazhenov V.A., Gaidachuk V.V., Koshevoi A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field // Journal of Soviet Mathematics t 66 #6 p.2631-2636.
10. *Кошевой А.* Устойчивость пластин и оболочек сложной формы в магнитном поле. // Спротивление материалов и теория сооружений, вып. 59, 65-71, 1991.
11. *Чубарев А.Г.* Про застосування модифікованого методу прямих в задачах термopужності нетонких пластин // Н. т. збірник «Містобудування та територіальне планування», в. 80, К.:КНУБА, 2022р. – с.486-498.
12. *Янсон М.О.* Застосування узагальненого методу прямих для дослідження динамічного напружено-деформованого стану кільцевих нетонких пластин // Н.-т. збірник «Математичні проблеми технічної механіки – 2021» Міжнародна наукова конференція м. Дніпро, Кам'янське 2021р.

REFERENCES

1. *Vynokurov L.P.* /Pryblyzhennyi metod resheniya ploskykh zadach teoryi uprugosti (Approximate method for solving plane problems of elasticity theory)/Tr. Kharkovsk. ynzh.-str. yn-ta, vyp. 2, 47—123, 1949.
2. *Shkelev L.T., Morskov Yu.A., Romanova T.A., Stankevych A.N.* /Metod priamykh i eho yspolzovanye pry opredelenyy napriazhennoho i deformyrovanooho sostoyaniya plastyn i obolochek (The Method of Lines and Its Use in Determining the Stressed and Deformed States of Plates and Shells)./– K.: KNUSA, 2002. – 177p.
3. *Stankevych A.M., Chybiriakov V.K., Shkelov L.T., Levkivskiy D.V.* / Do znyzhennia vymirnosti hranychnykh zadach teorii pruzhnosti za metodom priamykh. (To reduce the dimensionality of boundary value problems of the theory of elasticity by the method of straight lines.) // Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia: Nauk.-tekh. Zbirnyk. – Vyp. 36. – Kyiv, KNUBA, 2010. – p. 413-423.
4. *Chybiriakov V.K., Stankevych A.M., Levkivskiy D.V.* /Osoblyvosti znyzhennia vymirnosti rivnians teorii pruzhnosti uzahalnenym metodom priamykh. (Peculiarities of reducing the dimensionality of the equations of the theory of elasticity by the generalized method of straight lines.)// Mistobuduvannia ta terytorialneplanuvannia: Nauk.-tekh. Zbirnyk. – Vyp. 46. – Kyiv, KNUBA, 2012. – p. 613-624.
5. *Marchuk H.Y., Ahoshkov V.Y.* /Vvedenye v proektsyonno-setochniymetody. (Introduction to projection-grid methods)/ – M. 1981 - p.416
6. *Chybiriakov V.K., Stankevych A.M., Kosheviy O.P., Levkivskiy D.V., Krasneieva A.O., Poshyvach D.V., Chubarev A.H., Shorin O.A., Yansons M.O., Sovych Yu.V.* Modyfikovanyi metod priamykh, alhorytmy eho zastosuvannia, mozhyvosti ta perspektyvy. (The modified straight line method, its application algorithm, possibilities and prospects.)// N. t. zbirnyk «Mistobuduvannia ta terytorialneplanuvannia», v. 70, K.:KNUBA, 2019 – p.595-616.
7. *Chybiriakov V.K., Stankevych A.M., Kosheviy O.P., Levkivskiy D.V., Krasneieva A.O., Poshyvach D.V., Chubarev A.H., Shorin O.A., Yansons M.O., Sovych Yu.V.* Chyselna realizatsiia modyfikovanoho metodu priamykh (Numerical implementation of the modified method of straight lines) // N. t. zbirnyk «Mistobuduvannia ta terytorialneplanuvannia», v. 74, K.:KNUBA, 2020– p.341-359.
8. *Huliar O.I., Pyskunov S.O., Andriiievskiy V.P., Shkryl O.O.* Rozviazannia prostorovoyi zadachi nestatsionarnoi teploprovodnosti na osnovi napivanalitichnoho metodu skinchenykh elementiv. (Solving the spatial problem of non-stationary thermal conductivity based on the semi-analytical method of finite elements.) // N. t. zbirnykTekhnolohichnyiaudyt ta rezervyvyrobnytstva №3/2(23) m. Kharkiv, 2015r – s.61-67
9. *Bazhenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoi A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field // Journal of Soviet Mathematicsv 66 №6 p.2631-2636.
10. *Koshevoi A.* Ustoichyvost plastyn y obolochekslozhnoiformy v mahnytnom pole. (Stability of plates and shells of complex shape in a magnetic field)// Soprotivlenyematerialov y teoryiasooruzheniy, vyp. 59, 65-71, 1991
11. *Chubarev A.H.* Pro zastosuvannia modyfikovanoho metoda priamykh v zadachakh termopruzhnosti netonkykh plastyn (On the application of the modified method of straight lines in problems of thermoelasticity of thin plates)// N. t. zbirnyk «Mistobuduvannia ta terytorialneplanuvannia», v. 80, K.:KNUBA, 2022 – p.486-498.
12. *Yansons M.O.* Zastosuvannia uzahalnenoho metodu priamykh dlia doslidzhennia dynamichnoho napruzhenno-deformovanoho stanu kiltsevykh netonkykh plastyn (Application of the generalized method of straight lines to study the dynamic stress-strain state of annular thin plates)// N.t. zbirnyk «Matematychni problem tekhnichnoimekhaniky – 2021» Mizhnarodnanaukovakonferentsiia m. Dnipro, Kamianske 2021.

Кошевий О.П., Левківський Д.В., Чубарев А.Г., Янсонс М.О.

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД ПРЯМИХ В СТАТИЧНИХ ЗАДАЧАХ ВІСЕСИМЕТРИЧНИХ НЕТОНКИХ ПЛАСТИН

Приведені вихідні рівняння для вирішення вісесиметричної задачі та розглянуті граничні умови на торцевих поверхнях і середньому перерізі розрахункового елемента. В результаті чого отримуємо систему диференціальних рівнянь в частинних похідних, що розв'язується чисельно-аналітичним (модифікованим) методом прямих. Показано перетворення редукованих рівнянь рівноваги в частинах, а також редуковані моделі граничних умов торцевих поверхонь і середнього перерізу. В результаті отримано граничну задачу для системи редукованих диференціальних рівнянь в звичайних похідних, записані в формі Коші з граничними умовами загального вигляду.

Проведено розрахунок теплопровідності циліндричної стінки, результати порівнювалися з аналітичними розрахунками та результатами інших авторів, чим підтверджується достовірність розробленої методики.

Проведено комп'ютерне моделювання НДС циліндричного елемента конструкції від комплексної дії температурного, силового та кінематичного впливів.

Зроблені важливі висновки для використання модифікованого методу прямих, який позбавлений ускладнень, що виникають при використанні класичного методу прямих.

Ключові слова: редуковані граничні умови, редуковані рівняння рівноваги в частинах, система диференціальних рівнянь, система редукованих диференціальних рівнянь у формі Коші, метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова.

Koshevyi O.P., Levkivskiy D.V., Chubarev A.H., Yansons M.O.

MODIFIED DIRECT METHOD IN STATIC PROBLEMS OF AXI-SYMMETRIC NON-THIN PLATES

The initial equations for solving the axisymmetric problem are given and considered boundary conditions on the end surfaces and average section of the design element. As a result, we get a system of partial differential equations that can be solved by the numerical-analytical (modified) method of straight lines. The transformation of the reduced equations of equilibrium in parts, as well as the reduced models of the boundary conditions of the end surfaces and the average section, are shown. As a result, a boundary value problem for the system of reduced differential equations in ordinary derivatives written in the Cauchy form with boundary conditions of the general form is obtained.

The thermal conductivity of the cylindrical wall was calculated, the results were compared with analytical calculations and results of other authors, which confirms the reliability of the developed methodology.

A computer simulation of the stress-strain state of a cylindrical structural element due to the complex action of temperature, force and kinematic effects was carried out.

Important conclusions have been made for the use of the modified method of straight lines, which is free from the complications that arise when using the classical method of straight lines.

Keywords: reduced boundary conditions, reduced equilibrium equations in parts, system of differential equations, system of reduced differential equations in the Cauchy form, Godunov method of discrete orthogonalization.

УДК 539.3

Кошевий О.П., Левківський Д.В., Чубарев А.Г., Янсонс М.О. **Модифікований метод прямих в статичних задачах вісесиметричних нетонких пластин** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.:КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 342-358.

Табл. 1. Іл. 10. Бібліогр. 12 назв.

UDK 539.3

Koshevyi O.P., Levkivskiy D.V., Chubarev A.H., Yansons M.O. **Modified direct method in static problems of axi-symmetric non-thin plates** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 342-358.

Tabl. 1. Fig. 10. Ref. 12.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри опору матеріалів КНУБА КОШЕВИЙ Олександр Петрович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, КОШЕВИЙ Олександр Петрович.

Роб.тел.: +38(044)-241-54-21

Моб.тел.: +38(050) 441-52-30

E-mail: koshevyi.op@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7796-0443>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри опору матеріалів КНУБА ЛЕВКІВСЬКИЙ Дмитро Володимирович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, ЛЕВКІВСЬКОМУ Дмитру Володимировичу.

Роб.тел.: +38(044)-241-54-21

Моб.тел.: +38(096) 756-21-33

E-mail: levkivskyi.dv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2964-1605>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): завідувач лабораторії кафедри опору матеріалів КНУБА ЧУБАРЕВ Антон Глібович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, Чубареву Антону Глібовичу.

Роб.тел.: +38(044)-241-54-21

Моб.тел.: +38(096) 453-33-38

E-mail: chubarev_ah@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6620-639X>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): асистент кафедри опору матеріалів КНУБА ЯНСОНС Марина Оскарівна.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, ЯНСОНС Марині Оскарівні.

Роб.тел.: +38(044)-241-54-21

Моб.тел.: +38(098) 550-81-87

E-mail: iansons.mo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6174-0403>

УДК 539.3; 534.1

**INFLUENCE OF MATERIAL FUNCTIONAL HETEROGENEITY ON
NON-STATIONAR OSCILLATIONS OF PIEZOCERAMIC BODIES****L.O. Hryhorieva¹,**
Ph. D.**I.V. Yanchevskiy²,**
Dr. Sci.¹ *Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*² *National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»
Peremogy ave., 37, Kyiv, 03056*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.359-368

The influence of functional heterogeneity of the material on mechanical oscillations of piezoelements at non-stationary electrical loads is investigated. Within the assumption of the corresponding to body physical properties functional distribution of material characteristics by thickness of piezoelectric element, a unified system of solving equations was obtained to describe the thickness fluctuations of piezoelectric plates, thick-walled cylinders and balls. For controlling accuracy, the calculation is performed with explicit and implicit difference scheme. It was established that influence of functional heterogeneity within one material is reduced to decrease of wave propagation velocity and the amplitude of oscillations up to 2-3%. We do a conclusion that heterogeneity effect on the oscillations of the piezoelements is low, so the material characteristics can be averaged by thickness.

Key words: piezoceramics, electroelasticity, functional-gradient material, non-stationary oscillations.

Introduction. At the moment, the calculation of the dynamic behavior of piezoelectric bodies faces the problem of matching theoretical results with practical ones. During the operation of piezoelement, possible deviations of the characteristics of the operating mode from the predicted ones can be up to 20% [12]. Such deviations are possible as a result of differences in the actual material characteristics from those declared by the manufacturer, non-homogeneity of the material, inconsistency of the operating conditions with the predicted ones (the influence of the environment is not taken into account, the fastening and loading conditions are not correctly implemented or programmed, the influence of the body and protective shells is not taken into account) etc.

Currently, the oscillations of piezoelectric bodies in linear assumption are widely presented in the literature. In particular, modern methods and approaches to calculating of dynamic behavior of electroelastic bodies, interaction with acoustic and thermal fields, working standards for determining material characteristics are given in [6]. The main types, geometry, operating modes and features of operation of the most common piezoelements are described in [1].

During calculations there are usually accepted determined experimentally averaged values of material characteristics. At the same time, at analyzing the

manufacturing and polarization process of piezoelectric bodies [1], in particular thick-walled ones, the heterogeneity of material characteristics by thickness is obvious.

In the latest publications it is noted about the wide possibilities and prospects of practical application of constructive elements, in particular sensors, actuators, energy harvesters, made of so-called functional-gradient piezoceramics [2]. Such elements, thanks to the composition of piezoactive and piezopassive materials, allow to strengthen the advantages of piezoceramic elements. This is due to the increasing interest and relevance of dynamic behavior theoretical studies of functional-gradient piezoelectrics under various variants of their layout and electro-mechanical load. In [10], the latest technology for the manufacturing of a functional gradient piezoelectric film based on a polymer and barium titanate is described. In [2, 7, 9] the separating variables method is used for free vibrations and active control of rectangular plates [7, 9] and for the functional-gradient piezoceramics spherical rotating shell [2]. In [3], a cantilever nanobeam made of flexoelectric material is considered. The gradient dependence is given in the form of an exponent. There is also introduced the flexoelectric coefficient μ , which allows to take into account large deflections. In [5] there is investigated a rectangular three-layer plate with outer piezoelectric layers and an inner passive functional-gradient layer.

This work presents a solution of the problem of the effect of material functional heterogeneity on non-stationary thickness fluctuations of thick-walled piezoelectric elements. At this it is considered that the specified heterogeneity corresponds to the geometric features and the procedure of manufacturing the bodies considered in the work. The problem is solved using the universal approach for studying the vibrations of flat layers, cylinders and spheres, proposed in publications [4, 8]. The calculations are carried out using explicit and implicit difference schemes for controlling of the results accuracy.

Formulation of the problem. Thickness fluctuations of flat bodies ($N=0$), cylinders ($N=1$), and balls ($N=2$) are described by the equation of motion [4, 8]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{N}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (1)$$

and Maxwell's quasi-static equation for electrical variables

$$\frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{N}{r} D_r = 0, \quad (2)$$

where r is thickness coordinate.

Material relations with thickness polarization

$$\begin{aligned} \sigma_r &= c_{33}^E \frac{\partial u}{\partial r} + N \frac{c_{13}^E}{r} u + e_{33} \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \\ \sigma_{\theta\theta} &= c_{13}^E \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{N}{r} \left(c_{11}^E - \frac{1}{2} (N-1) (c_{11}^E - c_{13}^E) \right) u + e_{13} \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \\ D_r &= e_{33} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{N e_{31}}{r} u - \varepsilon_{33}^S \frac{\partial \varphi}{\partial r}. \end{aligned} \quad (3)$$

Further in the work, we will assume that all material characteristics are known functions of the thickness coordinate

$$c_*^E = c_*^E(r), \quad e_* = e_*(r), \quad \varepsilon_*^S = \varepsilon_*^S(r). \quad (4)$$

We introduce dimensionless in such a way that the original equations do not change their form:

$$\bar{r} = \frac{r}{h}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_h}, \quad \bar{u} = \frac{u}{h}, \quad \bar{\sigma}_* = \frac{\sigma_*}{c_{00}}, \quad \bar{\varphi} = \frac{\varphi}{h} \sqrt{\frac{\varepsilon_{33}^S}{c_{00}}}, \quad \bar{D}_r = \frac{D_r}{\sqrt{c_{00} \varepsilon_{33}^S}},$$

$$\bar{c}_* = \frac{c_*^E}{c_{00}}, \quad \bar{e}_* = \frac{e_*}{\sqrt{c_{00} \varepsilon_{33}^S}}, \quad \bar{\varepsilon}_{33} = 1,$$

where h is a layer thickness, $t_h = h \sqrt{\frac{\rho}{c_{00}}}$, $c_{00} = c_{33}^E + \varepsilon_{33}^2 / \varepsilon_{33}^S$. In the future, we

omit the dimensionless sign (macro) and only dimensionless variables are used.

We substitute (3) into (1), (2) taking into account the functional dependence of material constants from the coordinate r

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_{33} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \left(c'_{33} + N \frac{c_{33}}{r} \right) \frac{\partial u}{\partial r} + \left(N \frac{c'_{13}}{r} - N \frac{c_{13}}{r^2} + N^2 \frac{c_{13} - a}{r^2} \right) u +$$

$$+ e_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \left(e'_{33} + N \frac{e_{33} - e_{31}}{r} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad (5)$$

$$e_{33} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \left(e'_{33} + N \frac{e_{13} + e_{33}}{r} \right) \frac{\partial u}{\partial r} + \left(N \frac{e'_{31}}{r} + N(N-1) \frac{e_{13}}{r^2} \right) u -$$

$$- e_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - \left(e'_{33} + N \frac{e_{33}}{r} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0, \quad (6)$$

where $a = c_{11} - (N-1)(c_{11} - c_{23})/2$. The dash denotes the function derivative along the thickness coordinate.

Equations (5)(6) are supplemented with mechanical boundary conditions

$$u(R_0, t) = 0, \quad \sigma_{rr}(R_1, t) = P_1(t) \quad (7)$$

and electrical boundary conditions

$$\varphi(R_0) = 0, \quad \varphi(R_1) = V(t), \quad (8)$$

where $r_1 = R_0$ is a coordinate of bottom surface of a layer $r_m = R_1$ is a coordinate of top surface. Relations (7) (9) model the rigid fixation of the lower boundary surface of the piezoelement and zero electric potential on it.

We write down the initial conditions as follows

$$u|_{t=0} = U_0(r), \quad \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} = W_0(r). \quad (9)$$

Solution method. The problem is solved using the finite difference method. To implement the method, we introduce a division by spatial coordinate

$$r_i = R_0 + (i-1)\Delta, \quad \Delta = \frac{h}{m} \quad (i = 1, \dots, m+1). \quad (10)$$

We write equation (5), (6) in differential form at the internal points of division (10) ($i = 2, \dots, m$):

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = & \left(\frac{c_{33}}{\Delta^2} + \frac{1}{2\Delta} \left(c'_{33} + N \frac{c_{33}}{r_i} \right) \right) u_{i+1} + \left(N \frac{c'_{13}}{r_i} - N \frac{c_{13}}{r_i^2} + N^2 \frac{c_{13} - a}{r_i^2} - 2 \frac{c_{33}}{\Delta^2} \right) u_i + \\ & + \left(\frac{c_{33}}{\Delta^2} - \frac{1}{2\Delta} \left(c'_{33} + \frac{N}{r_i} c_{33} \right) \right) u_{i-1} + \left(\frac{e_{33}}{\Delta^2} + \frac{1}{2\Delta} \left(e'_{33} + N \frac{e_{33} - e_{31}}{r_i} \right) \right) \varphi_{i+1} - \\ & - 2 \frac{e_{33}}{\Delta^2} \varphi_i + \left(\frac{e_{33}}{\Delta^2} - \frac{1}{2\Delta} \left(e'_{33} + N \frac{e_{33} - e_{31}}{r_i} \right) \right) \varphi_{i-1}, \\ & \left(\varepsilon_{33} + \frac{\Delta}{2} \left(\varepsilon'_{33} + N \frac{\varepsilon_{33}}{r_i} \right) \right) \varphi_{i+1} - 2\varepsilon_{33} \varphi_i + \left(\varepsilon_{33} - \frac{\Delta}{2} \left(\varepsilon'_{33} + N \frac{\varepsilon_{33}}{r_i} \right) \right) \varphi_{i-1} = \\ = & \left(\varepsilon_{33} + \frac{\Delta}{2} \left(\varepsilon'_{33} + N \frac{e_{31} + e_{33}}{r_i} \right) \right) u_{i+1} + \left(\Delta^2 \left(N \frac{e'_{31}}{r_i} + N(N-1) \frac{e_{31}}{r_i^2} \right) - 2e_{33} \right) u_i + \\ & + \left(\varepsilon_{33} - \frac{\Delta}{2} \left(\varepsilon'_{33} + N \frac{e_{31} + e_{33}}{r_i} \right) \right) u_{i-1}. \end{aligned}$$

It is necessary to exclude contour values of displacements from this system using one-sided difference expressions of the second order of accuracy:

$$\left. \frac{du}{dr} \right|_i = \frac{3u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{2\Delta}, \quad \left. \frac{du}{dr} \right|_i = \frac{-3u_i + 4u_{i+1} - u_{i+2}}{2\Delta}.$$

We also write conditions (7), (8) in difference form and find the values of unknown quantities at contour points

$$\begin{aligned} u_1 &= 0, \\ u_{m+1} &= -R_0 \frac{c_{33}(R_0)(-4u_m + u_{m-1}) + e_{33}(R_0)(3\varphi_{m+1} - 4\varphi_m + \varphi_{m-1}) - 2\Delta P_1}{3R_0 c_{33}(R_0) + 2\Delta N c_{13}(R_0)}, \\ \varphi_1 &= 0, \quad \varphi_{m+1} = V(t). \end{aligned} \quad (11)$$

After simple mathematical operations, a system of equations can be obtained and written in matrix form as follows

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} &= \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}, \\ \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi} &= \mathbf{C}\mathbf{u}, \end{aligned} \quad (12)$$

where $\mathbf{u}, \boldsymbol{\varphi}$ are the vectors of displacements and electrical potential in the internal points $i = 2, \dots, m$ of partitioning (10).

Integration by time. Explicit numerical scheme. We will look for the solution of the problem at times t^k with a timestep Δ_t . From the initial

conditions (9) we obtain a discretized distribution of displacements at zero ($t^0 = 0$) and first points of time ($t^1 = \Delta_t$):

$$u_i^0 = U_0(r_i), \quad u_i^1 = \Delta_t W_0(r_i) + U_0(r_i).$$

The distribution of the electrical potential at $t = t^1$ is determined from the second equation of the system (12):

$$\boldsymbol{\varphi}^1 = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{u}^1.$$

At the following points of time ($t^k = k\Delta_t$, $k = 2, 3, \dots$) the displacement at the internal points is found through displacement and electrical potential at previous moments of time:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{k+1} &= 2\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{k-1} + \frac{\Delta_t^2}{\rho} (\mathbf{A}\mathbf{u}^k + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}^k), \\ \mathbf{D}\boldsymbol{\varphi}^{k+1} &= \mathbf{C}\mathbf{u}^{k+1}. \end{aligned} \quad (13)$$

For convergence of the implicit scheme, it is necessary for timestep be much smaller than a step in spatial coordinate. Therefore, we accept $\Delta_t = 0,1\Delta_r$.

Implicit scheme. We use one-parameter Newmark scheme with parameter ξ ($0,5 < \xi < 1$):

$$\dot{u}_i^{k+1} = \frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\xi\Delta_t} - \frac{1-\xi}{\xi} \dot{u}_i^k, \quad \ddot{u}_i^{k+1} = \frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\xi^2\Delta_t^2} - \frac{1}{\xi^2\Delta_t} \dot{u}_i^k - \frac{1-\xi}{\xi} \ddot{u}_i^k.$$

Equations (12) are written as

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\xi^2\Delta_t^2} \mathbf{u}^{k+1} - (\mathbf{A}\mathbf{u}^{k+1} + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}^{k+1}) &= \frac{\rho}{\xi^2\Delta_t} \dot{\mathbf{u}}^k + \rho \frac{1-\xi}{\xi} \ddot{\mathbf{u}}^k + \frac{\rho}{\xi^2\Delta_t^2} \mathbf{u}^k, \\ \mathbf{M}\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{D}\boldsymbol{\varphi}^{k+1} &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

We introduce a vector $\mathbf{y} = (\mathbf{u}, \boldsymbol{\varphi})$ and, taking into account (14), form a system of algebraic equations like $\mathbf{C}\mathbf{y} = \mathbf{F}$. For calculations start we need displacements, speed, potential and acceleration at zero point of time:

$$u_i^0 = U_0(r_i), \quad v_i^0 = W_0(r_i), \quad \boldsymbol{\varphi}^0 = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{u}^0, \quad \mathbf{w}^0 = (\mathbf{A}\mathbf{u}^0 + \mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}^0) / \rho.$$

The implicit scheme is absolutely stable, allowing us to take step by time and by the spatial coordinate of the same order.

Numerical results. We consider the piezoceramic flat layer, thick-walled cylinder and ball of piezoceramic PZT-4, the averaged material characteristics values of which are given in [8]. It is assumed that there is no mechanical load ($P_1 = 0$), and to the conductive coatings of the piezoelements a stepped single electric signal ($V(t) = H(t)$, $H(t)$ is the Heaviside function) is applied. The geometry of piezoelements was determined by dimensionless parameters $R_0 = 1$ and $R_1 = 2$ ($h = R_1 - R_0 = 1$).

When modeling the functional heterogeneity of material characteristics (4), it was assumed that their distribution by thickness occurs according to a parabolic law with a multiplier

$$f(r) = ar^2 + br + c, \tag{15}$$

relative to the table value.

The coefficients a, b and c of the law (15) were determined on the basis of the assumption that the average value of the function (4) is equal to one

$$\frac{1}{R_1 - R_0} \int_{R_0}^{R_1} f(r) dr = 1, \tag{16}$$

on the middle surface of the layer the material characteristics are smaller by a parameter y relative to the average value

$$f\left(\frac{R_0 + R_1}{2}\right) = 1 - y, \tag{17}$$

and on the outer surfaces, they are inversely proportional to the area of electric rods:

$$R_1^N f(R_1) = R_0^N f(R_0),$$

what corresponds to the technological features of the piezoceramic manufacturing and polarization process.

Normalized relative to the tabular (averaged) material characteristics values, the thickness distribution laws (15) for flat ($N=0$), cylindrical ($N=1$) and spherical ($N=2$) bodies at $y = 10\%$ are shown in Fig. 1.

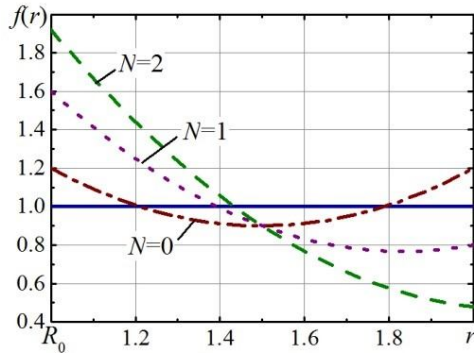


Fig. 1. Normalized distribution of material characteristics by thickness at $y = 10\%$

Fig. 2(a) presents the displacement curves of the moving surface of the flat layer ($N = 0$), got from the system of equations (13) or (14) at different values of parameter y (17). Dashed-dashed lines in this figure represent displacements at 20%, obtained by explicit (13) and implicit (14) methods. In the implicit scheme the parameter ξ was assumed equal to 0.6. From the comparison of these lines, it follows that the difference between them does not exceed 1%. From the analysis of fig. 2(a), it can be seen that at the initial stage of oscillations, the effect of heterogeneity is not very noticeable, and with increasing time and at larger y there is a slight change in the amplitude of oscillations and a decrease in the speed of wave propagation (for 20%, this difference is approximately 2%).

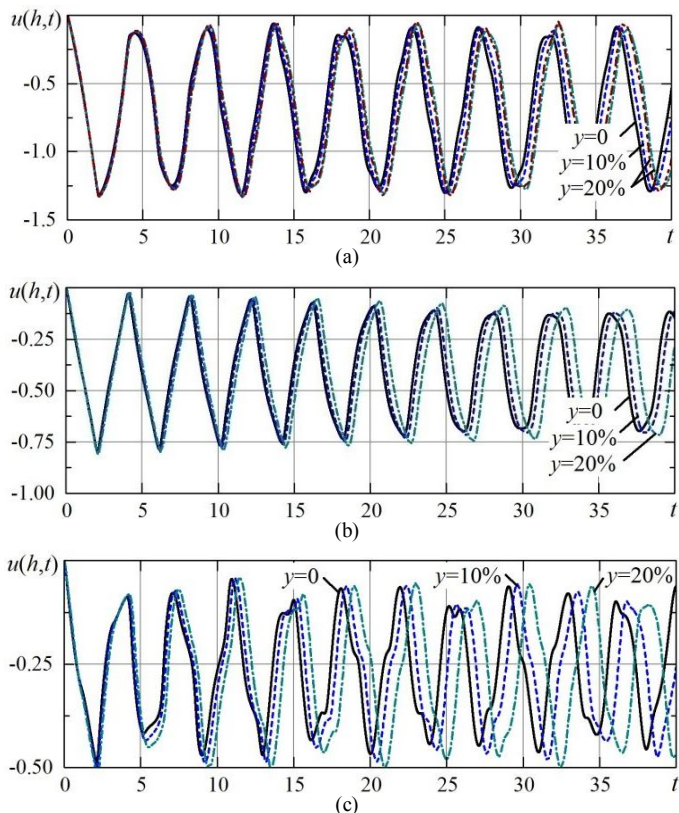


Fig. 2. Moving the external surface of the piezoelement:
 (a) - flat layer, (b) – cylinder, (c) - ball

Fig. 2(b) illustrates the displacement of the moving surface of a hollow cylinder ($N = 1$) with different parameters of the parabolic distribution (15) for all material characteristics. The parabolic distribution considered in this paper leads to a decrease in the speed of propagation and a slight increase in the amplitude of oscillations with an increase in the parameter y . It should be noted that a cylinder with a rather large curvature is considered here, since for cylinders with a smaller curvature ($R_1/R_0 < 2$) the influence of the inhomogeneity of the material characteristics along the thickness becomes less noticeable.

Similar results and conclusions were obtained for the spherical layer (Fig. 2(c)). However, in this case, the increase in the amplitude of oscillations reaches 3% at $y = 20\%$.

It can be noted that with the considered version of the electromechanical load, oscillations occur in the compressed zone without entering the undeformed state ($u(h, t) < 0$).

An additional numerical analysis was also conducted to assess the influence of the law of the distribution of material characteristics by thickness $f(r)$ on the dynamic behavior of piezoelements. It was found that, under the condition of equality (16), this law has little effect on the graphs of the function $u(h, t)$. However, due to the reduction of the scope of this work, these numerical results are not presented here.

Conclusions. The analysis of the numerical results shows that the heterogeneity of the material characteristics distribution by thickness can be neglected relative to their average values, since the deviation between the obtained results lies within acceptable limits for engineering calculations. Also, an important result is the confirmation of the assumption that for curved bodies such as hollow cylinders and spheres, the material characteristics can be considered constant in thickness, regardless of the curvature of the body. The proposed technique can be applied for simulating of vibrations of different geometries bodies with significantly heterogeneous functional material or combined from several materials with a gradient transition between them.

REFERENCES

1. *Sharapov V.M., Sotula Zh.V., Kunitskaya L.G.* Elektroakusticheskie preobrazovateli (Electroacoustic converters) // Ed. V.M. Sharapov. - Moscow: Technosphere, 2013. - 296 p.
2. *W.Q. Chen, H.J. Ding, J. Liang.* The exact elasto-electric field of a rotating piezoceramic spherical shell with a functionally graded property // International Journal of Solids and Structures, September 2001. 38(38-39):7015-7027. DOI:10.1016/S0020-7683(00)00394-2
3. *Chen, Y.; Zhang, M.; Su, Y.; Zhou, Z.* Coupling Analysis of Flexoelectric Effect on Functionally Graded Piezoelectric Cantilever Nanobeams. Micromachines 2021, 12, 595. <https://doi.org/10.3390/mi12060595>
4. *Grigoryeva, L.O.* Transient responses in Piezoceramic Multilayer Actuators Taking into Account External Viscoelastic Layers // Strength of Materials and Theory of Structures. - № 105 (2020). - P. 255-266. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.255-266
5. *H. Nguyen Thi.* Free Vibration and Static Bending Analysis of Piezoelectric Functionally Graded Material Plates Resting on One Area of Two-Parameter Elastic Foundation /Hindawi Mathematical Problems in Engineering. V. 2020, Article ID 9236538, 18 p. DOI:10.1155/2020/9236538
6. *S. J. Rupitsch.* Piezoelectric Sensors and Actuators: Fundamentals and Applications. Springer: 2019. 559 p. ISBN: 978-3-662-57534-5
7. *Li, J., Xue, Y., Li, F., Narita, Y.* Active Vibration Control of Functionally Graded Piezoelectric Material Plate, Composite Structures (2018). DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.09.053.
8. *Shulga M.O., Grigoryeva L.O.* Electromechanical unstationary thickness vibrations of piezoceramic transformers at electric excitation // Mechanical Vibrations: Types, Testing and Analysis. - Nova Science Publishers, New York. - 2011. - P.179 - 204.
9. *Zhu Su, G. Jin, T. Ye.* Electro-mechanical vibration characteristics of functionally graded piezoelectric plates with general boundary conditions, International Journal of Mechanical Sciences (2018), doi: 10.1016/j.ijmecsci.2018.01.040.
10. *Zh. Wang, K. Maruyama, F. Narita.* A novel manufacturing method and structural design of functionally graded piezoelectric composites for energy-harvesting. Materials & Design 214 (2022) 110371. DOI: 10.1016/j.matdes.2021.110371.

Григор'єва Л.О., Янчевський І.В.

ВПЛИВ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ МАТЕРІАЛУ НА НЕСТАЦІОНАРНІ КОЛИВАННЯ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ ТІЛ

Досліджується вплив функціональної неоднорідності матеріалу на механічні коливання п'єзоелемента при нестационарних електричних збудженнях. В межах припущення про функціональний розподіл матеріальних характеристик по товщині п'єзоелемента отримано уніфіковану систему розв'язуючих рівнянь для опису товщинних коливань п'єзоелектричних пластин, циліндрів і куль. Для контролю точності розрахунку проводиться за допомогою явно та неявно різницевої схеми.

Досліджуються нестационарні коливання плоского п'єзокерамічного шару, циліндра та кулі при параболічному розподілі всіх матеріальних характеристик за товщиною елемента.

Встановлено, що функціональна неоднорідність у межах одного матеріалу призводить до зміни швидкості поширення хвилі та зміни амплітуди коливань у межах 2-3%, тобто, при розрахунку дійсно можна усереднювати матеріальні характеристики по товщині. Також важливим результатом є підтвердження припущення, що для криволінійних тіл типу циліндру та кулі матеріальні характеристики можна вважати сталими за товщиною незалежно від кривизни тіла.

Запропонована методика може бути застосована для дослідження коливань тіл різної геометрії з суттєво неоднорідним функціональним матеріалом або що скомбіновані з кількох матеріалів з градієнтним переходом між ними.

Ключові слова: п'єзокераміка, електропружність, функціонально-градієнтний матеріал, нестационарні коливання.

Hryhorieva L.O., Yanchevsky I.V.

INFLUENCE OF MATERIAL FUNCTIONAL HETEROGENEITY ON NON-STATIONARY OSCILLATIONS OF PIEZOCERAMIC BODIES

The influence of material functional heterogeneity on mechanical oscillations of piezoelement under non-stationary electrical loading is investigated. Within the assumption of functional distribution of material characteristics by thickness of the piezoelectric element, which corresponds to the physical properties of the body, a unified system of solving equations was obtained to describe the thickness fluctuations of piezoelectric plates, cylinders, and balls. For controlling of accuracy, the calculation is carried out using an explicit and implicit difference scheme.

Unsteady oscillations of a flat piezoceramic layer, cylinder, and sphere are investigated with a parabolic distribution of all material characteristics along the thickness of the element. It is assumed that the average value of the function along the thickness is equal to the tabular value of the material characteristic, and the value on electrodes is proportional to the area of electrodes. At such conditions, we obtained a decrease in the speed of disturbances propagation and a slight change in the amplitude associated with the curvature of the element. The increase in amplitude reaches 3% for balls. It should be noted that at given load oscillations occur in the compressed zone without entering the undeformed state. The considered cylinder and ball have a rather large curvature, for bodies with a smaller curvature the influence of the described effect will be smaller. The additional analysis indicates that the shape of the distribution curve under described above conditions also has little effect on the results.

It was established that the effect of functional heterogeneity within the same material has little effect on the oscillations of the piezoelement, that is, it is really possible to average the material characteristics by thickness at calculating, since the deviation between the results is within acceptable limits (up to 2.5%). Also, an important result is the confirmation of the assumption that for curved bodies such as cylinder and sphere, the material characteristics can be considered constant on thickness, regardless of the curvature of the body.

The proposed technique can be applied for studying of the vibrations of different geometries bodies with significantly heterogeneous functional material or what are combined from several materials with a gradient transition between them.

Key words: piezoceramics, electroelasticity, functional-gradient material, non-stationary oscillations.

УДК 539.3; 534.1

Григор'єва Л.О., Янчевський І.В. Вплив функціональної неоднорідності матеріалу на нестационарні коливання п'єзокерамічних тіл // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 359-368. – Англ.

Досліджуються коливання п'єзокерамічних плоских, циліндричних та сферичних тіл з урахуванням функціональної неоднорідності матеріалу.

Лл. 2. Бібліогр. 10 назв.

UDC 539.3; 534.1

Hryhorieva L.O., Yanchevsky I.V. Influence of material functional heterogeneity on non-stationary oscillations of piezoceramic bodies // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUCA, 2022. – Issue 109. – P. 359-368.

The oscillations of piezoceramic flat, cylindrical and spherical bodies are investigated taking into account the functional heterogeneity of material.

Fig. 2. Ref. 10.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри опору матеріалів ГРИГОР'ЄВА Людмила Олександрівна.

Адреса робоча: 03680, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра опору матеріалів, Григор'євій Людмилі Олександрівні.

Роб.тел.: +38(044) 241-54-21

Моб.тел.: +38(067) 304-34-32

E-mail: grygorieva.lo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7013-0327>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів ЯНЧЕВСЬКИЙ Ігор Владиславович.

Адреса робоча: 03056, Україна, м. Київ, пр. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Роб.тел.: +38 (044) 204-95-35

E-mail: i.yanchevskiyi@kpi.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7113-2276>

УДК 534.11

АНАЛІЗ ВЗАЄМОДІЇ КІНЦЕВОМІРНИХ ПОВЕРХНЕВИХ ВІБРОДЖЕРЕЛ З УЩІЛЬНЮваним ЛІНІЙНО- В'ЯЗКОПРУЖНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

Ю.В. Човнюк¹,

канд. техн. наук, доцент

В.Т. Кравчук²,

канд. техн. наук, доцент

О.В. Приймаченко²,

канд. техн. наук, доцент

П.П. Чередніченко²,

доцент

¹*Національний авіаційний університет*²*Київський національний університет будівництва і архітектури*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.369-386

Розвинуто підхід до розв'язку задач про збудження джерелами коливань/вібрацій хвиль у лінійно-в'язкопружних середовищах, моделюючих ущільнювані бетонні/будівельні суміші зі змінними по глибині механічними характеристиками. Проведений аналіз контактних напружень і зусиль, виникаючих під осцилюючим штампом, типів хвиль, які генеруються у середовищі і на його поверхні, енергії, яка переноситься кожним типом хвиль для різних вібраційних джерел.

Ключові слова: динаміка, взаємодія, кінцевомірні поверхневі віброджерела, ущільнення, лінійно-в'язкопружне середовище, бетонна/будівельна суміш, резонанси.

Постановка проблеми

При розрахунку поведінки споруд та будівель, які знаходяться під впливом динамічних навантажень (наприклад, сейсмічних), при визначенні коливань масивних віброуючих об'єктів: турбін, верстатів, залізниць – на споруди, котрі розміщені поблизу, при вивченні процесів ущільнення та формування вібраційним полем бетонних/будівельних сумішей, при дослідженні взаємодії пружних, в'язкопружних хвиль з поверхневими об'єктами (вібромайданчиками), виникає необхідність розв'язку динамічних контактних задач з довільною у плані областю контакту. До цих же задач зводиться оптимізація поверхневих вібросейсмодатчиків, синтез спрямованих сейсмічних антен для глибинного просвічування Землі, створення спрямованого випромінювання у дефектоскопії і т.п.

Із наведених прикладів зрозуміло, наскільки важливе всебічне вивчення особливостей коливань системи «штамп - пружне/в'язкопружне середовище, однак виникаючі тут інтегральні рівняння є серйозною перепоною на шляху досліджень. Спроби обійти ці труднощі породжують низку наближених, «інженерних» підходів, у межах котрих реакції середовища моделюються пружними і демпфуючими зв'язками з деякою «приєднаною масою».

Характеристики пружних елементів й величина приєднаної маси підбираються зазвичай за експериментальними даними. Коливання кінцевомірної системи, яка у результаті такого підходу утворюється, визначаються звичайними методами теоретичної механіки. Особливо широко такий підхід застосовується у будівельних розрахунках, оскільки він з достатньою точністю дозволяє визначати статичні осадки споруд, дає задовільні результати на певній, фіксованій частоті. При аналізі коливань у широкому діапазоні частот в'язкопружне середовище (модель ущільненої вібраційним полем бетонної/будівельної суміші) є суттєво нескінченно вимірною системою з власними резонансами й складними дисперсійними властивостями і тому не апроксимується скінченим набором пружин.

Наступним кроком до більш повного врахування властивостей в'язкопружного середовища є підхід, за якого деформація його поверхні визначається шляхом розв'язку відповідної першої крайової задачі теорії пружності, однак розподіл навантаження у зоні контакту (вібромайданчика з ущільненою сумішшю) не визначається через розв'язок відповідних інтегральних рівнянь, а задається у деякому виді, наприклад, рівномірному чи параболічному [1-3]. Такий спосіб можна трактувати як варіаційно-різницевий метод з використанням у якості базису одного елемента – навантаження заданої форми. Наскільки правильно при цьому описуються якісні та кількісні характеристики розв'язку, можна встановити тільки після порівняння з результатами, отриманими шляхом розв'язку інтегральних рівнянь.

З метою виявлення характерних особливостей динаміки масивних штампів на в'язкопружній основі наведені обчислення у даному дослідженні, де використані методи розв'язку інтегральних рівнянь, викладені у роботах [4-8]. Аналізу чисельних результатів та обговоренню виявлених тут якісних ефектів і присвячена дана робота.

Аналіз публікацій по темі дослідження

Крім контактних задач, розглянутих і розв'язаних у роботах [1-8], інтегральні рівняння виникають також при вивченні розповсюдження та дифракції електромагнітних хвиль, у задачах акустики, гідроаеромеханіки, теорії тріщин, теплообміну та багатьох інших. Мабуть, справедливим є твердження: будь-яка крайова задача математичної фізики зі змішаними граничними умовами може бути зведена до розв'язку інтегральних рівнянь.

Звідси зрозуміла важливість обґрунтування та розробки методів їх розв'язку. По інтегральним рівнянням накопичена доволі велика література, гарні огляди її присутні у монографіях [9-11], а також у роботах [12-25].

Результати цитованих вище робіт будуть частково використані у даному дослідженні динамічної взаємодії кінцевомірних поверхневих вібрджерел з ущільнюваним лінійно-в'язкопружним середовищем. Аналіз наявних наукових публікацій дозволяє стверджувати авторам даної роботи, що такий підхід для вказаних вище задач реалізований вперше.

Мета роботи полягає в обґрунтуванні методу розв'язку задач про збудження джерелами вібрації/коливань хвиль у в'язкопружному

середовищі, яке моделює ущільнювану вібраційним полем бетонну/будівельну суміш, задля подальшого всебічного аналізу типів хвиль, які виникають у вказаному вище середовищі й на його поверхні, енергії, що переноситься кожним типом хвиль для різних кінцевомірних віброджерел, явищ резонансу у глибинних прошарках суміші великої товщини, контактних напружень та зусиль, виникаючих під осцилюючим штампом, а також переміщень таких штампів. При цьому враховані змінні за глибиною суміші її механічні характеристики (стратифіковане середовище), а крайові задачі динамічної теорії в'язкопружності оброблюваного вібраційним полем об'єму розв'язані чисельно-аналітичними методами за допомогою інтегральних рівнянь.

Виклад основного змісту дослідження

Системи інтегральних рівнянь для поверхневих віброджерел

1. Постановка задачі зі змішаними граничними умовами та її розв'язок для стратифікованого напівпростору

Розглянемо задачу зі змішаними граничними умовами. Нехай на поверхні стратифікованого простору/об'єму бетонної/будівельної суміші у області Ω задані переміщення:

$$\vec{u}(x, y, 0) = \vec{f}(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \quad (1)$$

а напруження $\vec{q}(x, y)$ невідомі. Поза Ω вважаємо, що напруження відсутні:

$$\vec{\tau}|_{z=0} = 0, \quad (x, y) \notin \Omega. \quad (2)$$

Для того, щоб побудувати розв'язок даної задачі за допомогою матриці Гріна [8] у вигляді:

$$\vec{u}(x, y, z) = \iint_{\Omega} \vec{k}(x - \xi, y - \eta, z) \cdot \vec{q}(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (3)$$

де \vec{k} - матриця Гріна пружного/в'язкопружного прошарку, необхідно попередньо знайти невідомі поверхневі напруження \vec{q} , відносно котрих умови (1) й подання (3) дають систему інтегральних рівнянь першого роду типу згортки:

$$\vec{k}\vec{q} \equiv \iint_{\Omega} \vec{k}(x - \xi, y - \eta, 0) \cdot \vec{q}(\xi, \eta) d\xi d\eta = \vec{f}(x, y), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (4)$$

Задачі зі змішаними граничними умовами виникають, зокрема, при вивченні взаємодії в'язкопружних тіл. Зміна типу граничних умов відбувається тут у області контакту, звідси й походить, до речі, назва таких задач - **контактні задачі**. Недеформовані тіла (власне вібромайданчик), які контактують з в'язкопружним середовищем (бетонною/будівельною сумішшю), прийнято називати **штампами**.

Нехай на поверхні $z = 0$ розміщено N штампів з плоскою основою, які займають області Ω_k , ($k = 1, \dots, N$) або $k = (1, N)$; $\Omega = \bigcup_k \Omega_k$. Усталені коливання штампів викликані осцилюючими навантаженнями,

прикладеними до них, чи хвилями, що надходять від поверхневих віброджерел, виду:

$$\bar{v}|_{z=0} = \bar{g}(x, y), \quad (x, y) \in S. \quad (5)$$

Припустимо, що штампи зчеплені з середовищем, тобто:

$$\bar{u}(x, y, 0) = \bar{u}_k(x, y), \quad (x, y) \in \Omega_k, \quad k = \overline{(1, N)}, \quad (6)$$

\bar{u}_k – вектор переміщення основи k -го штамп. (Якщо розглядають прошарок скінченної товщини h , тоді слід задати на поверхні $z = h$ аналогічні до (1), (2), (5), (6) умови з відповідною заміною $z=0 \Rightarrow z=h$, $\bar{f}(x, y) \Rightarrow \bar{f}_h(x, y)$, $\bar{g}(x, y) \Rightarrow \bar{g}_h(x, y)$, $\bar{u}_k(x, y) \Rightarrow \bar{u}_{kh}(x, y)$).

Вібрація штампів описується рівняннями руху твердого тіла [26]:

$$\begin{cases} \bar{u}_k = \bar{u}_k^c + \bar{\varphi}_k \times \bar{R}_k, & -\omega^2 \cdot m_k \cdot \bar{u}_k^c = \bar{P}_k, \\ -\omega^2 \cdot J_{kl} \cdot \varphi_{kl} = M_{kl}, & l = \overline{(1, 3)}, \quad k = \overline{(1, N)}. \end{cases} \quad (7)$$

Тут \bar{u}_k^c – вектор переміщення центру маси $O_k(x_k, y_k, z_k)$ k -го штамп; $\bar{R}_k = \{x - x_k, y - y_k, z - z_k\}$; $\bar{\varphi}_k = \{\varphi_{k1}, \varphi_{k2}, \varphi_{k3}\}$ – вектор кутів повороту штамп навколо осей $O_k \xi_k, O_k \eta_k, O_k \zeta_k$, які проходять через центр маси штамп O_k й паралельних осям координат Ox, Oy, Oz ; m_k – маса; J_{k1}, J_{k2}, J_{k3} – моменти інерції k -го штамп відносно осей $O_k \xi_k, O_k \eta_k, O_k \zeta_k$; \bar{P}_k – головний вектор; $\bar{M}_k = \{M_{k1}, M_{k2}, M_{k3}\}$ – головний момент сил, діючих на штампи. У (7) враховано, що для гармонічних коливань (вібрамайданчиків) $\partial^2 \bar{u} / \partial t^2 = -\omega^2 \cdot \bar{u}$, де ω – кругова частота коливань штампів.

$\bar{q}(x, y)$ – вектор поверхневих напружень, тобто вектор навантажень, прикладених до оброблюваного середовища/суміші. Відповідно $-\bar{q}(x, y)$, $(x, y) \in \Omega_k$ – реакція середовища на діючий на нього штамп. Звідси:

$$\bar{P}_k = \bar{F}_k - \iint_{\Omega_k} \bar{q} dx dy, \quad \bar{M}_k = \bar{N}_k - \iint_{\Omega_k} (\bar{R}_k \times \bar{q}) dx dy, \quad (8)$$

\bar{F}_k, \bar{N}_k – задані головний вектор і головний момент сил, прикладених до k -го штамп.

Невідомі \bar{u}_k можуть бути визначені з (7), якщо відомі контактні напруження \bar{q} , що входять у \bar{P}_k, \bar{M}_k . Останні визначаються з систем інтегральних рівнянь (4), правою частиною котрих у відповідності з (1) повинні бути \bar{u}_k . Таким чином, для визначення \bar{u}_k треба знати \bar{q} , а для знаходження \bar{q} необхідно знати \bar{u} виникає замкнене коло. Розірвати його дозволяє обмеженість числа степенів вільності руху, які

враховуються у задачах динаміки твердого тіла та лінійність усіх співвідношень (теорія лінійної в'язкопружності).

Переміщення центру маси штампів \vec{u}_k^c й вектор кутів повороту $\vec{\varphi}_k$ розкладаємо за одиничними ортами \vec{e}_m :

$$\vec{u}_k^c = \sum_{m=1}^3 u_{k,m}^c \cdot \vec{e}_m, \quad \vec{\varphi}_k = \sum_{m=1}^3 \varphi_{k,m} \cdot \vec{e}_m. \quad (9)$$

Враховуючи перше зі співвідношень (7), для переміщень k -го штампу \vec{u}_k маємо:

$$\vec{u}_k = \sum_{m=1}^3 \left(u_{k,m}^c \cdot \vec{e}_m + \varphi_{k,m} \cdot (\vec{e}_m \times \vec{R}_k) \right). \quad (10)$$

Введемо характеристичну функцію:

$$\chi_k(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in \Omega_k, \\ 0, & (x, y) \notin \Omega_k. \end{cases} \quad (11)$$

З використанням χ_k переміщення основ усіх штампів, а у силу граничних умов (6) – й поверхні середовища під ними, можна подати у вигляді суми $(6N+1)$ складових:

$$\vec{u}(x, y, 0) = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^3 \left(u_{k,m}^c \cdot \vec{e}_m + \varphi_{k,m} \cdot (\vec{e}_m \times \vec{R}_k) \right) \vec{u}_H, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (12)$$

$\vec{u}_H = \iint_S \vec{k}(x-\xi, y-\eta, 0) \cdot \vec{g}(\xi, \eta) d\xi d\eta$ – переміщення поверхні суміші

заданим навантаженням (5). Сума (12) є правою частиною системи інтегральних рівнянь (4), й, у силу лінійності, її розв'язок також подамо у вигляді суми $(6N+1)$ складових:

$$\vec{q}(x, y) = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^3 \left(u_{k,m}^c \cdot \vec{q}_{k,m} + \varphi_{k,m} \cdot \vec{q}_{k,m+3} \right) - \vec{q}_H. \quad (13)$$

Тут $\vec{q}_{k,m}, \vec{q}_H$ задовольняють наступним системам інтегральних рівнянь:

$$\begin{cases} \vec{K} \cdot \vec{q}_{k,m} = \chi_k \cdot \vec{e}_m, \\ \vec{K} \cdot \vec{q}_{k,m+3} = \chi_k \cdot (\vec{e}_m \times \vec{R}_k), \quad m = \overline{(1,3)}, \\ \vec{K} \cdot \vec{q}_H = \vec{u}_H, \quad k = \overline{(1,N)}. \end{cases} \quad (14)$$

Характеристики переміщень штампів $\vec{u}_k^c, \vec{\varphi}_k$ визначаються з систем лінійних алгебраїчних рівнянь, що виникають після підстановки (13) у (7):

$$\vec{E}_k \cdot \vec{s}_k + \sum_{j=1}^N \vec{R}_{kj} \cdot \vec{s}_j = \vec{T}_k, \quad k = \overline{(1,N)}, \quad (15)$$

де

$$\vec{s}_k = (u_{k,1}^c, u_{k,2}^c, u_{k,3}^c, \varphi_{k,1}, \varphi_{k,2}, \varphi_{k,3}),$$

$$\bar{E}_k = -\omega^2 \text{diag}(m_k, m_k, m_k, J_{k1}, J_{k2}, J_{k3})$$

діагональна матриця $\dim(6 \times 6)$, $\bar{R}_{kj} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{1,kj}, \bar{A}_{2,kj}, \dots, \bar{A}_{6,kj} \\ \bar{B}_{1,kj}, \bar{B}_{2,kj}, \dots, \bar{B}_{6,kj} \end{pmatrix}$ - матриця

$$\dim(6 \times 6), \bar{A}_{m,kj} = \iint_{\Omega_k} \bar{q}_{j,m} dx dy,$$

$$\bar{B}_{m,kj} = \iint_{\Omega_k} (\bar{R}_k \times \bar{q}_{j,m}) dx dy, \quad m = \overline{(1,6)}, \quad \bar{T}_k = \begin{pmatrix} \bar{F}_k + \iint_{\Omega_k} \bar{q}_H dx dy \\ \bar{N}_k + \iint_{\Omega_k} (\bar{R}_k \times \bar{q}_H) dx dy \end{pmatrix}.$$

Отже, для розрахунку коливань масивних штампів на поверхні в'язкопружного середовища необхідно попередньо розв'язати системи інтегральних рівнянь (14) виду (4). Виведення систем (14), (15) зроблене для найбільш загального випадку контакту – контакту зі зчепленням; для інших видів контакту їх розмірність буде меншою. Так, для контакту без тертя, коли на всій поверхні суміші задана відсутність дотичних напружень: $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$, при $-\infty \leq x, y \leq \infty$, а у області контакту – рівність тільки вертикальних переміщень (саме цей випадок найбільш досліджений у теорії віброущільнення в'язкопружних бетонних/будівельних сумішей): $u^{(3)}(x, y, 0) = u_k^{(3)}(x, y)$, $(x, y) \in \Omega_k$, $k = \overline{(1, N)}$, замість систем виду (4) маємо одне інтегральне рівняння:

$$K_{33} \cdot q = \iint_{\Omega} k_{33}(x - \xi, y - \eta, 0) \cdot q^{(3)}(\xi, \eta) d\xi d\eta = f_3(x, y), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (16)$$

Алгебраїчні системи відносно: $\bar{s}_k = (u_{k,3}^c, \Phi_{k,1}, \Phi_{k,2})$ ($u_{k,1}^c = u_{k,2}^c = \Phi_{k,3} = 0$) можна отримати з (15) використанням нульових рядків та стовпчиків.

Викладений вище спосіб можна застосувати до аналізу не тільки вібрації масивних штампів (на поверхні бетонної/будівельної суміші), але й для довільних поверхневих об'єктів (т.з. поверхнєве віброущільнення бетонних сумішей). Єдина умова: їх рух повинен описуватись скінченною системою лінійних звичайних диференціальних рівнянь. При цьому змінюються лише системи (14); вид інтегральних рівнянь (4), які характеризують реакцію суміші, залишається в усіх випадках одним і тим самим.

2. Фундаментальний розв'язок системи диференціальних рівнянь динаміки в'язко пружного середовища, яке описується моделлю Максвелла

При використанні технологій глибинного формування (ущільнення) бетонних/будівельних сумішей, яке здійснюють за допомогою циліндричних вібраторів, виникає необхідність дослідження термонапруженого стану подібних віброджерел, занурених у оброблюване середовище.

Нижче розглянута плоска задача про розрахунок термічних в'язкопружних напружень у нескінченному циліндричному однородному

ізотропному тілі (модель глибинного вібратора для ущільнення суміші). За допомогою перетворень Лапласа та Фур'є побудований фундаментальний розв'язок системи диференціальних рівнянь у переміщеннях. У загальному нестационарному випадку розглянутий лише малий інтервал часу $t \ll \tau_0$, де τ_0 – час релаксації середовища (оброблюваної суміші). У квазістатичному наближенні фундаментальний розв'язок отриманий для будь-яких значень t (час).

Розглянемо наступну плоску задачу. Циліндричне тіло нескінченної довжини (модель глибинного вібратора) при $t \geq 0$ знаходиться під впливом температурного поля $T = T(x_1, x_2, t)$, котре вважається заданим, причому $T(x_1, x_2, 0) = 0$. необхідно розрахувати виникаючі у тілі вібратора напруження і деформації. У початковий момент $t = 0$ по усьому об'єму тіла вібратора переміщення та швидкості вважаємо рівними нулю (питання про крайові умови буде обговорюватись нижче). Тіло вібратора вважаємо утвореним із однорідного ізотропного в'язкопружного матеріалу, властивості котрого можуть бути описані моделлю Максвелла. Як відомо [27], середовище Максвелла задається системою рівнянь:

$$\varepsilon = \frac{(1-2\mu)}{2G \cdot (1+\mu)} \cdot \sigma + \alpha \cdot T, \quad (17)$$

$$\frac{\partial s_{ij}}{\partial t} + \frac{s_{ij}}{\tau_0} = 2G \cdot \frac{\partial l_{ij}}{\partial t}, \quad (18)$$

де G та μ – відповідно модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона; τ_0 – час релаксації середовища; $\sigma = (1/3) \cdot \sum_i \sigma_{ii}$; $\varepsilon = (1/3) \cdot \sum_i \varepsilon_{ii}$, s_{ij} та l_{ij} – девіатори напружень та деформацій відповідно; T – температура тіла (абсолютна, по шкалі Кельвіна); α – температурний коефіцієнт деформації матеріалу вібратора. Зі співвідношень (17) та (18) знаходимо рівняння, котрим повинні задовольняти компоненти тензора σ_{ij} (тензора напружень) у розглядуваному в'язкопружному середовищі (тіла глибинного вібратора):

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + \frac{\sigma_{ij}}{\tau_0} = 2G \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} - \left(2G \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{3\mu}{1+\mu} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \frac{\sigma}{\tau_0} \right) \delta_{ij}. \quad (19)$$

Тут G_α – температурний модуль зсуву матеріалу вібратора, δ_{ij} – тензор (символ) Кронекера.

Використовуючи рівняння руху середовища:

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (20)$$

де ρ – щільність матеріалу вібратора, а також враховуючи, що

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{тобто геометрична нелінійність матеріалу вібратора})$$

не враховується), після виключення з рівнянь (17), (19) та (20) величин σ_{ij} та σ прийдемо до рівняння відносно вектора переміщення $\bar{u}(x, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\Delta \bar{u}) + \frac{1}{(1-2\mu)} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + 2 \cdot \frac{(1+\mu)}{3\tau_0} \right) \text{grad}(\text{div} \bar{u}) - \frac{\rho}{G} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_0} \right) \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \\ = 2 \cdot \frac{(1+\mu)}{(1-2\mu)} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_0} \right) \text{grad}(\alpha \cdot T), \end{aligned} \quad (21)$$

де Δ – оператор Лапласа.

Вводячи оператор:

$$L \equiv \frac{\partial}{\partial t} \Delta + \frac{1}{(1-2\mu)} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{2 \cdot (1+\mu)}{3\tau_0} \right) \text{grad} \text{div} - \frac{\rho}{G} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_0} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

рівняння (21) можна подати у вигляді:

$$L[\bar{u}(x, t)] = \bar{f}_0(\bar{x}, t), \quad (22)$$

де $\bar{f}_0(\bar{x}, t) = 2 \cdot \frac{(1+\mu)}{(1-2\mu)} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_0} \right) \text{grad}(\alpha \cdot T)$ – відома функція. Частинний

розв'язок рівняння (22) можна подати у наступному вигляді:

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{ik}(\bar{x} - \bar{y}; t - \tau) \cdot f_{k0}(\bar{y}, \tau) dy_1 dy_2, \quad (23)$$

де $f_{k0}(\bar{y}, \tau) = 2 \cdot \frac{(1+\mu)}{(1-2\mu)} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_0} \right) \{ \text{grad}(\alpha \cdot T) \}_k$, (H_{ik}) – матриця Гріна (фундаментальний розв'язок) рівняння (20). Компоненти H_{ik} задовольняють системи рівнянь:

$$L[H_{ik}(\bar{x} - \bar{y}; t - \tau)] = \delta_{ik} \cdot \delta(\bar{x} - \bar{y}) \cdot \delta(t - \tau), \quad i, k = 1, 2, \quad (24)$$

де δ – символ функції П. Дірака.

Застосовуючи до рівнянь (24) перетворення Лапласа по t й Фур'є по одній з координат, прийдемо до системи звичайних диференціальних рівнянь, з котрої неважко отримати диференціальні рівняння 4-го порядку для Фур'є-Лаплас – образів кожної з компонент H_{ik} . Далі знаходимо частинний розв'язок кожного з цих рівнянь [28], регулярний на нескінченності. У загальному випадку знаходження точних виразів оригіналів H_{ik} доволі складне [29]. Обмежуючись випадком малих інтервалів часу $t \ll \tau_0$, для компонент H_{ik} фундаментального розв'язку рівняння (21) отримаємо вирази, подані нижче.

$$H_{11}(\bar{x} - \bar{y}; t - \tau) \approx \frac{G}{4\rho} \sqrt{\frac{\tau_0}{\pi}} \frac{\partial}{\partial |\xi_2|} \left\{ \frac{|\xi_2|}{r^2} \int_b^{t-\tau} \sqrt{s_1} I_{1/2} \left(\frac{s_1}{2\tau_0} \right) \exp\left(-\frac{\eta}{2\tau_0}\right) d\eta \right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \theta(t - \tau - b) - \frac{G}{4\rho\sqrt{2\pi}} (\kappa - C \cdot \kappa)^{-1/4} \exp\{-C(t - \tau)\} \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial |\xi_2|} \left\{ \frac{|\xi_2|}{r^2} \int_{\beta}^{t-\tau} \sqrt{s_2} I_{1/2}(\gamma \cdot s_2) \exp[-(\kappa - C) \cdot \eta] d\eta \theta(t - \tau - \beta) - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{8\sqrt{2\pi}} \frac{(1 - 2\mu)}{(1 - \mu)} (\kappa + C \cdot \kappa)^{1/4} \times \right. \\ & \quad \left. \times \int_{\beta}^{t-\tau} \frac{1}{\sqrt{s_2}} I_{-1/2}(\gamma \cdot s_2) \exp[-(\kappa - C) \cdot \eta] d\eta \theta(t - \tau - \beta), \right. \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} H_{12}(\bar{x} - \bar{y}; t - \tau) & \approx \frac{\xi_1 \cdot \xi_2}{4\sqrt{\pi} \cdot r^2} \exp[-C(t - \tau)] \theta(t - \tau - \beta) \times \\ & \times \left\{ \frac{(1 - 2\mu)}{2\sqrt{2} \cdot (1 - \mu)} (\kappa + C \cdot \kappa)^{1/4} \cdot \int_{\beta}^{t-\tau} \frac{1}{\sqrt{s_2}} I_{-1/2}(\gamma \cdot s_2) \times \right. \\ & \quad \times \exp[-(\kappa - C) \cdot \eta] d\eta + \frac{\sqrt{2}G}{\rho \cdot r^2} (\kappa + C \cdot \kappa)^{-1/4} \times \\ & \quad \left. \times \int_{\beta}^{t-\tau} \sqrt{s_2} I_{1/2}(\gamma s_2) \exp[-(\kappa - C)\eta] d\eta \right\} - \\ & - \frac{\xi_1 \cdot \xi_2}{4r^2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \tau_0} \cdot \theta(t - \tau - b) \cdot \frac{1}{2} \int_b^{t-\tau} \left(\frac{1}{\sqrt{s_1}} I_{-1/2} \left(\frac{s_1}{2\tau_0} \right) \exp \left[\frac{-\eta}{2\tau_0} \right] d\eta + \right. \\ & \quad \left. + \frac{2G\tau_0}{\rho r^2} \int_b^{t-\tau} \sqrt{s_1} \cdot I_{1/2} \left(\frac{s_1}{2\tau_0} \right) \exp \left\{ -\frac{\eta}{2\tau_0} \right\} d\eta \right), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} H_{21}(\bar{x} - \bar{y}; t - \tau) & \approx \frac{\xi_1 \cdot \xi_2}{4\sqrt{\pi} r^2} \sqrt{\frac{1 - 2\mu}{2(1 - \mu)}} \cdot \theta(t - \tau - \beta) \times \\ & \times \left\{ \sqrt{\frac{1 - 2\mu}{4(1 - \mu)}} (\kappa + C \cdot \kappa)^{1/4} \cdot \exp[-C(t - \tau)] \times \right. \\ & \quad \times \int_{\beta}^{t-\tau} \left(\frac{1}{\sqrt{s_2}} I_{-1/2}(\gamma s_2) \exp[-(\kappa - C)\eta] d\eta + \right. \\ & \quad \left. \left. + \sqrt{\frac{2G}{\rho r^2}} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\exp[-C(t - \tau)]}{(\kappa + C \cdot \kappa)^{1/4}} \int_{\beta}^{t-\tau} \sqrt{s_2} I_{1/2}(\gamma s_2) \cdot \exp[-(\kappa + C)\eta] d\eta \right) \right\} - \\ & - \frac{\xi_1 \cdot \xi_2}{4r^2 \sqrt{\pi} \tau_0} \cdot \theta(t - \tau - b) \cdot \frac{1}{2} \int_b^{t-\tau} \left(\frac{1}{\sqrt{s_1}} \exp \left(-\frac{\eta}{2\tau_0} \right) I_{-1/2} \left(\frac{s_1}{2\tau_0} \right) d\eta + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{2G\tau_0}{\rho r^2} \int_b^{t-\tau} \sqrt{s_1} \cdot \exp\left[-\frac{\eta}{2\tau_0}\right] \cdot I_{1/2}\left(\frac{s_1}{2\tau_0}\right) d\eta, \quad (27)$$

$$H_{22}(\bar{x}-\bar{y}; t-\tau) \approx \frac{\theta(t-\tau-\beta)}{4\sqrt{2\pi} \cdot (\kappa + C\kappa)^{1/4}} \frac{G}{\rho} \exp[-C(t-\tau)] \times \\ \times \frac{\partial}{\partial |\xi_2|} \left\{ \frac{|\xi_2|}{r^2} \cdot \int_\beta^{t-\tau} \sqrt{s_2} \cdot I_{1/2}(\gamma s_2) \exp[-(\kappa + C) \cdot \eta] d\eta \right\} - \\ - \frac{G}{4\rho} \cdot \sqrt{\frac{\tau_0}{\pi}} \cdot \theta(t-\tau-b) \cdot \frac{\partial}{\partial |\xi_2|} \left\{ \frac{|\xi_2|}{r^2} \cdot \int_\beta^{t-\tau} \sqrt{s_1} \cdot I_{1/2}\left(\frac{s_1}{2\tau_0}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\eta}{2\tau_0}\right) d\eta \right\} - \\ - \frac{\theta(t-\tau-b)}{8\sqrt{\pi\tau_0}} \cdot \int_b^{t-\tau} \frac{1}{\sqrt{s_1}} \exp\left(-\frac{\eta}{2\tau_0}\right) \cdot I_{-1/2}\left(\frac{s_1}{2\tau_0}\right) d\eta. \quad (28)$$

Тут $I_\nu(y)$ - модифікована функція Бесселя ν -го порядку; $\theta(y)$ - функція

Хевісайда; $\xi_i = x_i - y_i$, $i = (1,2)$; $s_1 = s_1(\eta) = \sqrt{\eta^2 - b^2}$; $b = r \cdot \sqrt{\frac{\rho}{G}}$;

$s_2 = s_2(\eta) = \sqrt{\eta^2 - \beta^2}$; $\beta = \sqrt{\frac{\rho(1-2\mu)}{2G \cdot (1-\mu)}}$; $r^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2$; $C = \frac{(1+\mu)}{3\tau_0 \cdot (1-\mu)}$;

$2\gamma = \frac{1}{\tau_0} + C$; $2\kappa = \frac{1}{\tau_0} + C$.

У переважній більшості задач практики інерційні ефекти не відіграють значної ролі [27]. Це означає, що у рівнянні (21) можна знехтувати членами, які мають у своєму складі другу та третю похідні по часу, тобто у квазістатичному наближенні замість рівняння (21) маємо:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Delta \bar{u}) + \frac{1}{(1-2\mu)} \left(\frac{\partial}{\partial t} + 2 \cdot \frac{1+\mu}{3\tau_0} \right) \text{grad div } \bar{u} = 2 \cdot \frac{(1+\mu)}{(1-2\mu)} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_0} \right) \text{grad}(\alpha \cdot T). \quad (21^*)$$

Згідно викладеної вище методики, для фундаментального розв'язку у цьому випадку знаходимо (при всіх $t > 0$) наступні вирази:

$$H_{11}(\bar{x}-\bar{y}; t-\tau) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\xi_2^2}{r^2} \left[1 - \frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} \cdot \exp[-C \cdot (t-\tau)] \right] + \right. \\ \left. + \left[1 + \frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} \cdot \exp[-C(t-\tau)] \right] \cdot \ln r \right\}, \quad (29)$$

$$H_{12}(\bar{x}-\bar{y}; t-\tau) = H_{21}(\bar{x}-\bar{y}; t-\tau) = -\frac{\xi_1 \cdot \xi_2}{4\pi r^2} \left\{ 1 - \frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} \cdot \exp[-C(t-\tau)] \right\}, \quad (30)$$

$$H_{22}(\bar{x}-\bar{y}; t-\tau) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\xi_2^2}{r^2} \left[\frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} \cdot \exp[-C(t-\tau)] - 1 \right] + \right.$$

$$+ \left[1 + \frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} \cdot \exp[-C(t-\tau)] \right] \cdot \ln r \}. \quad (31)$$

У практично цікавих випадках є доцільним розгляд двох основних типів крайових умов:

А. На границі плоскої області задаються значення вектора переміщення $\vec{u}(\vec{x}, t)$.

Б. На границі області задані значення компонент тензору напружень. Це рівносильне тому, що на границі заданою функцією є деяка лінійна комбінація похідних вектору $\vec{u}(\vec{x}, t)$.

Для рівняння (21) можна отримати співвідношення, котре є узагальненням відомої формули Гріна для рівняння Лапласа. Саме це дозволяє подати значення $\vec{u}(\vec{x}, t)$ у довільній точці \vec{x} області у вигляді комбінації інтегралів, до складу яких входить отриманий вище фундаментальний розв'язок і значення функції $\vec{u}(\vec{x}, t)$ та її похідних на границі. Таким чином, задачу, яка розглядається, можна звести до системи інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду відносно деякої функції $\vec{\mu}(\vec{x}, t)$, котра аналогічна щільності потенціалу подвійного прошарку (при умовах А) й потенціалу простого прошарку (при умовах Б).

3. Моделювання процесу вібраційного об'ємного ущільнення бетонної/будівельної суміші у межах дискретної системи подання оброблюваного середовища

Нехай вібраційне джерело (вібромайданчик з привантаженням) моделюється плитою з масою m_1 , яка лежить без тертя на поверхні в'язкопружкосередовища (вібромайданчик з сумішшю у формі) і зв'язаною з масою m_2 (привантаження) пружним і демпфуючим зв'язками (рис. 1). На обидві маси синхронно діє навантаження $F \cdot \exp(-i\omega t)$, де: $i^2 = -1$, ω - кругова частота коливань віброджерела, F

- амплітуда силового навантаження. Вважаємо товщину прошарку, що ущільнюється, малою і розв'язуємо задачу у межах моделі в'язкопружкої бетонної/будівельної суміші як системи із зосередженими параметрами. Вібраційна система «вібромайданчик – суміш – привантаження» знаходиться на фундаменті/основі, яка характеризується коефіцієнтами Ламе ($\bar{\rho}$ та $\bar{\mu}$), і має щільність $\bar{\rho}$.

Вертикальні коливання плити

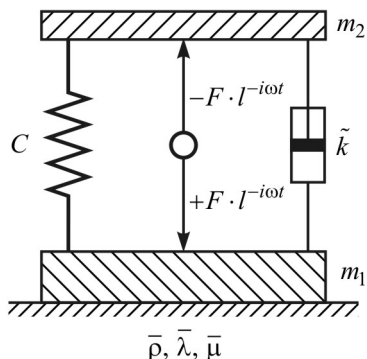


Рис. 1. Геометрія задачі об'ємного ущільнення бетонної/будівельної суміші

w_1 (масою m_1) та з'єднаної з нею плити привантаження w_2 (масою m_2) описуються рівняннями:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{w}_1 - \tilde{k} \cdot (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) - \tilde{c} \cdot (w_2 - w_1) = F - Q, \\ m_2 \cdot \ddot{w}_2 + \tilde{k} \cdot (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) + \tilde{c} \cdot (w_2 - w_1) = -F, \end{cases} \quad (32)$$

де $\dot{w}_{1,2} \equiv \frac{dw_{1,2}}{dt}$; $\ddot{w}_{1,2} \equiv \frac{d^2w_{1,2}}{dt^2}$; \tilde{c} - жорсткість пружного зв'язку

(бетонної/будівельної суміші), $\tilde{c} = \frac{E^* \cdot S^*}{h}$, де E^* - модуль пружності

суміші, h - її товщина, S^* - площа поверхні плит масами m_1 і m_2 , кожної окремо; \tilde{k} - коефіцієнт тертя демпфуючого зв'язку; F - амплітуда сили, прикладеної до кожної з плит; $-Q = -\iint_{\Omega} q_3 dx dy$ - реакція в'язкопружного

середовища (суміші) на занурення у нього (неї) плити масою m_1 .

Припустимо, що вібратор працює в усталеному гармонічному режимі з круговою частотою ω . У подальшому під w_1, w_2, F, Q будемо розуміти комплексні амплітуди відповідних величин.

Нехай q_1 - тиск, який викликає одиничне переміщення поверхні під плитою, тобто q_1 - розв'язок інтегрального рівняння і $K_{33} \cdot q_1 = 1$, $(x, y) \in \Omega$. При $(x, y) \in \Omega$ переміщення поверхні дорівнює переміщенню плити w_1 , звідси:

$$q = w_1 \cdot q_1, \quad Q = w_1 \cdot Q_1, \quad Q_1 = \iint_{\Omega} q_1 \cdot dx dy. \quad (33)$$

Враховуючи (33) й відповідність $\partial^n / \partial t^n \Rightarrow (-i\omega)^n$, відносно w_1, w_2 маємо алгебраїчну систему – аналог системи (15):

$$\begin{cases} (-\omega^2 \cdot m_1 - i\omega\tilde{k} + \tilde{c} + Q_1) \cdot w_1 + (i\omega\tilde{k} + \tilde{c}) \cdot w_2 = F, \\ (i\omega\tilde{k} - \tilde{c}) \cdot w_1 + (-\omega^2 \cdot m_2 - i\omega\tilde{k} + \tilde{c}) \cdot w_2 = -F. \end{cases} \quad (34)$$

Звідси:

$$\begin{cases} w_1 = -\frac{\omega^2 \cdot m_2}{\Delta(\omega)} \cdot F, \quad w_2 = -\frac{(Q_1 - \omega^2 \cdot m_1)}{\Delta(\omega)} \cdot F, \\ \Delta(\omega) = \omega^2 \cdot m_2 \cdot (i\omega\tilde{k} - \tilde{c}) + (Q_1 - \omega^2 \cdot m_1) \cdot (\omega^2 \cdot m_2 - i\omega\tilde{k} + \tilde{c}). \end{cases} \quad (35)$$

Значимо, що при суто поверхневому (необ'ємному) ущільненні бетонної/будівельної суміші ($w_1 \equiv 0$, $w_2 = 2F / (2i\omega\tilde{k} + \omega^2 \cdot m_2)$).

Зрозуміло, виходячи з (35), що $\Delta(\omega) = 0$ є умовою резонансу системи. Якби відсутньою була реакція суміші Q_1 , тоді поліном $\Delta(\omega)$, як поліном четвертої степені відносно ω , мав би чотири корені. При наявності

$Q_1(\omega)$ питання про кількість резонансів при ущільненні суміші таким (об'ємним) способом та їх розміщення у комплексній площині ω вимагає спеціальних аналітичних та чисельних досліджень. Особливий інтерес тут представляють дійсні корені, котрим відповідають незатухаючі коливання системи з даною частотою. У подальшому чисельно будуть вивчені резонанси такої системи: «штамп – в'язкопружнийпрошарокбетонної/будівельноїсуміші – (можливе при вантаженні у верхній частині)».

Висновки

1. Отже, при вивченні взаємодії поверхневих вібраційних джерел з в'язкопружним середовищем (бетонною/будівельною сумішшю) при поверхневому/об'ємному віброущільненні (віброформуванні) останнього ключову роль відіграє визначення його (середовища) реакції (\vec{R}_{kj} у (15), Q_1 у (35)), тобто побудова розв'язку відповідних інтегральних рівнянь.

2. Справедливим є наступне твердження: будь-яка крайова задача математичної фізики зі змішаними граничними умовами може бути зведена до розв'язкуінтегральнихрівнянь.

3. Особливо значні труднощі виникають у випадку неklasичних областей контакту, неоднорідних (стратифікованих) ущільнюваних сумішей та їх динаміки, оскільки:

1) при відмінності області контакту від круга чи смуги інтегральні рівняння не зводяться до одновимірних, і до них не можна застосувати добре відпрацьовані аналітичні та чисельні методи їх розв'язку;

2) для неоднорідних (стратифікованих) в'язкопружнихсередовищ саме ядро інтегрального рівняння може бути побудоване лише чисельно [9-11];

3) динаміка у порівняннізі статикою призводить до суттєвої (сильної) осциляції ядра. Остання обставина обумовлює сильний взаємний вплив усіх точок поверхні (поверхневі хвилі) і робить неефективним застосування методів, які чудово працюють у задачах статички або у задачах динаміки в'язких середовищ із затуханням.

4. Зрозуміло, що тут не можна застосовувати суто аналітичні методи, оскільки вже постановка задачі й виведення інтегральних рівнянь вимагають залучення потужної обчислювальної техніки та спеціальних алгоритмів і програм. З іншої сторони, прямі чисельні методи (наприклад, метод колокації) без попереднього аналізу і врахування властивостей інтегральних операторів не призведуть до успіху завдяки наявності особливостей та осциляції у розв'язку та ядра (як і у задачах аналізутермов'язкопружного стану середовища).

5. Найбільш перспективним є шлях, котрий передбачає машинну реалізацію всіх етапів розв'язку, виконану на основі ретельного попереднього аналітичного вивчення його властивостей і виділення усіх складових, котрі несуть особливості та осциляції розв'язку, таким чином, щоб чисельно необхідно було знаходити значення тільки гладких, плавно змінних функцій, які є розв'язками коректних задач.

6. У наступних частинах дослідження будуть розглянуті крайові задачі динамічної теорії в'язкопружності для стратифікованих середовищ, властивості інтегральних операторів динамічних контактних задач, методи розв'язку інтегральних рівнянь динамічних змішаних задач, вібрації масивних штампів на в'язкопружній основі, проведений аналіз хвильових полів, які збуджуються гармонічними поверхневими джерелами у в'язкопружному стратифікованому напівпросторі, нестационарні хвилі, енергія в'язкопружних хвиль, що збуджуються у стратифікованому напівпросторі (та у прошарку скінченної товщини) поверхневими й внутрішніми (всередині оброблюваного середовища/ суміші) віброджерелами.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Ильичёв В.А.* К построению импульсной переходной функции системы штамп-полупространство. Известия АН СССР. Механика твёрдого тела. 1973. №2.
2. *Муравский Г.Б.* Гармонические колебания штампа на полупространстве при действии силы, приложенной к поверхности полупространства. Известия АН ССР. Механика твёрдого тела. 1969. №6.
3. *Шехтер О.Я.* О взаимном влиянии колебаний двух жёстких круглых штампов на упругом полупространстве при вертикальных, осесимметричных гармонических воздействиях. Основания, фундаменты и подземные сооружения. Сб. трудов НИИ оснований и подземных сооружений. – М.: Стройиздат, 1973. №62.
4. *Бабешко В.А., Глушков Е.В., Глушкова Н.В.* К проблеме динамических контактных задач в произвольных областях. Известия АН СССР. Механика твёрдого тела. 1978. №3.
5. *Бабешко В.А., Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Зинченко Ж.Ф.* Установившиеся колебания массивных объектов на поверхности упругой среды. – Ростов-на-Дону: Ростовский гос. ун-т, 1981. Деп. в ВИНТИ 22.01.82, №290-82.
6. *Глушков Е.В.* Вибрация системы массивных штампов на линейно-деформируемом основании. Прикладная математика и механика. 1985. Т. 49. №1.
7. *Глушков Е.В., Глушкова Н.В.* Плоская задача о колебании штампа на слое. Известия Северо-Кавказского научного центра высшей школы. 1979. №1.
8. *Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф.* Динамика неоднородных линейно-упругих сред. – М.: Наука, 1989. 344с.
9. *Партон В.З., Перлин П.И.* Интегральные уравнения теории упругости. – М.: Наука, 1977.
10. Развитие теории контактных задач в СССР. – М.: Наука, 1976.
11. *Сеймов В.М.* Динамические контактные задачи. – К.: Наукова думка, 1976.
12. *Бабешко В.А.* К теории динамических контактных задач. Доклады АН СССР. 1971. Т. 201. №3.
13. *Бабешко В.А.* Новый эффективный метод решения динамических контактных задач. Доклады АН СССР. 1974. Т. 217. №4.
14. *Бабешко В.А.* Новый метод в теории пространственных динамических контактных задач. Доклады АН СССР. 1978. Т. 242. №1.
15. *Бабешко В.А.* Обобщённый метод факторизации в пространственных динамических смешанных задачах теории упругости. – М.: Наука, 1984.
16. *Бабешко В.А., Зинченко Ж.Ф., Пряхина О.Д., Смирнова А.В.* Об одном новом методе решения нестационарных контактных задач теории упругости. – Ростов-на-Дону: Ростовский гос. ун-т, 1982. Деп. в ВИНТИ 22.01.82, №291-82.
17. *Ворович И.И., Александров В.М., Бабешко В.А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости. – М.: Наука, 1974.
18. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. – М.: Наука, 1979.
19. *Галин Л.А.* Контактные задачи теории упругости – М.: Гостехиздат, 1953.

20. Гольдштейн Р.В., Клейн И.С., Эскин Г.И. Вариационно-разностный метод решения некоторых интегральных и интегродифференциальных уравнений трёхмерных задач теории упругости. Институт проблем механики АН СССР. Препринт №33. – М.: 1973.
21. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – К.: Наукова думка, 1981.
22. Гузь А.Н., Головачев В.Т. Дифракция упругих волн в многосвязных телах. – К.: Наукова думка, 1972.
23. Крейн М.Г. Об одном новом методе решения линейных интегральных уравнений первого и второго рода. Доклады АН СССР. 1978. т. 100. №3.
24. Рвачёв В.Л., Проценко В.С. Контактные задачи теории упругости для неклассических областей. – К.: Наукова думка, 1977.
25. Бабешко В.А., Пряхина О.Д. Об одном методе в теории динамических контактных задач для круглых штампов. Известия АН СССР. Механика твёрдого тела. 1981. №2.
26. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Ч.2. – М.: Наука, 1969.
27. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. – М.: Физматгиз, 1963. 252с.
28. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1976. 576с.
29. Бейтмен, Эрдейи. Таблицы интегральных преобразований. – М.: Наука, 1969. 344с.

REFERENCES

1. Ylychev V.A. K postroeniiu impulsnoi perekhodnoi funktsii sistemy shtamp-poluprostranstvo (To the construction of the pulse transient function of the stamp-half-space system). - Izvestiia AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela. 1973. №2.
2. Muravskii H.B. Harmonicheskie kolebaniia shtampa na poluprostranstve pri deistvii sily, prilozhennoi k poverkhnosti poluprostranstva (Harmonic vibrations of a stamp on a half-space under the action of a force applied to the surface of a half-space). Izvestiia AN SSR. Mekhanika tverdogo tela. 1969. №6.
3. Shekhter O.Ia. O vzaimnom vliianii kolebaniu dvukh zhestkikh kruhlykh shtampov na upravom poluprostranstve pri vertikalnykh, osesimmetrichnykh harmonicheskikh vozdeistviakh. Osnovaniia, fundamente, podzemnye sooruzhenia (About mutual influence of vibrations of two rigid round dies on an elastic base under vertical, axisymmetric harmonic effects). - Sb. trudov NYY osnovani y podzemnikh sooruzhenii. – М.: Stroiyzdat, 1973. №62.
4. Babeshko V.A., Hlushkov E.V., Hlushkova N.V. K probleme dinamicheskikh kontaktnykh zadach v proizvolnykh oblastiakh (To the problem of dynamic contact problems in arbitrary areas). - Izvestiia AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela. 1978. №3.
5. Babeshko V.A., Hlushkov E.V., Hlushkova N.V., Zinchenko Zh.F. Ustanovivshiesia kolebaniia massivnykh obyektov na poverkhnosti upravoi sredi (Steady vibrations of massive objects on the surface of an elastic medium). – Rostov-na-Donu: Rostovskii gos. un-t, 1981. Dep. v VINITI 22.01.82, №290-82.
6. Hlushkov E.V. Vibratsiia sistemi massivnykh shtampov na lineino-deformiruемом osnovanii (Vibration of a system of massive dies on a linearly deformable base). Prikladnaia matematika y mekhanyka. 1985. T. 49. №1.
7. Hlushkov E.V., Hlushkova N.V. Ploskaia zadacha o kolebaniu shtampa na sloe (The plane problem about vibration of a stamp on a layer). Izvestiia Severo-Kavkazskogo nauchnoho tsentra visshiei shkoli. 1979. №1.
8. Babeshko V.A., Hlushkov E.V., Zinchenko Zh.F. Dinamika neodnorodnykh lineino-upruzhikh sred(Dynamics of inhomogeneous linear elastic media). – М.: Nauka, 1989. 344s.
9. Parton V.Z., Perlin P.Y. Intehralnye uravneniia teorii upravosti (The integral equations of the elasticity theory). – М.: Nauka, 1977.
10. Razvitie teorii kontaktnykh zadach v SSSR (Development of contact tasks in the USSR). – М.: Nauka, 1976.
11. Seimov V.M. Dinamicheskie kontaktnye zadachi (The dynamic contact tasks). – К.: Naukova dumka, 1976.
12. Babeshko V.A. K teorii dinamicheskikh kontaktnykh zadach (To the theory of dynamic contact tasks). Doklady AN SSSR. 1971. T. 201. №3.

13. Babeshko V.A. Novii effektivnii metod reshenia dinamicheskikh kontaktnykh zadach (A new efficient method for solving contact problems). Doklady AN SSSR. 1974. T. 217. №4.
14. Babeshko V.A. Novii metod v teorii prostranstvennykh dinamicheskikh kontaktnykh zadach (A new method in the theory of the spatial dynamic contact problems). Doklady AN SSSR. 1978. T. 242. №1.
15. Babeshko V.A. Obobshchennyi metod faktorizatsii v prostranstvennykh dinamicheskikh smeshannykh zadachakh teorii uprugosti (Generalized factorization method in spatial dynamic mixed problems of elasticity theory). – M.: Nauka, 1984.
16. Babeshko V.A., Zynchenko Zh.F., Priakhyna O.D., Smyrnova A.V. Ob odnom novom metode reshenia nestatsionarnykh kontaktnykh zadach teorii uprugosti (About one new method for solving non-stationary contact problems of elasticity theory). – Rostov-na-Donu: Rostovskiyi gos. un-t, 1982. Dep. v VYNYTY 22.01.82, №291-82.
17. Vorovykh Y.Y., Aleksandrov V.M., Babeshko V.A. Neklassicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti (The non-classical mixed problems of elasticity theory). – M.: Nauka, 1974.
18. Vorovykh Y.Y., Babeshko V.A. Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlia neklassicheskikh oblastei (The dynamic mixed tasks of elasticity theory for a non-classical areas). – M.: Nauka, 1979.
19. Halyn L.A. Kontaktnye zadachi teorii uprugosti (The contact tasks of elasticity theory). – M.: Hostekhyzdat, 1953.
20. Holdsthein R.V., Klein Y.S., Eskyn H.Y. Variatsyonno-raznostniy metod reshenia nekotorykh integralnykh i integrodifferentsialnykh uravneniy trekhmernykh zadach teorii uprugosti (The variational-difference method for solving some integral and integro-differential problems of the theory of elasticity). Ynstytut problem mekhanyky AN SSSR. Preprint №33. – M.: 1973.
21. Hrynchenko V.T., Meleshko V.V. Harmonicheskie kolebaniya i volny v uprugikh telakh (Harmonic vibrations and waves in the elastic bodies). – K.: Naukova dumka, 1981.
22. Huz A.N., Holovchan V.T. Dyfraktsiya uprugikh voln v mnohosviaznykh telakh (The diffraction of elastic waves in multiply connected bodies). – K.: Naukova dumka, 1972.
23. Krein M.H. Ob odnom novom metode reshenia lyneinikh integralnykh uravneniy pervoho i vtoroho roda (About one new method of resolving linear integral equations of the first and second kind). Doklady AN SSSR. 1978. t. 100. №3.
24. Ravchov V.L., Protsenko V.S. Kontaktnye zadachi teorii uprugosti dlia neklassicheskikh oblastei (The contact problems of elasticity theory for a non-classical areas). – K.: Naukova dumka, 1977.
25. Babeshko V.A., Priakhyna O.D. Ob odnom metode v teorii dinamicheskikh kontaktnykh zadach dlia kruhlykh shtampov (About one method in the theory of dynamic contact tasks for a round stamps). Yzvestiya AN SSSR. Mekhanyka tvärdogo tela. 1981. №2.
26. Bikhholts N.N. Osnovnoi kurs teoretycheskoi mekhaniki Ch.2. (The basic course in theoretical mechanics. P.2). – M.: Nauka, 1969.
27. Parkus H. Neustanovivshiesia temperaturnye napriazhenia (The transient thermal stresses). – M.: Fyzmathyz, 1963. 252s.
28. Kamke E. Spravochnik po obyknovennym dyfferentsialnym uravneniam (Reference book on ordinary differential equations). – M.: Nauka, 1976. 576s.
29. Beitmen, Erdeiy. Tablitsi integralnykh preobrazovaniy (The tables of the integral transformations). – M.: Nauka, 1969. 344s.

Стаття надійшла 12.08.2022

Човнюк Ю.В., Кравчук В.Т., Приймаченко О.В., Чередніченко П.П.

АНАЛІЗ ВЗАЄМОДІЇ КІНЦЕВОМІРНИХ ПОВЕРХНЕВИХ ВІБРОДЖЕРЕЛ З УЩІЛЬНЮваним ЛІНІЙНО-В'ЯЗКОПРУЖНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

У представленій статті розвинутий підхід до розв'язку задач про збудження джерелами коливань/вібрацій хвиль у лінійно-в'язкопружних середовищах, моделюючих ущільнювані бетонні/будівельні суміші зі змінними по глибині механічними характеристиками. Проведений аналіз контактних напружень і зусиль, виникаючих під осцилюючим штампом, типів хвиль, які генеруються у середовищі і на його поверхні, енергії, яка переноситься кожним типом хвиль для різних вібраційних джерел. Описані, раніше не зазначені для

подібного класу задач, явища резонансу у глибинних прошарках середовища великої товщини та власне переміщення самих віброштампів. Наведена техніка зведення задачі про динамічну взаємодію кінцевомірних поверхневих вібраторів з ущільнюваним лінійно-в'язкопружним середовищем до інтегральних рівнянь типу згортки. Обговорюються можливі шляхи її розв'язку. Важливо всебічно дослідити особливості коливальних систем «штамп-пружне/лінійно-в'язкопружне середовище», але виникаючі тут інтегральні рівняння є серйозною перешкодою на шляху досліджень. Спроби обійти ці труднощі породжують низку наближених, «інженерних» підходів, у межах котрих реакція середовища (ущільнюваної вібраційним полем бетонної/будівельної суміші) моделюється пружними і в'язкопружними (демпфуючими) зв'язками з деякою «приєднаною масою». Характеристики пружних елементів й величина приєднаної маси підбираються, як правило, за експериментальними даними. Коливання кінцевомірної системи, що виникають у результаті такого підходу, визначаються звичайними методами теоретичної механіки. Особливо широко такий підхід застосовується у будівельних розрахунках, він дозволяє з достатньою точністю визначати статичні осадки споруд, дає задовільні результати на певній, фіксованій частоті. При аналізі коливальних у широкому діапазоні частот лінійно-в'язкопружне середовище є суттєво нескінченно вимірною системою із власними резонансами й складними дисперсійними властивостями й тому не апроксимується скінченим набором пружин. З метою вияву характерних особливостей динаміки масивних штампів на лінійній в'язкопружній основі у даній роботі проведені: обчислення з використанням методів розв'язку інтегральних рівнянь; аналіз чисельних результатів та виявлених тут якісних ефектів.

Ключові слова: динаміка, взаємодія, кінцевомірні поверхневі вібратори, ущільнення, лінійно-в'язкопружне середовище, бетонна/будівельна суміш, резонанси.

Chovnyuk Yu.V., Kravchuk V.T., Pryimachenko O.V., Cherednichenko P.P.

ANALYSIS OF THE INTERACTION OF FINITE-DIMENSIONAL SURFACE VIBRATORS WITH A COMPACTED LINEAR-VISCOUS-ELASTIC MEDIUM

This paper develops an approach to solving problems about the excitation of vibrations/vibrations by sources of waves in linear-viscous-elastic media modeling compacted concrete/building mixtures with depth-variable mechanical characteristics. An analysis of contact stresses and forces occurring under the oscillating stamp, the types of waves generated in the medium and on its surface, and the energy carried by each type of wave for different vibration sources are discussed. The previously described but unspecified for such problems, phenomena of resonance in deep layers of the medium of great thickness and the eigenmovement of the vibration stamps themselves are proposed. We present the technique of reducing the problem of dynamic interaction of finite-dimensional surface vibrosources with compacted linear-viscous-elastic medium to the possible ways of its solution. It is important to comprehensively investigate the peculiarities of vibrations of the stamp-elastic/linear-viscous-elastic medium system, but the integral equations arising here are a serious obstacle to research. Attempts to circumvent these difficulties give rise to a number of approximate, "engineering" approaches, within which the response of the medium (compacted by the vibrating field of the concrete/concrete mixture) is modeled by elastic and viscoelastic (damping) links with some "attached mass". The characteristics of elastic elements and the value of the attached mass are selected, as a rule, from experimental data. The oscillations of the finite-dimensional system resulting from this approach are determined by the usual theoretical methods of mechanics. Such an approach is especially widely used in construction calculations. It gives the possibility to determine the static settlement of structures with a sufficient accuracy and provides satisfactory results at a certain, fixed frequency. When analyzing vibrations in a wide range of frequencies, the linear-viscous-elastic medium is substantially infinitely measurable system with its own resonances and complex dispersion properties, and therefore cannot be approximated by a finite set of springs. In order to identify the characteristic features of the dynamics of massive stamps on a linear viscoelastic basis in this paper we carried out: calculations using methods of solving integral equations; analysis of numerical results and identified qualitative effects.

Keywords: dynamics, interaction, finite-dimensional surface vibration sources, compaction, linear viscoelastic medium, concrete/concrete mixture, resonances.

УДК 534.11

Човнюк Ю.В., Кравчук В.Т., Приймаченко О.В., Чередніченко П.П. **Аналіз взаємодії кінцевомірних поверхневих вібраторів з ущільнюваним лінійно-в'язкопружним середовищем** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 369-386.

Розвинуто підхід до розв'язку задач про збудження джерелами коливань/вібрацій хвиль у лінійно-в'язкопружних середовищах, моделюючих ущільнювані бетонні/будівельні суміші зі змінними по глибині механічними характеристиками. Проведений аналіз контактних напружень і зусиль, виникаючих під осцилюючим штампом, типів хвиль, які генеруються у середовищі і на його поверхні, енергії, яка переноситься кожним типом хвиль для різних вібраційних джерел.

Табл. 0. Іл. 1. Бібліогр. 29 назв.

UDC 534.11

Chovnyuk Yu.V., Kravchuk V.T., Priymachenko O.V., Cherednichenko P.P. **Analysis of the interaction of finite-dimensional surface vibrators with a compacted linear-viscous-elastic medium** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2022. – Issue 109. – P. 369-386. – Ukr.

The approach to solving the problems of excitation by sources oscillation/vibration wave excitation in linear-viscous-elastic media modeling compacted concrete/building mixtures with depth-variable mechanical characteristics. The analysis of contact stresses and forces occurring under the oscillating stamp, the types of waves generated in the medium and on its surface, the energy carried by each type of wave for different vibration sources has been carried out.

Табл. 0. Fig. 1. Ref. 29.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри організації авіаційних робіт і послуг Човнюк Юрій Васильович

Адреса робоча: 03058 Україна, м. Київ, вул. Мирослава Гузара, 1/2, Національний авіаційний університет

Робочий тел.: +38(044) 406-78-41

мобільний тел.: +38(096) 570-45-65

E-mail: ychovnyuk@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0608-0203>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри охорони праці та навколишнього середовища Кравчук Володимир Тимофійович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 241-55-98

мобільний тел.: +38(067) 942-56-60

E-mail: vtk1@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5213-3644>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри міського будівництва Приймаченко Олексій Віталійович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-42-04

мобільний тел.: +38(067) 266-81-97

E-mail: pryimachenko.ov@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5125-8472>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент, доцент кафедри міського будівництва Чередніченко Петро Петрович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-42-04

мобільний тел.: +38(067) 442-13-36

E-mail: petro_che@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7161-661X>

УДК 358.211

ВИЗНАЧЕННЯ СТІЙКОСТІ КОНСТРУКЦІЙ ПОЛЬОВИХ ФОРТИФІКАЦІЙНИХ СПОРУД ЗАКРИТОГО ТИПУ ВІД УДАРНОЇ ХВИЛІ ЯДЕРНОГО ВИБУХУ

В.С. Косенко¹,
канд. військ. наук

О.І. Волощенко¹,
канд. військ. наук, старший дослідник

М.Г. Кушніренко²,
канд. техн. наук, доцент

¹*Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України*

²*Київський національний університет будівництва і архітектури*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.387-402

Метою статті є оприлюднення результатів досліджень з визначення стійкості конструкцій польових фортифікаційних споруд закритого типу від ударної хвилі ядерного вибуху.

Отримавши гідну відсіч агресії, оцінивши свої втрати та можливості Збройних Сил України, Росія перейшла до прямих погроз застосування ядерної зброї.

За такого розвитку війни захист наших військ потрібно здійснювати шляхом укриття особового складу, озброєння і техніки у польових фортифікаційних спорудах закритого типу, стійкість конструкцій яких повинна бути достатньою, зокрема для протидії ударній хвилі ядерного вибуху.

Розрахунок стійкості конструкцій таких споруд від ударної хвилі ядерного вибуху пропонується виконувати за двома етапами.

На першому етапі обчислюються розрахункові навантаження ударної хвилі ядерного вибуху на основні захисні елементи фортифікаційної споруди. В основу обчислень покладено закон подібності під час вибухів, який дозволяє визначити параметри ударної хвилі на різних відстанях від епіцентру ядерного вибуху.

На другому етапі визначається фактичне напруження під час динамічних навантажень, яке виникає у результаті впливу ударної хвилі на конструкцію певної фортифікаційної споруди.

Основою обчислень на цьому етапі є визначення моменту опору елементів конструкції фортифікаційної споруди, інтенсивності навантаження, згинального моменту для рівномірно розподіленого навантаження на основні елементи конструкції та стискаючого зусилля, що передається через ці елементи.

Кожен етап обчислень ілюструється прикладами. Запропонований порядок визначення стійкості конструкцій польових фортифікаційних споруд закритого типу від ударної хвилі ядерного вибуху дозволяє вибрати матеріал потрібних розмірів для цих споруд, який забезпечить стійкість їх функціонування та потрібну живучість особового складу під час ядерного вибуху.

Ключові слова: розрахункові навантаження, стійкість конструкції, ударна хвиля ядерного вибуху.

Вступ

На світанку 24 лютого 2022 року президент Росії заявив про початок так званої “спеціальної військової операції” на території України. Відразу після цього російські війська нанесли масовані ракетні удари по об’єктам інфраструктури України та вторглися на її територію. Так розпочалася повномасштабна війна Росії проти України, яку агресор планував

завершити за 2-3 дні. Однак, отримавши гідну відсіч, оцінивши свої втрати та можливості Збройних Сил України, росія перейшла до прямих погроз застосування ядерної зброї [1].

За такого розвитку війни захист наших військ потрібно здійснювати шляхом укриття особового складу, озброєння і військової техніки у польових фортифікаційних спорудах закритого типу (далі – фортифікаційних спорудах), стійкість конструкцій яких повинна бути достатньою, зокрема для протидії ударній хвилі ядерного вибуху.

Питанню стійкості конструкцій фортифікаційних споруд від впливу звичайних засобів вогневого ураження (мінометних мін, артилерійських снарядів, авіаційних бомб тощо) присвячено багато досліджень [2]-[9]. Однак, стійкість зазначених споруд від ударної хвилі ядерного вибуху вивчено недостатньо. Саме тому визначення стійкості конструкції фортифікаційних споруд від ударної хвилі ядерного вибуху є актуальним завданням від вирішення якого напряду залежатиме живучість наших військ під час бойових дій.

Аналіз свідчить, що стійкість конструкції певної фортифікаційної споруди потрібно визначати за допомогою розрахункових навантажень та фактичного напруження, які виникатимуть під час впливу на її покриття і стіни ударної хвилі ядерного вибуху [3].

Для визначення розрахункових навантажень потрібно обчислити: надлишковий тиск у фронті ударної хвилі ядерного вибуху (ΔP_ϕ); надлишковий тиск ударної хвилі відбиття ($\Delta P_{\text{від}}$); коефіцієнт відбиття ударної хвилі ($k_{\text{від}}$); тиск у фронті ударної хвилі ядерного вибуху (P_ϕ); загальну товщину усіх шарів покриття фортифікаційної споруди (D_c); еквівалентне динамічне навантаження на покриття ($P_n^{\text{д}}$) і стіни ($P_c^{\text{д}}$) споруди; тиск власної ваги ($P_n^{\text{в}}$) та приведену товщину покриття (D_n), а також боковий тиск ґрунту (розподільчого шару) в середині конструкції споруди ($P_{\text{бт}}^{\text{р}}$).

Визначення фактичного напруження під час динамічних навантажень на конструкцію певної фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху полягає в розрахунку моменту опору елементів конструкції фортифікаційної споруди (W), інтенсивності навантаження на один погонний сантиметр її конструкції (r), згинального моменту для рівномірно розподіленого навантаження на елементи конструкції цієї споруди (M), площі поперечного перерізу її елементів (S), а також стискаючого зусилля, яке передається на конструкцію через ці елементи (N).

Обчислені розрахункові навантаження на покриття і стіни певної фортифікаційної споруди та визначене за їх допомогою фактичне напруження в її елементах дозволить зробити висновок про стійкість конструкції цієї фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху та її відповідність існуючим вимогам щодо захисту військ від ядерної зброї.

Визначення розрахункових навантажень на покриття і стіни фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху

Аналіз свідчить, що розрахункові навантаження на конструкцію (покриття і стіни) певної фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху залежать від потужності ядерного вибуху (тротилового еквіваленту ядерного заряду), виду ядерного вибуху (підземний, наземний, повітряний), матеріалу елементів конструкції цієї споруди, а також її розміщення на місцевості відносно епіцентру ядерного вибуху [10], [11].

Для дослідження обрано варіант нанесення удару по позиціям наших військ тактичною ядерною зброєю та укриття особового складу у сховищах безврубочної конструкції (рис. 1). Такі фортифікаційні споруди війська улаштовують на своїх позиціях з дерев'яних колод та жердин. Ці споруди призначені для захисту особового складу від вогневого впливу противника та дозволяють розмістити до 25 чоловік [3].

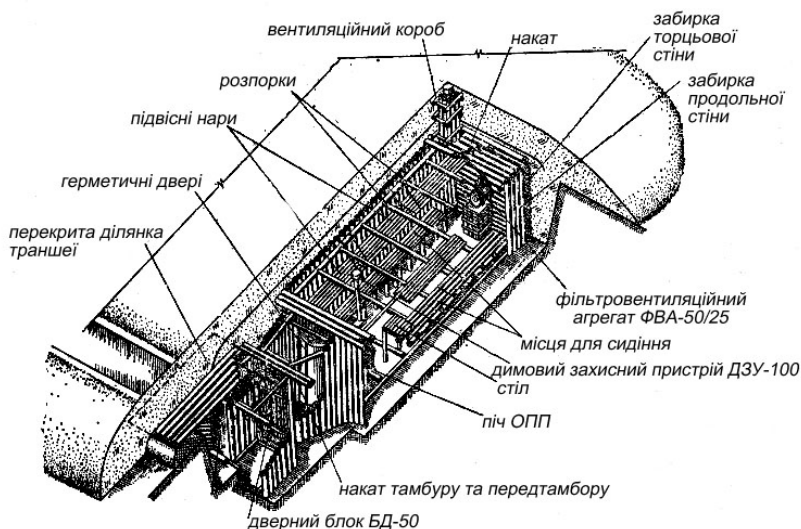


Рис. 1. Загальний вигляд сховища безврубочної конструкції

Розглянемо наземний ядерний вибух, під час якого дія ударної хвилі має найбільший вплив на фортифікаційні споруди. Наземний ядерний вибух здійснюється на поверхні землі або у повітрі на висоті $H \leq 3,5\sqrt[3]{q}$, де q – потужність ядерного вибуху [10], [12].

Враховуючи, що ударна хвиля це область різкого сильного стискання повітря, яка розповсюджується від епіцентру вибуху із надзвуковою швидкістю [11], для вирішення завдання потрібно розрахувати надлишковий тиск у фронті ударної хвилі ядерного вибуху (ΔP_{ϕ}), який виникає безпосередньо біля фортифікаційної споруди. Цей тиск є

різницею між тиском ударної хвилі ядерного вибуху (P_ϕ) та атмосферним тиском (P_o) [12].

На рис. 2 зображено зміну тиску у фіксованій точці при проходженні через неї ударної хвилі ядерного вибуху.

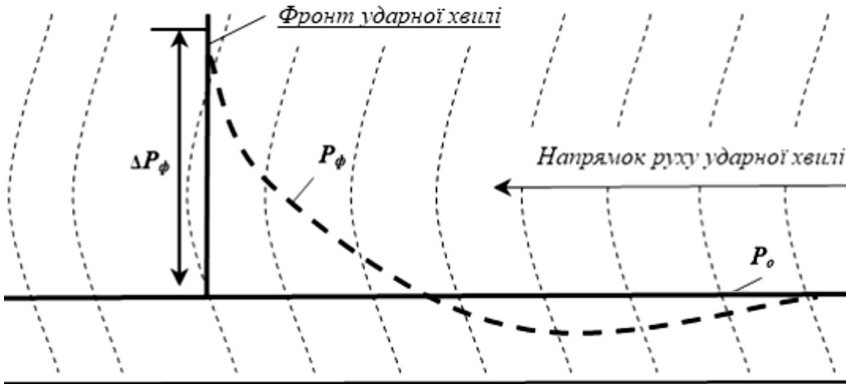


Рис. 2. Зміна тиску у фіксованій точці при проходженні через неї ударної хвилі

Під час ядерного вибуху, так само як і при звичайному, існує прямий зв'язок між потужністю вибуху і відстанню від його епіцентру, на якому спостерігається певна величина надлишкового тиску. Цей зв'язок називають законом подібності, який може бути вираженим так: під час вибуху двох ядерних зарядів, потужності яких дорівнюють q_1 та q_2 , однакові надлишкові тиски у фронті їх ударної хвилі ΔP_ϕ спостерігаються на різних відстанях L_1 та L_2 (від епіцентру 1-го та 2-го ядерних вибухів), відношення яких дорівнює кореню третього ступеню з відношення потужностей цих вибухів [10], [11]:

$$L_1/L_2 = \sqrt[3]{q_1/q_2} . \quad (1)$$

Якщо прийняти, що величина q_2 є величиною відомою (табл. 1), а величини q_1 та L_1 заданими, закон подібності під час вибухів дозволяє визначити відстань L_2 від епіцентру вибуху ядерного заряду з тротиліним еквівалентом q_2 до фортифікаційної споруди, на якій буде такий самий ΔP_ϕ , як і під час вибуху ядерного заряду з тротиліним еквівалентом q_1 на відстані L_1 (рис. 3)

$$L_2 = L_1 \cdot \sqrt[3]{q_1/q_2} . \quad (2)$$

Отже, за допомогою табл. 1, знаходимо значення ΔP_ϕ на відстані L_2 .

На надлишковий тиск у фронті ударної хвилі ядерного вибуху впливають також метеорологічні умови місцевості, зокрема дощ, туман

тощо. Так, за умови, коли $\Delta P_\phi \leq 1$, відбувається зменшення надлишкового тиску ударної хвилі орієнтовно на 10% під час середніх опадів (туманів) та орієнтовно на 20% під час сильних [10].

Таблиця 1

Значення надлишкового тиску у фронті ударної хвилі в залежності від відстані до епіцентру ядерного вибуху потужністю $q_2 = 30$ кт [10]

Значення ΔP_ϕ	Відстань до епіцентру ядерного вибуху (L_2), м					
	500	750	1000	1500	2000	2500
Надлишковий тиск у фронті ударної хвилі ядерного вибуху (ΔP_ϕ), кг/см ²	1,35	0,75	0,48	0,26	0,17	0,12

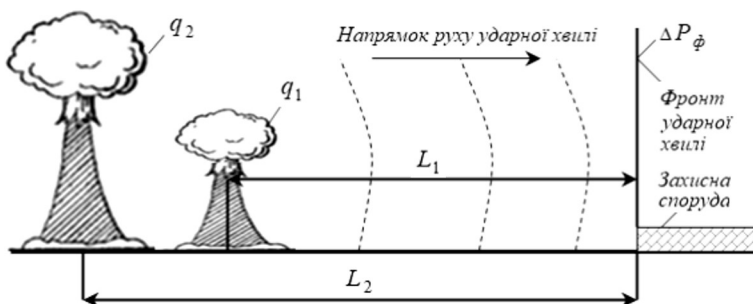


Рис. 3. Вихідні дані для визначення відстані від епіцентру ядерного вибуху до сховища (фортифікаційної споруди) за допомогою закону подібності

У результаті дії ударної хвилі на конструкцію фортифікаційної споруди (сховища) виникає ударна хвиля відбиття з таким надлишковим тиском [3]:

$$\Delta P_{\text{від}} = \frac{8 \cdot \Delta P_\phi^2 + 14 \cdot \Delta P_\phi}{\Delta P_\phi + 7}. \quad (3)$$

Надалі, за визначеними величинами ΔP_ϕ та $\Delta P_{\text{від}}$ розраховуємо величину коефіцієнта відбиття ударної хвилі ($k_{\text{від}}$), яка кількісно характеризує збільшення $\Delta P_{\text{від}}$ у порівнянні з ΔP_ϕ :

$$k_{\text{від}} = \Delta P_{\text{від}} / \Delta P_\phi. \quad (4)$$

Наступним кроком є визначення тиску у фронті ударної хвилі, величина якого може бути розрахована так:

$$P_\phi = \Delta P_\phi \cdot k_{\text{від}} + P_o. \quad (5)$$

Після цього у (6) визначається загальна товщина усіх шарів покриття фортифікаційної споруди (D_c), яка складається із заданої товщини обсіпки (D_o), тюф'яку (D_m) та розподільчого шару ($D_{пу}$) (рис. 4)

$$D_c = D_o + D_m + D_{пу}. \quad (6)$$

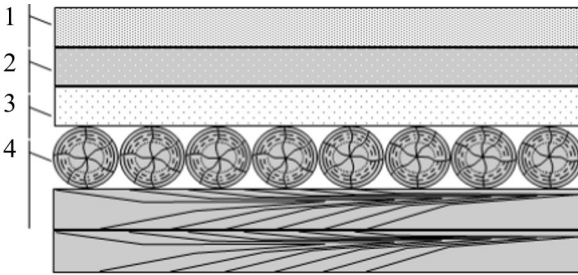


Рис. 4. Варіант шарів покриття польової фортифікаційної споруди:
1. Обсіпка; 2. Тюф'як; 3. Розподільчий шар¹;
4. Елемент конструкції фортифікаційної споруди

Далі визначається еквівалентне динамічне навантаження на покриття фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху (P_n^{∂}). Це навантаження, яке умовно рівномірно розподілено по площі покриття цієї споруди та викликає у перетині елементів її конструкції зусилля, що дорівнює зусиллю дійсного навантаження на споруду. Характеризується еквівалентне динамічне навантаження швидкою зміною його величини у часі, напрямку чи точці дотику та тим, що викликає в елементах конструкції певні сили інерції [13].

Це еквівалентне динамічне навантаження може бути визначене так [3]:

$$P_n^{\partial} = (2,2 - 0,32D_c) \cdot P_{\phi}. \quad (7)$$

З використанням заданої товщини шарів покриття та середнього діаметру елементів конструкції споруди (d), об'ємної ваги шарів покриття² (табл. 2), зокрема обсіпки (J_o), тюф'яку (J_m), розподільчого шару ($J_{пу}$) та об'ємної ваги елементів конструкції ($J_{нк}$), визначається тиск власної ваги покриття та елементів конструкції фортифікаційної споруди:

$$P_n^e = D_o \cdot J_o + D_m \cdot J_m + D_{пу} \cdot J_{пу} + d \cdot J_{нк}. \quad (8)$$

¹ Обсіпка це верхній шар покриття, який створюється, як правило, з рослинного ґрунту що залишається після обладнання споруди. Наступний шар покриття – тюф'як, може влаштовуватись з каміння, бутової кладки або бетону. Після нього, переважно з нижчих за рослинний шар ґрунту (пісок, глина і суглинки), влаштовується розподільчий шар споруди.

² Під об'ємною вагою мається на увазі вага одиниці об'єму обсіпки, тюф'яку, розподільчого шару та несучої конструкції фортифікаційної споруди у їх природному стані із непошкодженою структурою [3].

Таблиця 2

Об'ємна вага деяких ґрунтів і матеріалів [3]

Найменування ґрунтів і матеріалів	P_n^e , кг/см ³
Гравій, щебінь, жирна глина, цегла на цементному розчині	0,0018
Глина та суглинки (сухі)	0,0017
Пісок і супіски (сухі)	0,0016
Рослинний ґрунт	0,0012
Торф без коріння	0,0006
Скала	0,0027
Мерзлий ґрунт	0,0015
Пливун, цегла	0,0015
Бетон на гравії чи щебені	0,0024
Залізобетон	0,0025
Цементний розчин	0,0019
Бугова кладка	0,0022
Сосна	0,0006
Дуб	0,0008
Шлак	0,0009
Сталь	0,0008
Чугун	0,0007

Обчислені у (7) і (8) величини дозволяють визначити розрахункове навантаження на покриття фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху:

$$P_n^{poz} = P_n^d + P_n^e \quad (9)$$

Слід мати на увазі та враховувати, що внаслідок дії на ґрунт ударної хвилі ядерного вибуху виникають механічні коливання, або так звані сейсмовибухові хвилі, які здійснюють вплив не тільки на стійкість покриття фортифікаційної споруди, а і на її стіни, що потребує додаткового визначення розрахункового навантаження і на них.

Для цього, використовуючи розраховану у (9) величину, визначаємо еквівалентне динамічне навантаження на стіни фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху, яке може бути прийнято в межах 30-40% від розрахункового навантаження на покриття [3]:

$$P_c^d = 0,35 \cdot P_n^{poz} \quad (10)$$

Знайшовши еквівалентне динамічне навантаження на стіни фортифікаційної споруди можна розрахувати приведену товщину її покриття:

$$D_n = D_o + D_m \cdot \frac{J_m}{J_o + J_{pm}} + D_{pm} \quad (11)$$

Наступним кроком розрахунку є визначення величини бокового тиску ґрунту (розподільчого шару) в середині стіни фортифікаційної споруди. Ця величина може бути визначена за допомогою прийнятих величин J_{pm} ,

висоти стіни (B), кута внутрішнього тертя ґрунту³ (δ) та обчисленій у (11) D_n так [3]:

$$P_{\delta m}^{zp} = J_{pш} \cdot (D_n + (B/2)) \cdot \tan^2(45^\circ - (\delta/2)). \quad (12)$$

Визначені таким чином величини P_c^δ та $P_{\delta m}^{zp}$ дозволяють обчислити розрахункове навантаження на стіни фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху:

$$P_c^{poz} = P_c^{cm} + P_{\delta m}^{zp}. \quad (13)$$

Таким чином, завдання щодо визначення розрахункових навантажень на покриття і стіни фортифікаційної споруди вважається виконаним. В подальшому, визначені величини навантаження використовуються для розрахунку фактичного напруження під час динамічних навантажень на конструкцію цієї споруди від ударної хвилі ядерного вибуху.

Приклад. Згідно вихідних даних (табл. 3) визначити розрахункові навантаження на покриття і стіни фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху.

Таблиця 3

Вихідні дані для визначення розрахункових навантажень на покриття і стіни фортифікаційної споруди

Вихідні дані	Значення
Потужність першого наземного ядерного вибуху q_1 , кт	10
Потужність другого наземного ядерного вибуху q_2 , кт	30 (табл. 1)
Відстань від епіцентру першого ядерного вибуху до споруди L_1 , м	500
Інтенсивність опадів	середня
Атмосферний тиск P_o , кг/см ²	1,033
Товщина обсіпки споруди (рослинний ґрунт) D_o , м	0,3
Товщина тюф'яку споруди (бутова кладка) D_m , м	0,5
Товщина розподільчого шару споруди (глина, суглинки) $D_{pш}$, м	0,7
Середній діаметр елементів конструкції споруди d , см	20
Об'ємна вага обсіпки споруди (рослинний ґрунт) J_o , кг/см ³	табл. 2
Об'ємна вага тюф'яку споруди (бутова кладка) J_m , кг/см ³	
Об'ємна вага розподільчого шару споруди (глина і суглинки) $J_{pш}$, кг/см ³	
Об'ємна вага елементів конструкції споруди (сосна) $J_{нк}$, кг/см ³	
Висота стіни споруди B , см	230
Кут внутрішнього тертя ґрунту δ , град	30

³ Під кутом внутрішнього тертя ґрунту мається на увазі найбільший кут між укісом ґрунту з горизонтальною площиною, при якому частинки ґрунту знаходяться у стійкому стані і не обсіпаються [3].

Рішення.

1. Згідно (2) відстань від епіцентру ядерного вибуху потужністю 30 кт до фортифікаційної споруди (рис. 3) становить: $L_2 = 750$ м.

2. По табл. 1 знаходимо надлишковий тиск у фронті ударної хвилі ядерного вибуху потужністю 30 кт на відстані 750 м від епіцентру вибуху: $\Delta P_{\phi} = 0,75$ кг/см².

3. Враховуючи метеорологічні умови місцевості надлишковий тиск у фронті ударної хвилі буде дорівнювати: $\Delta P'_{\phi} = 0,68$ кг/см².

4. Надлишковий тиск ударної хвилі відбиття відповідно (3) рівняється: $\Delta P_{\text{від}} = 1,72$ кг/см².

5. Коефіцієнт відбиття ударної хвилі ядерного вибуху згідно (4) дорівнюється: $k_{\text{від}} = 2,53$.

6. Тиск у фронті ударної хвилі згідно (5) становить: $P_{\phi} = 2,75$ кг/см².

7. Загальна товщина усіх шарів покриття фортифікаційної споруди відповідно (6) дорівнює: $D_c = 1,5$ м.

8. Згідно (7) еквівалентне динамічне навантаження на покриття фортифікаційної споруди рівняється: $P_n^{\text{д}} = 4,73$ кг/см².

9. Тиск власної ваги покриття і елементів конструкції фортифікаційної споруди становить: $P_n^{\text{в}} = 0,28$ кг/см² (8).

10. Відповідно (9) розрахункове навантаження на покриття фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху дорівнює: $P_n^{\text{роз}} = 5,01$ кг/см².

11. Еквівалентне динамічне навантаження на стіни фортифікаційної споруди рівняється: $P_c^{\text{д}} = 1,75$ кг/см² (10).

12. Приведена товщина покриття фортифікаційної споруди згідно (11) становить: $D_n = 138$ см.

13. Відповідно (12) боковий тиск ґрунту (розподільчого шару) в середині стіни конструкції споруди дорівнює: $P_{\text{от}}^{\text{п}} = 0,14$ кг/см².

14. Розрахункове навантаження на стіни фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху рівняється: $P_c^{\text{роз}} = 1,89$ кг/см² (13).

Таким чином, згідно з прийнятими вихідними даними розрахункове навантаження на покриття фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху дорівнює 5,01 кг/см², а розрахункове навантаження на її стіни – 1,89 кг/см².

Визначення фактичного напруження під час динамічних навантажень на конструкцію фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху

Наступним кроком розрахунків є визначення фактичного напруження під час динамічних навантажень на конструкцію фортифікаційної

споруди (Q_ϕ) та порівняння його величини з величиною допустимого напруження ($Q_{дон}$) (табл. 4) для визначення впливу ударної хвилі ядерного вибуху на стійкість конструкції цієї споруди.

Таблиця 4

Допустиме напруження під час динамічних навантажень на дерев'яні елементи конструкції фортифікаційної споруди ($Q_{дон}$) [3]

Рід зусиль	Величина допустимого напруження, кг/см ²	
	Круглий ліс, брус	Дошки, пластини
Згин	240	200
Стиск та зминання	240	200
Розтяг	120	75

Фактичним напруженням є міра внутрішніх сил, які виникають в окремих елементах конструкції фортифікаційних споруд під впливом зовнішніх сил (навантажень), а допустиме напруження це максимальне напруження, яке допускається в окремому елементі конструкції за умови збереження його цілості [13].

Отже, для початку потрібно визначити момент опору елементів конструкції фортифікаційної споруди (W), який є геометричною величиною що характеризує опірність елементів конструкції напруженням залежно від форми і розмірів їх поперечного перерізу [13]. Цю величину визначаємо так [3]:

$$W = 0,1d^3, \quad (14)$$

де d – середній діаметр елементів конструкції фортифікаційної споруди.

Далі, за визначеним P_n^{poz} , розраховуємо інтенсивність навантаження (r) (навантаження, яке припадає на 1 погонний сантиметр елементів конструкції фортифікаційної споруди):

$$r = P_n^{poz} \cdot d. \quad (15)$$

Враховуючи задану довжину прольоту конструкції фортифікаційної споруди (l) визначаємо згинальний момент для рівномірно розподіленого навантаження на елементи конструкції цієї споруди [3]:

$$M = \frac{rl^2}{8}. \quad (16)$$

Використовуючи d обчислюємо площу поперечного перерізу елементів конструкції фортифікаційної споруди:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (17)$$

Надалі, спираючись на B , d та визначене у (13) P_c^{poz} , обчислюємо стискаюче зусилля, яке передається через елементи конструкції фортифікаційної споруди (N). Це стискання характеризується укороченням елементів конструкції під дією сил, рівнодіюча сила яких

перпендикулярна до поперечного перерізу елементів конструкції і проходить через центр їхньої ваги [13]:

$$N = \frac{B \cdot d \cdot P_c^{poz}}{2}. \quad (18)$$

Визначені таким чином у (14), (16)-(18) величини дозволяють розрахувати фактичне напруження, яке виникає під час динамічних навантажень ударної хвилі ядерного вибуху на конструкцію фортифікаційної споруди:

$$Q_\phi = \frac{N}{S} + \frac{M}{W}. \quad (19)$$

Порівняння Q_ϕ з $Q_{дон}$ дає змогу зробити висновок про відповідність елементів конструкції вимогам допустимого напруження під час динамічних навантажень та визначити вплив ударної хвилі ядерного вибуху на стійкість конструкції польової фортифікаційної споруди.

Приклад. Спираючись на вихідні дані (табл. 5) визначити фактичне напруження під час динамічних навантажень на конструкцію фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху.

Таблиця 5

Вихідні дані для визначення фактичного напруження під час динамічних навантажень на конструкцію фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху

Вихідні дані	Значення
Матеріал конструкції споруди	Круглий ліс
Висота стіни споруди B , см	230
Середній діаметр елементів конструкції споруди d , см	20
Розрахункове навантаження на покриття і елементи споруди P_n^{poz} , кг/см ²	5,01
Довжина прольоту несучої конструкції споруди l , см	190
Розрахункове навантаження на стіни конструкції споруди P_c^{poz} , кг/см ²	1,89

Рішення.

1. Згідно (14) момент опору елементів конструкції фортифікаційної споруди становить: $W = 800 \text{ см}^3$.

2. Відповідно (15) інтенсивність навантаження на 1 погонний сантиметр елементів конструкції фортифікаційної споруди дорівнює: $r = 100,2 \text{ кг/см}$.

3. Згинальний момент для рівномірно розподіленого навантаження на елементи конструкції споруди рівняється: $M = 452152,5 \text{ кг/см}$ (16).

4. Площа поперечного перерізу елементів конструкції фортифікаційної споруди згідно (17) становить: $S=314 \text{ см}^2$.

5. Стискаюче зусилля, яке передається через елементи конструкції фортифікаційної споруди відповідно (18) дорівнює: $N=4347 \text{ кг}$.

6. Фактичне напруження під час динамічних навантажень на конструкцію фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху рівняється: $Q_{\phi}=579,03 \text{ кг/см}^2$.

7. Порівняння величини визначеного фактичного напруження під час динамічних навантажень на конструкцію фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху з допустимим напруженням (табл. 4) свідчить, що величина допустимого напруження (згинання, стиск та зминання, розтяг) на матеріал конструкції фортифікаційної споруди (у даному випадку круглий ліс) ($Q_{дон}$) є меншою ніж розраховане фактичне напруження (Q_{ϕ}).

Отже, із зазначеного порівняння робимо висновок, що елементи конструкції фортифікаційної споруди заданих параметрів не відповідають вимогам щодо допустимого напруження під час динамічних навантажень та не забезпечують стійкість цієї конструкції від ударної хвилі ядерного вибуху заданої потужності.

Висновки. Таким чином, теоретичні дослідження такого складного і актуального для сучасних умов питання як визначення впливу ударної хвилі ядерного вибуху на стійкість конструкцій польових фортифікаційних споруд свідчать, що цей процес найбільш доцільно розглядати через визначення розрахункових навантажень та фактичного напруження під час динамічних навантажень, які виникають від ударної хвилі на конструкції цих споруд.

Під час визначення розрахункових навантажень на покриття фортифікаційної споруди від ударної хвилі ядерного вибуху одним із головних показників, який чисельно їх характеризує, є тиск у фронті ударної хвилі. Ця величина обчислюється за допомогою закону подібності під час вибухів, який дає змогу визначити параметри ударної хвилі на різних відстанях від епіцентру вибуху будь-якої потужності, якщо ці параметри відомі для вибуху якоїсь визначеної потужності.

Визначені розрахункові навантаження на покриття фортифікаційної споруди дають змогу обчислити навантаження на її стіни, фактичне напруження на конструкцію споруди та визначити властивість матеріалів і конструкцій чинити опір руйнуванню від динамічних навантажень.

Визначення стійкості конструкцій польових фортифікаційних споруд закритого типу від ударної хвилі ядерного вибуху буде сприяти підвищенню рівня захищеності особового складу та успішному виконанню військами завдань під час бойових дій.

Подальшим напрямком досліджень є здійснення перевірочних розрахунків на дію проникаючої радіації через захисну товщу матеріалів елементів конструкції фортифікаційних споруд.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Залужний В.Ф., Мойсюк Є.Г., Шантала С.О.* Воєнно-історичний опис російсько-української війни (лютий – березень 2022 року). Київ: МО України, ГШ ЗС України, 2022. 114 с.
2. *Волощенко О.І., Ковбаса О.Ю.* Методика оцінювання спроможностей військ з фортифікаційного обладнання своїх позицій в операції (бойових діях). *Збірник наукових праць ЦНДІ ЗС України*. Київ, 2020. № 1(92). С. 94–100.
3. *Ананіч С.А., Бузник П.К., Сухарев А.І.* Фортификация. Учебник для военно-инженерных училищ. Москва, 1992. 452 с.
4. *Войсковые фортификационные сооружения*. Москва: Военное издательство, 1984. 720 с.
5. *Кушніренко М.Г., Ворочич Б.О., Лісневський В.В.* Будівельні матеріали, конструкції та основи механіки військово-інженерних споруд. Київ: НАОУ, 2000. 67 с.
6. *Волощенко О.І., Кушніренко М.Г., Черних І.В.* Удосконалення методики розрахунку конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд для забезпечення живучості військ у сучасному збройному конфлікті. *Опір матеріалів і теорія споруд*: 2020. № 106. С. 282-295.
7. *Малаховский Е.К.* Стрельба на поражение опорных пунктов. Москва: Военное издательство, 1978. 112 с.
8. *У. Бейкер, П.Кокс, П. Уэстайн, Дж. Кулеи, Р. Стрелю.* Взрывные явления. Оценка и последствия. Часть 1. Москва: Издательство «Мир», 1986. 319 с.
9. *Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Cherevko R.M., Androshchuk O.V., Tsybizov A.L., Kryvtsun V.I.* Methodological and scientific approach into the process of calculation a multilayer underground protective structure. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-andtechnical collected articles*. Kyiv: KNUBA, 2021. Issue 107. - P. 159-169.
10. *Ядерное оружие. Пособие для офицеров*. 4-е изд., перераб. и доп. Москва: Воениздат, 1987. 168 с.
11. *Защита от оружия массового поражения. Библиотека офицера*. Под ред. Мясникова В.В. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Воениздат, 1989. 398 с.
12. *Радіаційний, хімічний, біологічний захист підрозділів. Курс лекцій*. За заг. ред. Гишка Г.Б. Харків: ХУПС, 2007. 260 с.
13. *Шмиг Р.А., Боярчук В.М., Добрянський І.М., Барабаш В.М.* Термінологічний словник-довідник з будівництва та архітектури. За заг. ред. Шмига Р.А. Львів. 2010. 222 с.

REFERENCES

1. *Zaluzhnyi V.F., Moisiuk Y.H., Shaptala S.O.* Voenno-istorychnyi opys rosiisko-ukrainskoi viiny (liutyi – berezen 2022 roku) (Military-historical description of the Russian-Ukrainian war (February - March 2022)). Kyiv: MO Ukrainy, HSh ZS Ukrainy, 2022. 114 s. (in Ukrainian).
2. *Voloshchenko O.I., Kovbasa O.Y.* Metodyka otsiniuvannya spromozhnosti viisk z fortyfikatsiinoho obladdannia svoikh pozytsii v operatsii (boiovykh diiakh) (Methodology for assessing the capabilities of the troops from the fortification equipment of their positions in the operation (combat operations)). *Zbirnyk naukovykh prats TsNDI ZS Ukrainy*. Kyiv, 2020. № 1 (92). S. 94–100. (in Ukrainian).
3. *Ananych S.A., Buznyk P.K., Sukharev A.I.* Fortyfykatsiya. Uchebnyk dlia voennozhenernykh uchylshch. (Fortification. Textbook for military engineering colleges) Moskva, 1992. 452 s. (in Russian).
4. *Voiskovyye fortyfykatsyonnyie sooruzheniya*. (Military fortifications) Moskva: Voennoe izdatelstvo, 1984. 720 s. (in Russian).
5. *Kushnirenko M.H., Vorovykh B.O, Lisnevskiy V.V.* Budivelni materialy, konstruksii ta osnovy mekhaniky viiskovo-inzhenerykh sporud (Building materials, constructions and basics of mechanics of military engineering structures). Kyiv: NAOU, 2000. 67 s. (in Ukrainian).
6. *Voloshchenko O.I., Kushnirenko M.H., Chernykh I.V.* Udokonalennia metodyky rozrakhunku konstruksii pokryttia zakrytykh polovykh fortyfikatsiinykh sporud dlia zabezpechennia zhyvuchosti viisk u suchasnomu zbroynomu konflikti (Improvement of the methodology for calculating the structures of the cover of closed field fortifications to ensure the survivability

- of troops in a modern war conflict). *Opir materialiv i teoriia sporud*: 2020. № 106. S. 282-295. (in Ukrainian).
7. *Malakhovskiy E.K.* Strelba na porazhenye opornykh punktov (Shooting to destroy strongholds). Moskva: Voennoe izdatelstvo, 1978. 112 s. (in Russian).
 8. *U. Beiker, P.Koks, P. Uestain, Dg. Kulesh, R. Strelou.* Vzyvnyye yavleniya. Otsenka i posledstviya. Chast 1 (Explosive events. Assessment and consequences. Part 1). Moskva: Izdatelstvo «Mir», 1986. 319 s. (in Russian).
 9. *Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovskiy V.O., Cherevko R.M., Androshchuk O.V., Tsybizov A.L., Kryvtisun V.I.* Methodological and scientific approach into the process of calculation a multilayer underground protective structure. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-andtechnical collected articles*. Kyiv: KNUBA, 2021. Issue 107. P. 159-169. (in Ukrainian).
 10. *Yadernoe oruzhye. Posobyе dlia ofytserov. 4-e izd., pererab. i dop.* (Nuclear weapon. Manual for officers. 4th ed., revised and additional) Moskva: Voenyzzdat, 1987. 168 s. (in Russian).
 11. *Zashchyta ot oruzhyia massovoho porazheniya. Byblyoteka ofytsera. Pod red. Miasnykova V.V. 2-e yzd., pererab. y dop.* (Protection from weapons of mass destruction. Officer's library. Under the editorship of Miasnikov V.V. 2nd ed., revised and additional) Moskva: Voenyzzdat, 1989. 398 s. (in Russian).
 12. *Radiatsiyniy, khimichnyy, biolohichnyy zakhyst pidrozdiliv. Kurs lektsii. Za zah. red. Hyshka H.B.* (Radiation, chemical, biological protection of units. Course of lectures. Under the editorship of Gishka G.B.) Kharkiv: KhUPS, 2007. 260 s. (in Ukrainian).
 13. *Shmyh R.A., Boiarchuk V.M., Dobrianskiy I.M., Barabash V.M.* Terminolohichnyi slovnyk-dovidnyk z budivnytstva ta arkhitektury. Za zah. red. Shmyha R.A. (Terminological dictionary-handbook on construction and architecture. Under the editorship of Shmyga R.A.) Lviv. 2010. 222 s. (in Ukrainian).

Стаття надійшла 30.07.2022

Kosenko V.S., Voloshchenko O.I., Kushnirenko M.G.

DETERMINATION OF THE ENCLOSED-TYPE FIELD FORTIFICATIONS STRUCTURES RESISTANCE AGAINST THE NUCLEAR EXPLOSION SHOCK WAVE

The purpose of the article is to publish the results of research on determining the stability of the structures of enclosed-type field fortification structures against the nuclear explosion shock wave.

Having received a worthy repulse of aggression, assessing its losses and the capabilities of the Armed Forces of Ukraine, Russia moved to direct threats to use nuclear weapons.

With this development of the war, the protection of our troops must be carried out by sheltering personnel, weapons and equipment in the enclosed type field fortifications; the stability of these structures must be sufficient, in particular, to counteract the nuclear explosion shock wave.

Calculation of the stability of such structures against the nuclear explosion shock wave is proposed to be carried out in two stages.

At the first stage, the estimated loads of the nuclear explosion shock wave on the main protective elements of the fortification are calculated. The calculation is based on the law of similarity during explosions, which allows determining the parameters of the shock wave at different distances from the epicenter of a nuclear explosion.

At the second stage, the actual stress during dynamic loads, which occurs as a result of the impact of a shock wave on the structure of a certain fortification structure, is determined.

The basis of the calculations at this stage is the determination of the moment of resistance of the fortification structure elements, the load intensity, the bending moment for an evenly distributed load on the main structural elements, and the compressive force transmitted through these elements.

Each stage of calculations is illustrated by examples. The proposed procedure for determining the stability of structures of the enclosed-type field fortifications against the nuclear explosion shock wave allows you to choose the material of the right size for these structures, which will ensure the stability of their functioning and the necessary survivability of personnel during a nuclear explosion.

Key words: design loads, structural stability, shock wave of a nuclear explosion.

Косенко В.С., Волощенко А.И., Кушніренко Н.Г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТОЙКОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ПОЛЕВЫХ ФОРТИФИКАЦИОННЫХ СООРУЖЕНИЙ ЗАКРЫТОГО ТИПА ОТ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ЯДЕРНОГО ВЗРЫВА

Целью статьи является обнародование результатов исследований по определению стойкости конструкций полевых фортификационных сооружений закрытого типа от ударной волны ядерного взрыва.

Получив достойный отпор агрессии, оценив свои потери и возможности Вооруженных Сил Украины, Россия перешла к прямым угрозам применения ядерного оружия.

При таком развитии войны защиту наших войск необходимо осуществлять путем укрытия личного состава, вооружения и техники в полевых фортификационных сооружениях закрытого типа, стойкость конструкций которых должна быть достаточной, в частности для противодействия ударной волне ядерного взрыва.

Расчет стойкости конструкций таких сооружений от ударной волны ядерного взрыва предлагается выполнить в два этапа.

На первом этапе вычисляются расчетные нагрузки ударной волны ядерного взрыва на основные защитные элементы фортификационного сооружения. В основе вычислений лежит закон подобия во время взрывов, который позволяет определить параметры ударной волны на разных расстояниях от эпицентра ядерного взрыва.

На втором этапе определяется фактическое напряжение во время динамических нагрузок, которое возникает в результате воздействия ударной волны на конструкцию определенного фортификационного сооружения.

Основой вычислений на этом этапе является определение момента сопротивления элементов конструкции фортификационного сооружения, интенсивности нагрузки, изгибающего момента для равномерно распределенной нагрузки на основные элементы конструкции и сжимающего усилия, которое передается через эти элементы.

Каждый этап вычислений иллюстрируется примерами. Предложенный порядок определения стойкости конструкций полевых фортификационных сооружений закрытого типа от ударной волны ядерного взрыва позволяет выбрать материал необходимых размеров для этих сооружений, который обеспечит стойкость их функционирования и необходимую живучесть личного состава во время ядерного взрыва.

Ключевые слова: расчетные нагрузки, стойкость конструкции, ударная волна ядерного взрыва.

УДК 358.211

Косенко В.С., Волощенко О.И., Кушніренко М.Г. **Визначення стійкості конструкцій польових фортифікаційних споруд закритого типу від ударної хвилі ядерного вибуху** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 387-402.

Вирішувється завдання щодо визначення стійкості конструкцій польових фортифікаційних споруд закритого типу від ударної хвилі ядерного вибуху шляхом обчислення розрахункових навантажень та фактичного напруження в основних елементах цих конструкцій.

Іл. 4. Бібліогр. 13 назв.

UDC 358.211

Kosenko V.S., Voloshchenko O.I., Kushnirenko M.G. **Determination of the enclosed-type field fortifications structures resistance against the nuclear explosion shock wave** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 387-402.

The task of determining the stability of the structures of closed-type field fortification structures against the nuclear explosion shock wave is solved by calculating the loads' design and the actual stress in the main elements of these structures.

Fig. 4. Ref. 13.

УДК 358.211

Косенко В.С., Волощенко А.И., Кушніренко Н.Г. Определение стойкости конструкций полевых фортификационных сооружений закрытого типа от ударной волны ядерного взрыва // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 109. – С. 387-402.

Решается задача по определению стойкости конструкций полевых фортификационных сооружений закрытого типа от ударной волны ядерного взрыва путем вычислений расчетных нагрузок и фактического напряжения в основных элементах этих конструкций. Ил. 4. Библиогр.13 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, старший науковий співробітник з НДУ Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України. Косенко Віталій Сергійович.

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральный науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Косенко Віталій Сергійович.

Мобільний тел.: + 38(098) 440 28 60

E-mail: kvc1973@meta.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1724-6918>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, старший дослідник, провідний науковий співробітник з НДУ Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Волощенко Олександр Іванович.

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральный науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Волощенко Олександр Іванович.

Мобільний тел.: + 38(063) 325 08 45

E-mail: vaikiev63@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2717-1283>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури, Кушніренко Микола Григорович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Кушніренко Микола Григорович.

Мобільний тел.: + 38(067) 220 52 66

E-mail: mykkushnirenko@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7110-2712>

UDC 621.87

OPTIMIZATION OF MANIPULATOR'S MOTION MODE ON ELASTIC BASE ACCORDING TO THE CRITERIA OF THE MINIMUM CENTRAL SQUARE VALUE OF DRIVE TORQUE

V.S. Loveykin¹,

Doctor of Technical Science, Professor

D.O. Mishchuk²,

Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

Ye.O. Mishchuk²,

Candidate of Science (Engineering)

¹*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
15, Heroiv Oborony St., Kyiv, Ukraine, 03041*

²*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky Ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.403-415

This article presents the results of research on optimization of the movement mode of the manipulator's jib that is established on an elastic base with known rigidity. The results of this work show ways to significantly reduce the oscillations of the loaded power elements of the manipulator's boom system. Since the main external factor of oscillation perturbation in the metal structure of the manipulator is the driving moment of the drive, so here we use the target optimization function in the form of the root mean square value of the driving moment of the drive mechanism. The dependence of the driving moment of the drive was determined from the dynamic equations of motion of the manipulator, which are built based on Lagrange equations of the second kind. The selected criterion for optimization of the movement mode of the manipulator is presented in the form of an integral functional, and the search for its minimum value was carried out using the methods of variation calculus.

The results of the study make it possible to develop a control system for the drive during the design of the manipulator and during its operation, as well as to assess the dynamics of oscillations of such structural elements of boom systems of cranes. Implementation of the obtained optimal modes of movement can be carried out using a hydraulic drive.

Keywords: manipulator, boom system, optimization, criterion, root mean square moment, elastic base, oscillation minimization.

Introduction. Manipulation systems have a wide range of potential applications in the construction industry. Such solutions are dominant in the technological processes of logistics of cargo movement and in hoisting and transport machines. Manipulators use as actuators to move in the space of special working bodies. General purpose hydraulic manipulators have become widely used [1, 2]. In the development and implementation of modern models of such systems, the main indicator of their choice is competitiveness, which depends on design solutions, reliability and low cost of operation.

In the existing studies, the modeling of dynamics of manipulation systems is based on the assumption that all parts of the manipulator's mechanical system and its support mechanism are absolute rigid, and the support base is horizontal [3–5]. In general, this assumption is true for many stationary systems, but in

mobile transport technology machines, which actually work on different support surfaces, the mechanical properties of which are not known in advance or difficult to predict, there are cases of loss of machine stability or increase the dynamics of rolling motion. This is due to the action of significant unbalanced contact forces from the mobile mechanical system of the machine on the support mechanism and the supporting base and their resistance to external loads and can be caused by spatial movements of the chassis of the manipulator's mobile platform during its operation [6]. Important aspect of modeling manipulation systems is to take into account the elasticity of the manipulator, which will affect the accuracy of technological and transport work [7, 8].

Therefore, in order to increase the reliability of modeling of kinematics, dynamics and strength of manipulation systems, it is necessary to perform modeling of manipulators taking into account the influence of elasticity of links and backlashes in kinematic pairs. For the manufacturers of industrial works, taking into account the elasticity of the hinges and legs is important in terms of providing the given position error, and for mobile systems, it is important in terms of forming a picture of dynamic loading of the supporting mechanism [2].

Manipulators usually have a complex kinematic structure, which is essentially a broken kinematic chain with a given number of degrees of movement. Each link of the manipulator's kinematic chain has its own mass and geometric configuration and kinematic pairs of the fifth class make their connection - cylindrical or prismatic. Cylindrical kinematic pairs provide rotational movement relative to the longitudinal or transverse axis of the link and prismatic provide translational movement of one link along the other. This creates telescopically connection links of the kinematic chain. This complexity of the configuration of the manipulator, taking into account the elasticity of the links imposes significant difficulties in its mathematical model. Therefore, at the initial stage of research on the dynamics of manipulators, it is desirable to use simplified calculation schemes, which can be used to assess the relationship between control parameters and external perturbations in the system.

Analysis of publications. The problem of unbalance of the jib system of the manipulator on an elastic basis was considered by the authors in [9, 10], but qualitative and quantitative assessment of the impact of driving force created by the hydraulic drive system on the dynamics of the elastic support mechanism is not considered. In [9], the method of synthesis of the optimal mode of motion of the manipulator on an elastic basis by kinematic characteristics have presented, but optimization by the function of the driving moment was not considered.

In [11] which proposed a method of balancing the potential energy of deformation of the metal structure of the elastic boom of the manipulator by the amount of kinetic energy that occurs during oscillations of unbalanced masses of the boom system. The authors consider the stability conditions of a mechanical system using the Lyapunov function.

As a criterion for optimization in the study of boom systems of manipulators with flexible links also use the functions of energy storage by the

elastic element during the spatial movement of the load [12, 14], the value of which is proposed to be minimized.

The problem of stability of construction hoisting machines related to the deformation of the bearing surface is shown in [15], where, in particular, the limit pressure for different bearing surfaces, which is in the range from 100 kN/m^2 to 2000 kN/m^2 .

In [16] the problem of overloading and overheating of the power drive of the manipulator boom, which arises due to dynamic loads, which are known to be formed during start-up and braking due to vibrations of elastic parts of the boom and imbalance of masses [1, 2, 8].

Therefore, it should be noted that the issue of manipulator dynamics taking an elastic characteristic of links and support base is relevant because a number of authors in different variations considers it, but such studies are not enough to solve this problem. In the particular, it is not known how the mode of operation of the boom system of the manipulator will affect the dynamic loads in the structural elements, as well as how to move the boom of the manipulator with minimal power consumption of the drive. In this work is proposed to consider the optimization problem on the criterion of minimum average-weighted value of the driving moment for the simplified scheme of the manipulation with spring support chain, which characterizes flexibility not only of the supporting surface, but also of metal construction of the machine.

Purpose of the paper. The purpose of the study is to increase the efficiency of the manipulator on an elastic basis by optimizing the mode of movement of the drive mechanism in the process of changing the departure of the load and study the behavior of the boom system of the manipulator when working on the developed mode.

Research results. For research, we use a simplified dynamic model of the boom system of the manipulator with the load in the plane of change of departure (Fig. 1) [10].

The adopted dynamic model consists of rigid boom links in length l_1 and a support frame in length l_2 . The support frame has two support points, one of which is common to the boom support joint and is assumed rigid and the other replaced by a movable element, which reflects the elastic properties of the deformed support mechanism and support surface and is characterized by a reduced coefficient of elasticity of c . The drive mechanism in the form of a hydraulic cylinder is placed between the boom and the support frame and is attached to the boom at a distance a_1 and to the support frame at a distance a_2 measured from the rigid boom base.

The dynamic model provides the following assumptions:

- the cargo concentrated weight m is rigidly fastened to the end of the shooting of the manipulator;
- the centers of mass of the boom m_1 and the support frame m_2 are located in the middle of the respective elements and regardless of the geometry of these parts are at distances $\frac{1}{2}l_1$ and $\frac{1}{2}l_2$ from the rigid support hinge of the boom;

- the friction and backlash in kinematic pairs did not taken into account;
- the mechanical boom system was placed on a horizontal support base.

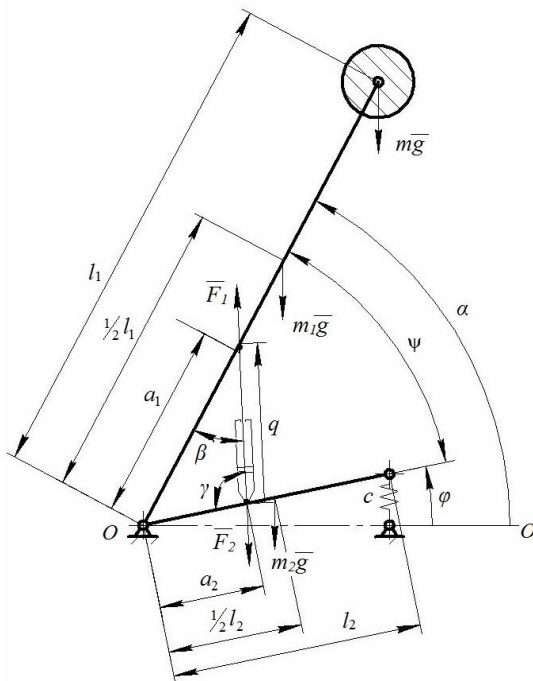


Fig. 1. Dynamic model of the boom system of the manipulator with hydraulic drive mounted on an elastic base

The generalized independent coordinates are the angle φ of rotation of the support frame relative to the horizontal surface, which will occur due to elastic deformation of the support joint and the angle of rotation of the boom α relative to the horizontal, which change will be determined by moving the drive cylinder rod.

The change in the departure of the load is performed by the manipulator in a completely constant space and will be determined by the angular coordinate of rotation of the boom of the manipulator α relative to the horizontal base. This angular coordinate depends on the joint movement of the system due to the oscillations of the support frame and the rotation of the manipulator boom relative to the support frame, that is

$$\alpha = \psi + \varphi. \quad (1)$$

In [1, 17, 18] it is shown that the use of D'Alembert principle for Lagrange equations allows to obtain explicit mathematical models that reflect the influence of rotational and translational motion of the boom system elements of a complex structure on its dynamics and are best suited for solving problems management. Therefore, in the framework of Newton's theory on the application of Lagrange equations of the second kind, a mathematical model of

the considered holozoic boom system is defined, which is written as next system of recurrent differential equations [9]

$$\begin{cases} (J_1 + ml_1^2)\ddot{\alpha} = M - (m + \frac{m_1}{2})gl_1 \cos \alpha; \\ J_2\ddot{\varphi} = -M - m_2gl_2 \cos \varphi - cl_2^2(\varphi - \varphi_0), \end{cases} \quad (2)$$

where J_1 and J_2 – moments of inertia of the boom and the support frame relative to the point of their rotation; $\ddot{\alpha}$ and $\ddot{\varphi}$ – angular accelerations of the boom and the supporting surface; M – external driving moment of the drive; φ_0 – the initial deviation of the reference link (hereinafter accepted = 0).

The first and second equations of system (2) are interrelated, which is determined by the next dependence

$$M = F_1 a_1 a_2 \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos(\alpha - \varphi)}}, \quad (3)$$

where F_1 – the force on the rod of the hydraulic cylinder.

From the first equation of system (2) we express the driving moment M , which depends on the coordinate α and has the next form

$$M = (J_1 + ml_1^2)\ddot{\alpha} + (m + \frac{m_1}{2})gl_1 \cos \alpha. \quad (4)$$

The criterion for optimizing the mode of change of the departure of the manipulator boom was taken as the root mean square value of the driving torque, because this component will significantly affect the oscillations of the mechanical system of the manipulator on the bearing base

$$M_{ck} = \left[\frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} M^2 dt \right]^{1/2}, \quad (5)$$

where t – the time; t_0 , t_1 – the initial and final value of the time at which you want to determine the optimal law of motion.

Minimize criterion (5) want to reduce the undesirable power properties of the system. Practical implementation will have at least a square of the moment, then for the considered system the objective function will be the following expression

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \left[(J_1 + ml_1^2)\ddot{\alpha} + (m + \frac{m_1}{2})gl_1 \cos \alpha \right]^2 dt \rightarrow \min. \quad (6)$$

The result of substituting the sub integral expression of the functional (6) into the Euler-Poisson equation, we obtain a differential equation, which is a condition of its minimum

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} M_{ct} \sin \alpha (M_{ct} \cos \alpha + 2J_{np} \ddot{\alpha}) + \\ & + 2J_{np} \left(-\frac{1}{2} M_{ct} (\dot{\alpha}^2 \cos \alpha + \ddot{\alpha} \sin \alpha) + \overset{(IV)}{\alpha} J_{np} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

or

$$\alpha^{(IV)} - \ddot{\alpha} \frac{M_{\text{cr}}}{J_{\text{np}}} \sin \alpha - \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \frac{M_{\text{cr}}}{J_{\text{np}}} \cos \alpha - \frac{1}{4} \left(\frac{M_{\text{cr}}}{J_{\text{np}}} \right)^2 \sin \alpha \cos \alpha = 0, \quad (8)$$

where $J_{\text{np}} = J_1 + mL_1^2$; $M_{\text{cr}} = gL_1(2m + m_1)$.

Equation (8) is a nonlinear differential equation of the fourth order, which cannot be analytically integrated. In the Mathematica program applied an approximate numerical method for solving the differential equation (8) under boundary conditions (9).

The manipulator jib system on the elastic base has the following parameters: $m_1 = 300$ kg; $m_2 = 100$ kg; $m = 900$ kg; $l_1 = 4$ m; $l_2 = 2$ m;

$$J_1 = \frac{1}{3}m_1l_1^2; \quad J_2 = \frac{1}{3}m_2l_2^2; \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2; \quad \varphi(0) = 0; \quad \psi(0) = 45^\circ; \quad \alpha(0) = 45^\circ;$$

$$\alpha(t_1) = 85^\circ; \quad c = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}.$$

To minimize criterion (6) taking into account expression (8) it is necessary to provide boundary conditions of motion. For example, for the mode of movement of a mechanical system with sections of full run, the boundary conditions are as follows:

$$\begin{cases} t = 0, \alpha = \alpha_n, \dot{\alpha} = 0; \\ t = t_1, \alpha = \alpha_k, \dot{\alpha} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

where $\alpha_n = \alpha(0)$ – the boom initial position; $\alpha_k = \alpha_n + \omega t_1/2$ – the boom position at the time t_1 ; ω – the boom speed of rotation.

On Fig. 2–4 shows graphs of the kinematic characteristics of the boom rotation, which provide the implementation of equation (8) under boundary conditions (9). After substituting the found numerical solution of equation (8) into the dependence (4), the law of change of the driving moment of the drive is found, which is obtained because of the minimization of criterion (8) under boundary conditions (9).

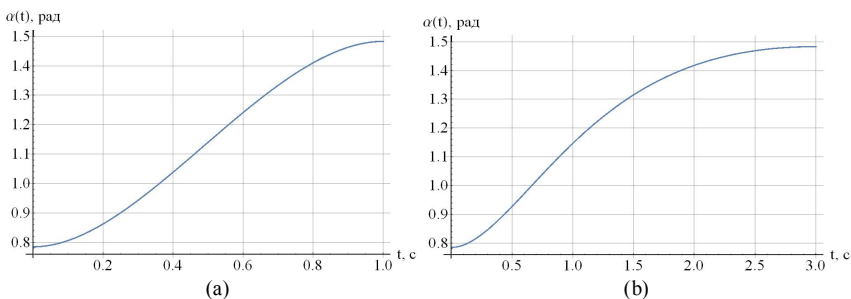


Fig. 2. Graphs of change of angular coordinate of the manipulator's boom at duration of movement: (a) – 1 sec.; (b) - 3 sec

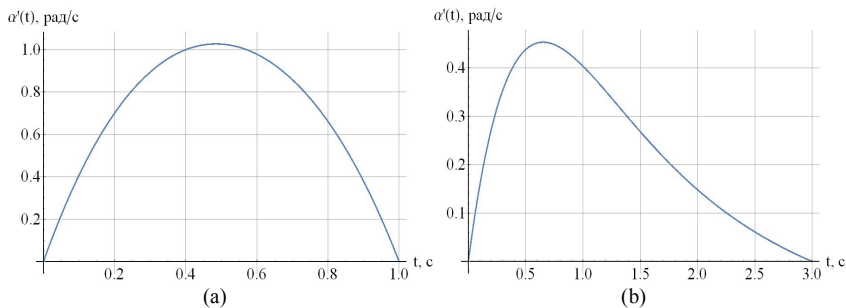


Fig. 3. Graphs of change of absolute angular speed of the manipulator's boom at duration of movement: (a) - 1 sec; (b) - 3 sec

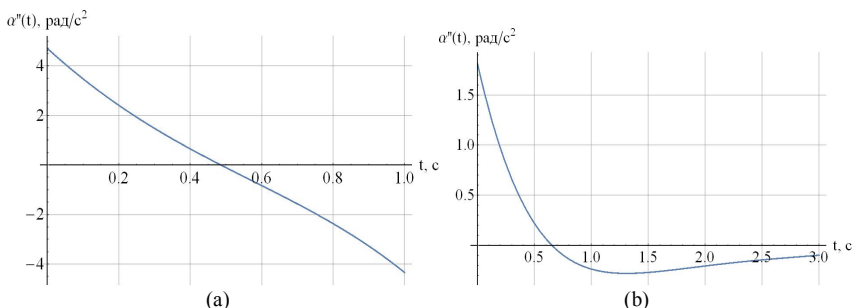


Fig. 4. Graphs of change of absolute angular acceleration of the manipulator's boom at duration of movement: (a) - 1 sec.; (b) - 3 sec

In Fig. 5 shows graphical dependences of the change of the driving moment of the drive in the area of movement of the boom from 45° to 85° for different durations.

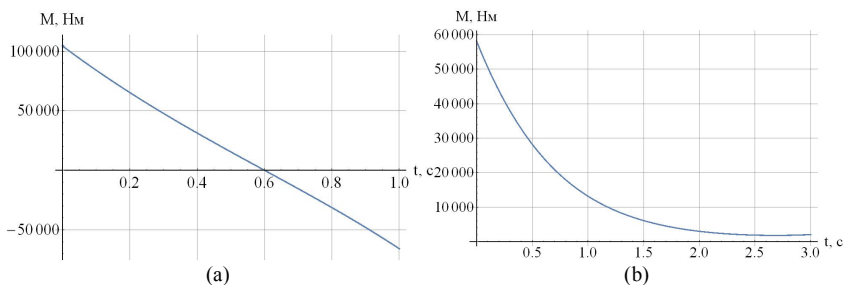


Fig. 5. Graphs of change of the driving moment of the drive of the manipulator at duration of movement: (a) - 1 sec.; (b) - 3 sec

Substituting the optimal law of change of the driving moment in the second equation of the system (2) and solving it under the initial conditions: $t = 0$, $\varphi = \varphi_0$, $\dot{\varphi} = 0$, the law of oscillations of the support mechanism at the

minimum action of the driving moment is obtained. On Fig. 6 and Fig. 7 shows a graphical dependence of the simulation results.

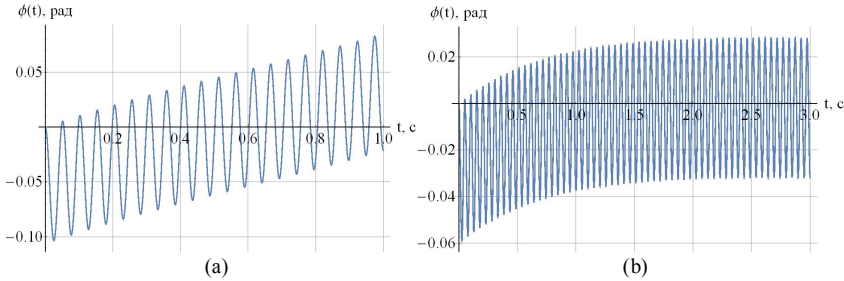


Fig. 6. Graphs of oscillations of the angle of the support frame of the manipulator during the duration of movement: (a) - 1 sec.; (b) - 3 sec

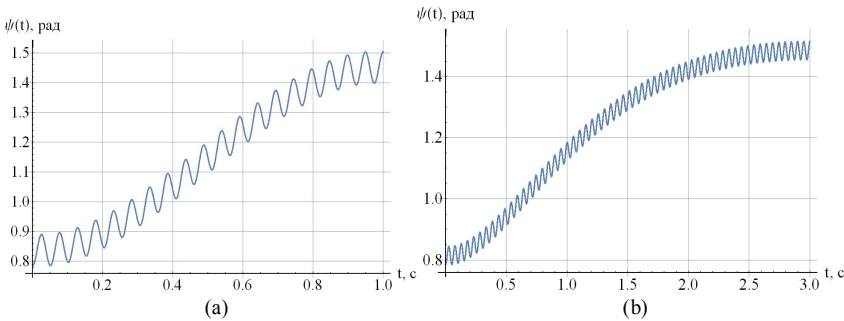


Fig. 7. Graphs of change in the relative angle ψ of the manipulator boom rotation during the duration of movement: (a) - 1 sec.; (b) - 3 sec

Discussion of results. The results of optimizing the mode of movement of the manipulator mounted on an elastic basis by the criterion of the minimum mean square value of the driving moment of the drive show that when implementing this approach at the beginning of the drive the drive want create a significant acceleration of the mechanical system (Fig. 4). There will also be a significant power load on the drive (Fig. 5). When the average angular velocity of the load has reduced by increasing the travel time in a given area of change of the boom angle, there is a decrease in oscillations. From the graphs in Fig. 2 (b) - Fig. 5 (b) as we can see there may be cases when at a very low average angular velocity will move in the opposite direction. This is not due to the possibility of the drive system in the start-up process to compensate for external static load, and since the developed mathematical model does not provide for restrictions on changing the angle, later in the calculations it leads to errors due to symmetry of trigonometric functions.

This article presents an approach to optimization by the function of torque similar to that considered in [19] for the mechanism of rotation of the tower crane. Note that in the mechanism of rotation of the crane at the beginning of the movement, there is no significant external load, in contrast to the

mechanism of lifting the boom, and therefore to compensate for such a moment at the beginning of the movement is not required. In the considered scheme, the optimization model shows that at creation of the considerable driving moment, that considerably exceeds value of the static moment visible at movement for 1 with (fig. 5, and see), the system further has to react quickly and create the moment in the end of movement with the opposite effect. In further research, it is desirable to justify the value of the average angular velocity for this method of calculation and to consider other limiting conditions of movement of the boom of the manipulator, in particular the mode of start and braking.

The dependence of the change in force in the drive hydraulic cylinder during a given period of movement of the manipulator can be determined from expression (3) in which it is necessary to specify certain characteristics of the torque and angles of rotation. On Fig. 8 shows, the graphs of change force on the rod of the drive cylinder at different values of a_1 , a_2 the size of the installation of the cylinder in the studied kinematic scheme of the manipulator.

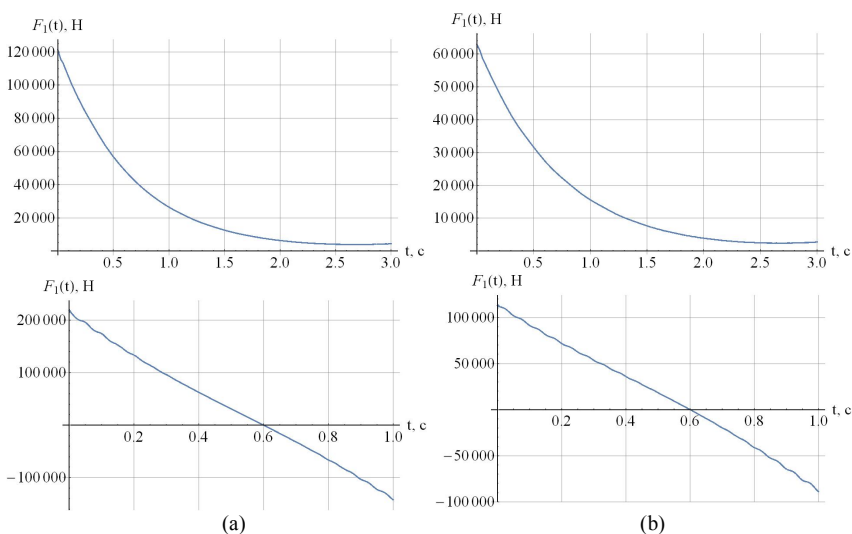


Fig. 8. Graphs of change of effort on a rod of the hydraulic cylinder at an optimum mode of movement at various design parameters of the manipulator:

(a) - for $a_1 = 0.5$ m and $a_2 = 1$ m; (b) - for $a_1 = 1$ m and $a_2 = 1$ m

The graphs on Fig. 8 show that the nature of the change in force on the rod of the drive cylinder practically repeats the dependence of the change in drive torque.

Conclusions. As a result, the mode of movement of the boom system of the manipulator with elastic base optimized. The optimization criterion is the root mean square value of the driving torque of the manipulator boom. The obtained optimal mode of movement of the manipulator made it possible to minimize the root mean square value of the driving moment of the drive mechanism during

movement and reduce the oscillations of the boom and the elastic support part. The obtained optimal mode of movement does not completely eliminate the oscillations of the boom system of the manipulator. This can be explained by the fact that the paper does not consider the feedback on the control and does not take into account the impact of changes in the coefficient of elasticity of the flexible element. To eliminate oscillations and practical implementation, it is necessary to determine a set of optimal motion modes according to different criteria for each specific case and establish criteria that lead to the elimination of oscillations of the manipulator boom system.

To completely exclude oscillatory processes from the operation of the boom system of the manipulator in the future it is necessary to investigate the optimization function with a comprehensive criterion [20], which would take into account not only the magnitude of the driving moment of the drive, but also the intensity of its change over time.

REFERENCES

1. *Lovejkin V.S., Mishchuk D.O.* Optimizaciya rezhimiv zmini vil'otu manipulyatora z gidroprivodom: monografiya (Optimization of modes of change of departure of the manipulator with the hydraulic drive: Monograph). Kyiv, CP Komprint, 2013. 206 p. [in Ukrainian]. DOI: 10.26884/damu.m13opzvmg.
2. *Lagerev I.A.* Modelirovanie rabochih processov manipulyacionnyh sistem mobil'nyh mnogocelevykh transportno-tekhnologicheskikh mashin i kompleksov: monografiya (Modeling of work processes of manipulation systems of mobile multi-purpose transport-technological machines and complexes: Monograph). Bryansk, RIO BGU, 2016. 371 p. [in Russian]. <https://bit.ly/3HJtXtB>.
3. *Sherbakov V.S., Korytov M.S., Grigorev M.G.* Metod avtomaticheskogo pod'ema, vyravnivaniya opornoj platformy stroitel'noj mashiny v gorizont'noj ploskosti i kontrolya otryva vynosnyh opor ot grunta (The method of automatic lifting, leveling the support platform of a construction machine in a horizontal plane and controlling the separation of outriggers from the ground). *News of higher educational institutions. Volga region*, 2010, Nr1, P. 146-154. [in Russian]. <https://bit.ly/3JkHUUC>.
4. *Spichyna D.N., Polikarpov K.V.* Dinamika kranov s zhestkim podvesom gruzha (Dynamics of fixed load cranes). Moscow, MSTU im. N. E. Bauman, 2009. 184 p. [in Russian].
5. *Krahmalev O.N.* Matematicheskoe modelirovanie dinamiki manipulyacionnyh sistem promyshlennyh robotov i kranov-manipulyatorov (Mathematical modeling of the dynamics of handling systems of industrial robots and loader cranes). Bryansk, BSTU, 2012. 200 p. [in Russian].
6. *Petrov V.A.* Ocenka nadezhnosti raboty sistemy podveski meliorativnoj mashiny pri dvizhenii po nerovnoj poverhnosti so sluchajnym profilom (Evaluation of the reliability of the suspension system of a melioration machine when driving on an uneven surface with a random profile). *Materials of the international scientific and practical conference*. Moscow, 2007, MGUP, P. 214-216. [in Russian].
7. *Kalyoncu M.* Mathematical modelling and dynamic response of a multi-straight-line path tracing flexible robot manipulator with rotating-prismatic joint. *Applied Mathematical Modelling*, 2008, Vol.32, Issue 6, 1087-1098. DOI: 10.1016/j.apm.2007.02.032.
8. *Frolov K.V., Vorobev E.I., Popov S.A.* Mekhanika promyshlennyh robotov: Ucheb. posobie dlya vuzov v 3 kn. Ch.1: Kinematika i dinamika (Mechanics of industrial robots: Textbook Part 1: Kinematics and dynamics). Moscow, High School, 1988. 304 p. [in Russian].
9. *Loveikin V.S., Mischuk D.A.* (2019). Synthesis of Optimal Dynamic Mode of Manipulator Boom Movement Mounted on Elastic Base. *Science & Technique*, 2019, 18(1), 55-61. [in Russian]. DOI: 10.21122/2227-1031-2019-18-1-55-61.
10. *Mischuk D.O.* Doslidzhennya dinamiki roboti vstanovlenogo na pruzhnu oporu strilovogo manipulyatora (Research dynamics of boom manipulator mounted on the elastic support).

- Girnich, budivel'ni, dorozhni ta meliorativni mashini (Mining, constructional, road and melioration machines)*, 2017, Nr.90, P. 11-18. [in Ukrainian].
11. Cheng Q., Xu W., Liu Z., Hao X. and Wang Y. Optimal Trajectory Planning of the Variable-Stiffness Flexible Manipulator Based on CADE Algorithm for Vibration Reduction Control. *Bionics and Biomimetics*, 2021, 9:766495. DOI: 10.3389/fbioe.2021.766495.
 12. Abe A., Komuro K. Minimum Energy Trajectory Planning for Vibration Control of a Robotic Manipulator Using a Multi-Objective Optimisation Approach. *Mechatronics and Automation*, 2012, Vol. 2 (4), 286–294. DOI: 10.1504/IJMA.2012.050499.
 13. Hardeman T. Modelling and Identification of Industrial Robots including Drive and Joint Flexibilities. Print Partners Ipskamp, 2008. 156 p.
 14. Moberg S. Modeling and Control of Flexible Manipulators. Dissertations. LiU-Tryck, Linköping, 2010. 101 p.
 15. Changhwan Ch., Seungho Ju., Seokhwan K., Jeongyeob Le., TokSon Ch., Sangchul Ch., Yongwoon P. A motor selection technique for designing a manipulator. *ICCAS 2007: International Conference on Control, Automation and Systems*, 2007. P. 2487–2492. DOI: 10.1109/ICCAS.2007.4406782.
 16. Krastanov K. About the safety by using of mobile cranes. *ICONTES2017: International Conference on Technology, Engineering and Science. The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering & Mathematics (EPSTEM)*, 2017. Vol.1, 213-217.
 17. Vukobratovic M., Kircanski N. Real-time dynamics of manipulation robots, Berlin: Springer-Verlag, 1985. 242 p. DOI: 10.1007/978-3-642-82198-1.
 18. Petterson M. Design Optimization in Industrial Robotics. Methods and Algorithms for Drive Train Design: Dissertations, LiU-Tryck Linköping, 2008, 81 p.
 19. Loveikin V., Romasevych Y., Shymko L., Mushtin D., Loveikin Y. The optimization of luffing and slewing regimes of a tower crane. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, Vol.51. P. 421-436
 20. Loveikin V. S., Romasevich Yu. O., Spodoba O. O., Loveikin A. V., Shvorov S. A. Kompleksna optimizaciya rezhimu zmini vil'otu strilovoi sistemi krana-manipulyatora (Comprehensive optimization of the mode of change of departure of the boom system of the crane-manipulator). *Tekhnika ta energetika (Engineering and energy)*, 2020, Nr.11 (2), 5-12. [in Ukrainian]. DOI: 10.31548/machenergy2020.02.005.

Стаття надійшла 21.06.2022

Ловеїкін В. С., Міщук Д.О., Міщук Є.О.

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ РУХУ МАНІПУЛЯТОРА НА ПРУЖНІЙ ОПОРІ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМУМУ СЕРЕДНЬОКВАДРАТИЧНОГО ЗНАЧЕННЯ РУШІЙНОГО МОМЕНТУ ПРИВОДУ

В роботі представлено результати досліджень оптимізації режиму руху стріли маніпулятора, який встановлено на пружну опору з відомою жорсткістю. Мета даного дослідження полягає в зменшенні коливань стрілової системи маніпулятора, що забезпечить підвищення загальної ефективності маніпулятора, довговічності та надійності елементів його металокопструкції. Досягнення поставленої мети здійснено шляхом застосування керованого режиму роботи приводу з динамічним врівноваженням привідного механізму. Застосовуючи рівняння Лагранжа другого роду складено рівняння руху стріли маніпулятора та визначено вираз узагальненого рушійного моменту привідного механізму стрілової системи маніпулятора. В даному дослідженні розглядається лише кутове переміщення стріли маніпулятора. Незрівноважений привідний рушійний момент стріли маніпулятора оцінюється складовою сумарного інерційного моменту рухомої маси стріли і вантажу та статичним навантаженням від маси стріли і вантажу на привідний механізм. Пружна опора маніпулятора представлена у виді лінійної пружини із заданим коефіцієнтом пружності. Оскільки основним зовнішнім фактором виникнення збурення коливань в металокопструкції маніпулятора є рушійний момент привода, тому було застосовано цільову функцію оптимізації, яка оцінює середньоквадратичне значення рушійного моменту

приводного механізму. Вибраний критерій оптимізації режиму руху представлено у вигляді інтегрального функціоналу, а пошук його мінімального значення здійснено із застосуванням методів варіаційного числення.

Отримані результати дослідження можна застосовувати в системі керування приводом на етапі проектування маніпулятора так і в процесі його експлуатації. Також оцінено динаміку коливань подібних елементів конструкцій стрілових систем вантажопідійомних кранів. Реалізація отриманих оптимальних режимів руху може бути здійснена при використанні гідравлічного приводу.

Ключові слова: маніпулятор, стрілова система, оптимізація, критерій, середньоквадратичний момент, пружна опора, мінімізація коливань.

Loveykin V.S., Mishchuk D.O., Mishchuk Ye.O.

OPTIMIZATION OF MANIPULATOR'S MOTION MODE ON ELASTIC BASE ACCORDING TO THE CRITERIA OF THE MINIMUM CENTRAL SQUARE VALUE OF DRIVE TORQUE

The results of studies of optimizing the mode of movement of the manipulator boom, mounted on an elastic base with a known stiffness the paper presents. The purpose of this scientific research is to reduce the oscillations of the manipulator turnout system, which will increase the overall efficiency of the manipulator, durability and reliability of the metal structure elements. The implementation of this goal have achieved by applying a controlled mode of operation of the drive with dynamic balancing of the drive mechanism. Using the Lagrange equation of the second kind, the equation of motion of the manipulator boom was compile and the expression for the generalized driving moment of the drive mechanism of the manipulator boom system was determined. This study considers only the angular displacement of the manipulator boom. The unbalanced drive driving moment of the manipulator boom had estimated by the component of the total inertial moment of the moving mass of the boom and load and the static load from the mass of the boom and load on the drive mechanism. The elastic base of the manipulator was present in the form of a linear spring with a given coefficient of elasticity. Since the main external factor of oscillation, perturbation in the metal structure of the manipulator is the driving moment of the drive, so we used the target optimization function, which estimates the root mean square value of the driving moment of the drive mechanism. The main criterion for optimizing the mode of motion was present in the form of an integral functional, and the search for its minimum value is carried out using the methods of calculus of variations.

The results of this work can be used by the drive control system at the design stage of the manipulator and during its operation. The dynamics of oscillations of such structural elements of boom systems of cranes is also estimated. The implementation of the obtained optimal modes of movement can be carried out using a hydraulic drive.

Keywords: manipulator, boom system, optimization, criterion, root mean square moment, elastic base, oscillation minimization.

УДК 621.87

Ловеїкін В.С., Міщук Д.О., Міщук Є.О. Оптимізація режиму руху маніпулятора на пружній опорі за критерієм мінімуму середньоквадратичного значення рушійного моменту приводу // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 403-415. – Англ.

Для стрілової системи маніпулятора, який встановлено на пружну опору з відомою жорсткістю розглянуто динамічне врівноваження приводного механізму. Незрівноважений привідний рушійний момент стріли маніпулятора оцінюється складовою сумарного інерційного моменту рухомої маси стріли і вантажу та статичним навантаженням від маси стріли і вантажу на привідний механізм. Пружна опора маніпулятора представлена у виді лінійної пружини із заданим коефіцієнтом пружності.

Табл. -. Іл. 8. Бібліогр. 20 назв.

UDC621.87

Loveikin V.S., Mishchuk D.O., Mishchuk Ye.O. Optimization of manipulator's motion mode on elastic base according to the criteria of the minimum central square value of drive torque // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 403-415.

The dynamic balancing of the drive mechanism is considered for the boom system of a manipulator mounted on an elastic support with a known stiffness. The unbalanced driving moment of the manipulator boom is estimated by the component of the total inertial moment of the moving mass of the boom and the cargo, the static load from the mass of the boom, and the load on the drive mechanism. The elastic support of the manipulator is presented in the form of a linear spring with a given elasticity coefficient.

Table - Fig. 8. Ref. 20.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович

Адреса робоча: 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 15, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу

Робочий тел.: +38(044) 527-87-34

Мобільний тел.: +38(097)349-14-53

E-mail: lovvs@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4259-3900>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних машин Київського національного університету будівництва і архітектури України МІЩУК Дмитро Олександрович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, МІЩУКУ Дмитру Олександровичу

Робочий тел.: +38(044) 240-55-52

Мобільний тел.: +38(095)839-34-63

E-mail: mischuk.do@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8263-9400>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри машин і обладнання технологічних процесів Київського національного університету будівництва і архітектури України МІЩУК Євген Олександрович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра машин і обладнання технологічних процесів, МІЩУКУ Євгену Олександровичу

Робочий тел.: +38(044) 240-55-52

Мобільний тел.: +38(095)839-34-63

E-mail: mischuk.eo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7850-0975>

UDK 528.48

MONITORING OF THE ELEMENTS STABILITY OF BUILDING CONSTRUCTIONS BY MEANS OF EXAMPLE OF VERTICAL ELASTIC ROD OF HIGH FLEXIBILITY

O.P. Isaev,

Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

A.O. Annenkov,

Doctor of Technical Science, Professor

R.A. Demianenko,

Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

P.O. Chulanov,

Senior Lecturer

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky Ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.416-425

The article is related to the field of geodetic and engineering construction monitoring of building structures in the form of rod systems. It investigates the measurement accuracy of the compression deformation of the rod. As an example, there is considered a vertical rectilinear rod of high flexibility, loaded with a longitudinal axial force. There is explained the accuracy with which it is necessary to measure the displacement of the rod end during the deformation. There is laid out the calculation of the maximum stress deviation based on the stability and flexibility of the rod.

Keywords: vertical rod, deformation, critical stresses, unstable equilibrium, accuracy of measurements, geodetic monitoring.

1. Relevance of the topic

In the structural mechanics, many loadbearing structures of buildings and constructions are considered in the form of rod systems consisting of vertical, horizontal or inclined straight and curvilinear rods interconnected in nodes. The main purpose of the rods is to perceive axial load and bending moment. For example, the rod system is a frame of a high-rise building, bridge design, columns and farms of industrial buildings, towers, watchtowers, etc.

Science of calculation and manufacturing technologies allow to create modern building constructions that can work reliably in certain external conditions under certain external influences. Countermeasure to environment changes and to external influences on the elements is provided by material, size, reserve of strength, stiffness and stability. With increasing of the adverse changes, this may be insufficient. In order to take measures up to time and prevent impending destructions, it is necessary to know which real stress-strain states the structures are in, and if they are far from critical loads and stresses. Conclusion can be done only on the basis of full-scale measurements. Accordingly, geodesic, geotechnical and engineering monitoring are conducted to do this [1].

2. Formulation of the problem

The objective of this article is to show by means of the example of an vertical elastic rod of high flexibility subjected to longitudinal compressive loads, the degree of responsibility and the accuracy needed to conduct geodesic monitoring of building constructions, from the point of view of their stiffness.

3. Analysis of researches and publications

This article discusses the accuracy of measuring the deformation of the compression of the elastic rod, which is a part of the geometrical stable construction. The source [2] estimates the peculiarity of the work of geometrical stability systems statically determinate and statically indeterminate ones for organizing geodesic monitoring of loadbearing structures of buildings. There are defined the tasks of geodesic monitoring of various types of constructions. There are shown the dependences of the a priori calculation of the accuracy on the type of structures, carried out in the monitoring preparation. In the source [4], there was developed the principle of the fundamental calculation of a priori measuring accuracy of the stretching element deformation of the building construction in the form of a vertical rod. In the source [3] there was carried out the calculation of the RMSE measurement (root mean square error) of the deformation of the rod stretching according to parameters depending on the material and on the stresses arising in it under load. There was demonstrated the possibility of measuring the stretching deformation with accuracy obtained from the calculation.

4. Presentation of preliminary material

To ensure reliability, elements of building constructions (EBC) are calculated for strength, stiffness and stability. When calculating stability, it is assumed that the maximum load on the element will not exceed the permissible load, which is determined by the critical load and the stability coefficient [6]. However, if the external load begins to come close to the critical values, the construction elements may lose their stability with all the consequences resulting from here. Stability is the ability of the element to preserve the specified spatial position and the form of equilibrium under external influences.

Load-bearing EBCs are made of steel of various grades, concrete and other materials. For engineering calculations (including those related to our competence), it is necessary to know the mechanical characteristics of the materials used. They are determined experimentally by testing standard samples for tension, compression, bending and torsion [7]. For example, compression tests of short samples are carried out on special machines (presses) that record the magnitude of the compressive force and the magnitude of the absolute shortening of the sample with the help of sensors. The oscilloscope plots the relationship between the applied force F and the absolute deformation Δl . For practical use, a compression diagram is designed by plotting stresses σ and relative deformations L along the coordinate axes.

The compression diagram of plastic materials, for example, low-carbon steel, is similar to the load-elongation diagram that we described in work [4]. At the stage of elastic deformations, the graph lines practically coincide and

have the same proportionality and elasticity limits, up to the flow stress. The differences begin in the area close to the flow point, but this is already the beginning of large permanent (plastic) deformations, which quickly lead to disstructure. The compression diagram of a short rod made of ST3 mild steel is shown in Fig. 1(c).

Line 0-1 shows that the relative compressive strains are directly proportional to the normal stresses arising in the sections of the element due to the application of compressive stress. At the stage of 0-1 elastic deformations according to Hooke's law $L = \sigma/E$. At stage 1-2, the deformations are still elastic, but already nonlinear. Beyond the elastic limit (point 2), the stage of permanent deformations begins, passing into the stage of material flow [6].

A short sample is a rod with the ratio of length to diameter less than 5. Short rods are rods with low flexibility [9]. They fail to operate mainly due to loss of strength, and not loss of stability. However, for many elements of modern structures, the length significantly exceeds the size of the cross-section. Such elements are considered to be relatively long and thin.

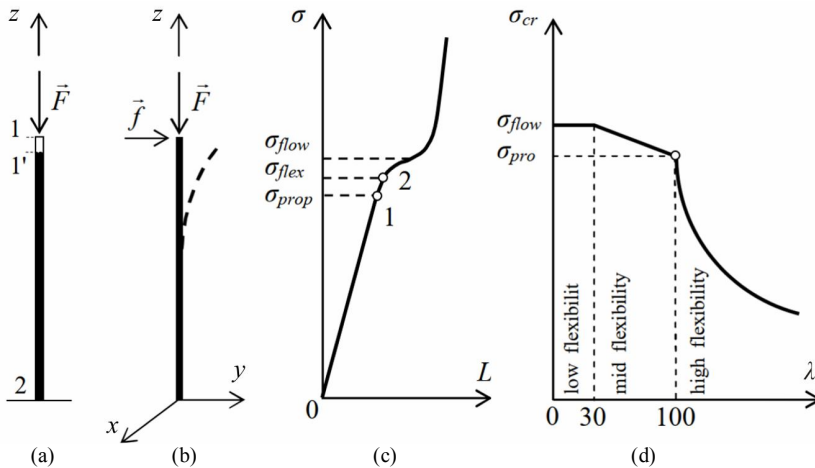


Fig. 1. Stability of the rod: (a) a vertical rod loaded with an axial compressive stress; (b) bifurcation of the equilibrium state of the rod; (c) diagram of the compression of the rod; (d) critical stress diagram

The behavior of long elements under the influence of an axial compressive stress turns out to be fundamentally different from that of short ones. The experience demonstrates that the rod, under the influence of an axial compressive load not exceeding the permissible design values, retains its original form of equilibrium and stability. At the same time, it works in the area of elastic compression deformations. An example is a vertical fixed rod, which has a rectilinear form of equilibrium, loaded with an axial stress, which maintains its stability (Fig. 1(a)).

When the increase of the load reaches some specific values, then it comes to a state of the element when the form of equilibrium becomes unstable, i.e. at

any moment, with a slight external influence, it (the form of equilibrium) can turn from rectilinear into curvilinear one. This is followed by large displacements, permanent deformations and finally destruction. There are some possible cases of the element, having lost stability, turning into the mode of sustained oscillations. A danger of loss of stability is meant by its sudden beginning, almost immediately beyond the elastic limit, when the strength of the material is far from being exhausted [8].

There is no need to prove the importance of monitoring when a construction with similar structures is settled, for example, in the zone of development of negative natural and anthropogenic processes. As a result, the load on some elements may increase to critical values due to uneven horizontal and vertical displacement and inclination of the structure, including vibrations, etc. The degree and nature of the development of dangerous exogenous and endogenous processes and their influence on a given spatial position of the structure is determined by the results of geotechnical and geodetic monitoring [1]. At the same time, the complex of engineering and technical measurements should demonstrate, with the necessary completeness, reliability and accuracy of the value, the nature and dynamics of changes in the external load on the elements of the structure, the change in internal forces and stresses in them, the development of deformations (changes in the size and shape of equilibrium).

5. Presentation of the main material

Initially, with the completion of construction, the structure of the construction, all bearing elements, and the entire construction as a whole, must be in a state of elastic equilibrium, which is considered initial at the time t_n . The prevailing conditions, external loads, equilibrium of forces and moments of forces, determine their initial stress-strain state (SSS) $_n$ and spatial position (shape, dimensions, internal forces and stresses, degree of deformation, etc.), which must meet the calculated values.

During the use of a building, almost every element of the building structure is exposed to the disturbing influences of forces which are external to it, striving lose its initial state of equilibrium. If the disturbing influences are temporary, and the deformations are elastic, then the element returns to the initial state of equilibrium and (SSS) $_n$. If there was a redistribution of the force influence for example as a result of uneven settlement, uneven horizontal displacement, roll, bending or other factors, then the stress-strain state of the elements will change, and at the time t_k , they will be in a new state - (SSS) $_k$.

Let us consider a single element of the building construction - a vertical metal rod operating to compression, which length significantly exceeds its transverse dimensions (long rod). Let's assume that there is provided in advance a constant monitoring of the deformation and its stress-strain state during the installation and subsequent operation. Therefore, at the first stage, the stage of manufacturing, the ends of the rod are fixed with deformation marks and the length l between them is measured with the RMSE m_l (root mean square error). At the second stage - the stage of installation (the stage of the initial loading of the rod), the rod was placed in the designed vertical

position ($z_1 = l/2$; $z_2 = 0$) and fixed on a perfectly solid non-deformable foundation (Fig. 1(a)).

We measured the coordinates of points 1 and 2 with accuracy $m_{z1}=m_{z2}=m_z$. Without load, the rod has a zero stress-strain state, i.e. (SSS)0 (excluding its own weight). This state of the bar corresponds to the zero point of the diagram, when there is no load, no stresses and no deformations. Next, a vertical axial load was applied to the rod (the direction of the force vector coincides with the direction of the bar axis), which corresponds to the calculated values, and, on the basis of which, it was calculated for strength, stiffness and stability. The element has acquired elastic deformations, retaining its rectilinear form of equilibrium. In this case, point 2 remained restrained, and point 1 shifted and took position 1'. The coordinate of this point was measured (by the method of engineering geodesy), then $\Delta l = z_1 - z_1'$ (Δl can be also measured using a strain indicator). Thereby, the rod became a part of the support rod system, having obtained the initial stress-strain state, i.e. at the moment of time t_n , it is in a stable initial state of equilibrium: under the influence of the calculated axial load, it retains its rectilinear shape, and the stresses in the sections are notably less than the proportionality limit σ_{pr} . And this initial state is fixed by means measuring the initial deformations and initial stresses.

The stresses start to increase if the load starts to increase, i.e. longitudinal compressive force F . Deformations start to increase proportionally.

The accuracy with which it is necessary to measure the displacement of the end of the rod during deformation is carried out in the source [4]. There was developed a dependency:

$$m_z = \frac{l}{3\sqrt{2}E} \delta_\sigma, \quad (1)$$

from which it can be seen that the RMSE of the displacement measurement depends on how to choose the extreme deviation of the stress in the sections of the rod made of a certain material. Deviation δ_σ is the limiting error to determine the stresses in the rod, which we can afford, realizing that the accuracy of measuring the displacements of deformation marks will not render possible passing the known limit of elastic deformations. In this work, the choice of δ_σ is done basing on the stability and flexibility of the rod.

It all depends on the magnitude of the external force, and by growing it can lead the rod into the so-called state of indifference. This force is called critical. Being in indifferent state, when ($F = F_{crit}$), two forms of equilibrium are inherent in the rod: rectilinear and curvilinear (bifurcation of equilibrium states) [6, 8]. If the magnitude of the force exceeds the critical value (for the reasons mentioned above), then the equilibrium will become so unstable that even a slight disturbance can cause the rod to bend (Fig. 1(b)). The errors can be such factor, for example the errors in the relative position of the force vector and an element of a building structure, manufacturing errors and others [5]. The increase in the load and the approach of the element to an unstable state must be "seen" by the monitoring system in order to somehow prevent this and destruction. But the deformations in the elements of building

structures are small, and the stresses corresponding to them are great, therefore in the monitoring system there must be installed instruments of appropriate high-precision measurements. One of these tools is a preliminary calculation of the required measurement accuracy, which we consider.

The critical force corresponds to the critical stress, which depends on the elastic properties of the material and on the flexibility of the rod [6; 8]:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (2)$$

where λ – rod flexibility parameter.

Each element of a building construction functioning in compression and depending on its geometric and physical values has more or less flexibility. Long rods are more flexible, short ones are less flexible. Accordingly, there is the concept of medium flexibility. There is no clear physical boundary between them, however, it is necessary to know quite definitely when the critical stress occurs at a given flexibility of the rod and then basing on this calculate the accuracy. Fig. 1(d) demonstrates the dependence [6, 8] of critical stresses on the flexibility of the rod, which is known in the strength of materials. The graph shows that if the critical stresses are higher than the proportionality limit, while $\lambda < 100$, then the rods are considered to be of medium or low flexibility. Medium rods are more stable elements than the long ones, since the ratio of length and transverse dimensions is not so well expressed. For this category of the rods, the critical stresses are between the proportional limit and the flow stress. Short rods, i.e. rods with very little flexibility, when compressed, are destroyed due to loss of strength, and for them the critical stress will be the flow stress (for plastic materials).

If critical stresses arise in the load up to the proportionality limit (inclusive), i.e. $\sigma_{cr} \leq \sigma_{prop}$, then the rods are considered to be of great flexibility. The stability calculation for them is carried out under the condition of linear elastic deformations. In our work, we consider just this kind of rods, since they are sensitive to loss of stability. The graph shows that as the flexibility of the rod increases ($\lambda > 100$), the level of critical stresses for it decreases, i.e. it can lose stability even in the area of elastic deformations at stresses lower than σ_{prop} .

The critical stress corresponds to the bifurcation state of the rod, i.e. transitional state between stable and unstable equilibrium. From a stable equilibrium the rod passes into indifferent equilibrium and then into an unstable equilibrium. Thus, it is possible to mark a certain state, a certain range of values that precede the critical stress. On this basis, we find the limiting deviation $\delta\sigma$. Let us set the stress interval, which width is

$$k\delta\sigma, \quad (3)$$

where $\delta\sigma = \sigma_{cr} - \sigma_l$; σ_l – lower boundary of the interval; $0 < k \leq 1$.

Let us present the length of this interval as the limiting random deviation of stresses, followed by the law of normal distribution. Then, substituting (3) into formula (1), we obtain

$$m_z = \frac{l}{3\sqrt{2}E} k\delta\sigma. \quad (4)$$

Let us consider an example for a 5 m long rod made of steel grade ST3. For the steel ST3 the modulus of elasticity is $E = 2,1 \cdot 10^5$; proportionality limit $\sigma_{prop} = 200$ MPa; elastic limit $\sigma_{el} = 210$ MPa; flow stress $\sigma_{f.st} = 240$ MPa. With the parameter of rod flexibility $\lambda = 100$, the critical stress will be at the point of the proportionality limit. Let us take the interval $\delta\sigma = 10$ MPa and $k = 1$ [3], then $m_z = 0.06$ mm.

6. Conclusions

Bearing rod structures of buildings and constructions operating in real conditions differ from “ideal” by their being “distorted” in general by manufacturing and installation errors, incomplete consideration of external influences and other factors. The rod system has sufficient strength and stiffness to resist it and in a deformed state under calculated external loads it has a given form of equilibrium and a state of elastic equilibrium between external and internal forces.

Elastic equilibrium for a given rod system is stable if the increase in the external load does not exceed some limiting values for it and the deformations remain elastic. That is, a structure that has initial deviations in size, geometry, spatial position, which undergoes the increasing of load, leaves the state of equilibrium, but tends to return to its original state.

If the external load reaches the critical values and the system becomes unstable, then errors in the relative position of the system elements can provoke a rapid development of residual deformations and a rapid change in the initial form of equilibrium, up to the destruction of the load-bearing elements.

It follows that special attention should be paid to the accuracy of geodetic and installation works, because of:

- unreasoned errors in the position of elements can play a fatal role, putting the system in an unstable state to destructive changes;

- unreasoned errors in measuring displacements with increasing deformations and stresses will not allow to detect the approach of the system to an unstable stress-strain state.

REFERENCES

1. *Isaev A.P., Gulyaev YU.F., CHulanov P.A.* Kompleksnyj monitoring inzhenernyh sooruzhenij (Integrated monitoring of engineering structures). Mistobuduvannya ta teritorial'ne planuvannya. 2020. № 74. S. 162-171.
2. *Isaev A.P., Gulyaev YU.F., CHulanov P.A.* Osobennosti geodezicheskogo monitoringa raznyh stroitel'nyh konstrukcij. Mistobuduvannya ta teritorial'ne planuvannya (Features of geodetic monitoring of various building structures). 2019. № 70. S. 230-240.
3. *Isaev A.P., Gulyaev YU.F., Strilec V.S., CHulanov P.A.* Ocenka monitoringa processa deformacii i osadki pryamolinejnogo vertikal'nogo sterzhnya (Evaluation of Monitoring the Deformation and Settlement of a Straight Vertical Structure). Inzhenerna geodeziya. 2019. № 67. S. 15-21.
4. *Isaev A.P., SHul'c R.V., Gulyaev YU.F., Strilec V.S.* Principy izmereniya osadki staticheski neopredelimyh konstrukcij (na primere pryamolinejnogo vertikal'nogo sterzhnya). (Principles for measuring settlement of statically indeterminate structures (example of a vertical structure)). Inzhenerna geodeziya. 2017. № 64. S. 55-66.

5. Isaev A.P. Vozdejstvie pogreshnostej polozhenij na sistemu dvuh vertikal'nyh sterzhnej (Influence of position errors on the system of two vertical structures) / A.P.Isaev // Mistobuduvannya ta teritorial'ne planuvannya. – Kіiv, 2013. – Vip. 48. – S. 190 – 195.
6. Soprotivlenie materialov: uchebnik dlya vuzov (Strength of materials: textbook for high schools) / G.S. Pisarenko i dr.; pod red. G.S. Pisarenko. Kiev: Vishcha shkola, 1979. 696 s.
7. Mekhanicheskie ispytaniya. (Mechanical Tests) Laboratoriya mekhanicheskikh ispytaniy IPM. URL: <http://www.materials.kiev.ua/departments/008/MechTest.files/page0003.htm> (data zvernennya: 23.02. 2021).
8. Ustojchivost' szhatyh sterzhnej. (Stability of compressed rods) URL: <https://docplayer.ru/26800544-19-ustoychivost-szhatyh-sterzhney-osnovnye-ponyatiya-ustoychivoe-i-neustoychivoe-ravnovesie.html> (data zvernennya: 23.02. 2021).
9. GOST 25.503-97. Raschety i ispytaniya na prochnost'. Metody mekhanicheskikh ispytaniy metallov. Metod ispytaniya na szhatie. (GOST 25.503-97. Strength calculations and tests) [Dejstvuyushchij ot 1999-07-01]. Minsk: Mezhgosudarstvennyj sovet po standartizacii, metrologii i sertifikacii, 1999. 24 pp.

Стаття надійшла 21.02.2022

Isaev O.P., Annenkov A.O., Dem'yanenko R.A., Chulanov P.O.

МОНІТОРИНГ СТІЙКОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ПРИКЛАДІ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПРУЖНОГО СТРИЖНЯ ВЕЛИКОЇ ГНУЧКОСТІ

Стаття відноситься до області геодезичного та інженерно-будівельного моніторингу будівельних конструкцій у вигляді стрижневих систем. Досліджується точність виміру деформації стягнення стрижня. У якості прикладу розглянуто вертикальний прямолінійний стрижень великої гнучкості, навантажений повздовжньою вертикальною силою. Досвід свідчить, що стрижень під дією осового стискаючого навантаження, що не перевищує допустимих розрахункових значень, зберігає початкову форму рівноваги та стійкість. При цьому він працює у рамках пружних деформацій стиснення. При збільшенні навантаження до критичних значень настає такий стан елемента, коли форма рівноваги стає нестійкою, і в будь-який момент при незначній сторонній дії або в результаті похибок положення, вона може з прямолінійної перетворитися на криволінійну. Це супроводжується великими переміщеннями та залишковими деформаціями. Робиться наголос на важливості моніторингу, коли спорудження з подібними конструкціями виявляється, наприклад, у зоні розвитку негативних природних та антропогенних процесів. В результаті навантаження на деякі елементи може збільшитись до критичних значень за рахунок нерівномірного горизонтального та вертикального зсуву та нахилу споруди, у тому числі вібрацій тощо. Акцентується увага на тому, що комплекс інженерно-технічних вимірювань повинен показати з необхідною повнотою, достовірністю та точністю величини, характер та динаміку змін зовнішнього навантаження на елементи споруди, зміну внутрішніх зусиль та напружень у них, розвиток деформацій (зміна розмірів та форми рівноваги). Обґрунтовується точність, з якою необхідно вимірювати рух кінця стрижня під час деформації. Виведено залежність, з якої видно, що середня квадратична похибка виміру переміщення залежить від того, яким чином обрано граничне відхилення напруги в перерізах стрижня з певного матеріалу. Обґрунтовано розрахунок граничного відхилення напруги, виходячи із стійкості та гнучкості стрижня.

Ключові слова: вертикальний стрижень, деформація, критична напруга, нестійка рівновага, точність вимірювань, геодезичний моніторинг.

Isaev O.P., Annenkov A.O., Demianenko R.A., Chulanov P.O.

MONITORING OF THE ELEMENTS STABILITY OF BUILDING CONSTRUCTIONS BY MEANS OF EXAMPLE OF VERTICAL ELASTIC ROD OF HIGH FLEXIBILITY

The article is related to the field of geodetic and engineering construction monitoring of building structures in the form of rod systems. It investigates the measurement accuracy of the compression deformation of the rod. As an example, there is considered a vertical rectilinear rod of high flexibility, loaded with a longitudinal axial force. Experience demonstrates that the rod,

under the influence of an axial compressive load not exceeding the permissible design values, retains its original form of equilibrium and stability. At the same time, it works in the field of elastic compression deformations. As the load increases to its critical values, there occurs a particular state of the element when the form of equilibrium becomes unstable, and at any moment, it can turn from a straight line into a curvilinear one with a slight external influence or as a result of position errors. This is accompanied by large displacements and permanent deformations. The importance of monitoring is noted when a building structure with similar constructions, for example, is situated in the area of development of negative natural and anthropogenic processes. As a result, the load on some elements may increase to critical values due to uneven horizontal and vertical displacement and inclination of the structure, including vibrations, etc. Attention is focused on the fact that the complex of engineering and technical measurements should show, with the necessary completeness, reliability and accuracy of the value, the nature and dynamics of changes in the external load on the elements of the building structure, changes in internal forces and stresses in them, the development of deformations (changes in the size and shape of equilibrium). There is explained the accuracy with which it is necessary to measure the displacement of the rod end during the deformation. There was derived the dependence with the help of which it is possible to see the root-mean-square error of the displacement measuring that depends on the choice of the maximum stress deviation in the sections of the rod made of a certain material. There is laid out the calculation of the maximum stress deviation based on the stability and flexibility of the rod.

Keywords: vertical rod, deformation, critical stresses, unstable equilibrium, accuracy of measurements, geodetic monitoring.

УДК 528.48

Исаев О.П., Анненков А.О., Дем'яненко Р.А., Чуланов П.О. **Моніторинг стійкості елементів будівельних конструкцій на прикладі вертикального пружного стрижня великої гнучкості** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 109. – С. 416-425.

Досліджується точність виміру деформації висотної будівлі у вигляді стягнутого стрижня.

Ил. 1. Библиогр. 9 назв.

UDK 528.48

Isaev O.P., Annenkov A.O., Demianenko R.A., Chulanov P.O. **Monitoring of the elements stability of building constructions by means of example of vertical elastic rod of high flexibility** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2022. – Issue 109. – P. 416-425.

The article considers the accuracy of measuring the deformation of a high-rise building in the form of a curved rod.

Fig. 1. Ref. 9.

УДК 528.48

Исаев А.П., Анненков А.А., Демьяненко Р.А., Чуланов П.А. **Мониторинг устойчивости элементов строительных конструкций на примере вертикального упругого стержня большой гибкости** // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА. 2022. – Вип. 109. – С. 416-425.

Рассматривается точность измерения деформации высотного здания в виде изогнутого стержня.

Ил. 1. Библиогр. 9 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної геодезії ІСАЄВ Олександр Павлович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел. +38(044) 249-72-51

Мобільний тел.: +38(097) 620-54-41

E-mail: geo_i@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-2175-0324>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, доцент, професор кафедри інженерної геодезії АННЕНКОВ Андрій Олександрович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Адреса домашня: 03037 Україна, м. Київ, вул. Максима Кривоноса, 6-407/

Роб. тел. +38(044) 249-72-51

Мобільний тел.: +38(050) 97-67-456

E-mail: geodez74@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-3618-5399>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри інженерної геодезії ДЕМ'ЯНЕНКО Роман Анатолійович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел. +38(044) 249-72-51

Мобільний тел.: +38(099) 072-40-50

E-mail: legend.geodesy@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5405-3840>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): старший викладач кафедри інженерної геодезії ЧУЛАНОВ Петро Олександрович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел. +38(044) 249-72-51

Мобільний тел.: +38(067) 537-40-29

E-mail: legend.geodesy@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6735-3770>

УДК 669.017

**ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ
БАГАТОШАРОВОГО КОМПОЗИТУ****І.В. Бельмас,**

д-р техн. наук, професор

О.І. Білоус,

канд. техн. наук, доцент

Г.І. Танцура,

канд. техн. наук, доцент

Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.426-440

Шляхом завдання показників плоского деформованого стану з використанням функції напружень, розроблено алгоритм визначення розподілів напружень та деформацій в композитному матеріалі з довільною кількістю та товщиною шарів з різних матеріалів. Алгоритм включає формування матриці коефіцієнтів та вектора вільних членів. Розв'язати системи рівнянь запропоновано методом аналогічним методу прогонки з прямим та зворотнім виконанням. Алгоритм прийнятний для одношарової конструкції, конструкції нижній шар безмежного товстий та для визначення напружень та просторових деформацій в окремому випадку навантаження композитного зразка з шарами квадратної форми. Показано суттєвий вплив механічних характеристик матеріалу шарів на напружено-деформований стан композитного матеріалу шаруватої побудови.

Ключові слова: композитний багатошаровий матеріал, механічні властивості матеріалу, напруження, переміщення, навантаження, функція напружень.

Постановка проблеми. Серед сучасних матеріалів особливе місце посідають композитні. Поєднання різних матеріалів дозволяє розробляти матеріали з комплексом різних властивостей, отримувати оптимальні конструкції. Багатошарові матеріали та конструкції широко вживаються в промисловості та будівництві. Так багатошаровими є гумотросові канати, конвеєрні стрічки, матеріали отриманні шляхом з'єднання шарів різних металів, наприклад, вибухом, наплавленням. Композитним є інструмент абразивної обробки матеріалів. Композитний і наплавлений твердими сплавами інструмент для металообробки. Багатошарові дорожні покриття. Багатошаровими є системи «фундаменти будівель, капітальних споруд - ґрунт з об'єктивно різними механічними властивостями його окремих шарів». Використовуються і природні матеріали що мають композитну шарувату побудову - деревина.

Урахування напруженого стану, деформації складових таких систем суттєво впливає на безпеку та ефективність використання конструкцій, споруд. Разом з тим метод визначення напружено-деформованого стану (НДС) багатошарових конструкцій з шарів різних товщин та різними їхніми механічними властивостями не розроблено. Розробка методу дозволить уточнити уяву про механізм взаємодії та деформування шарів, вплив властивостей матеріалу шарів на цей механізм, підвищити точність

визначення напружено-деформованого стану (НДС) багат шарових конструкцій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Класифікація та особливості використання композитних матеріалів в сучасному машинобудуванні та приладобудуванні наведені в дослідженні [1]. Волокнисті матеріали використовують як правило для сприйняття навантажень розтягу. За приклад можна привести гумотросовий канат. Волокна визначають міцність та жорсткість матеріалу вздовж волокон. Механічні властивості та механізм руйнування композитного матеріалу визначається трьома параметрами: міцністю волокон, міцністю матеріалу що їх з'єднує та міцністю адгезійного з'єднання складових композиту. Розриви неперервності волокон, як і тросів гумотросового канату, ведуть до зменшення його тягової спроможності.

Шляхом експериментального та чисельного моделювання в статті [2] досліджена міцність композитів зі стрижнів та вуглепластикових тонкостінних оболонок. Дисертація [3] присвячена експериментально-теоретичному аналізу полімерних композиційних оболонок зі склотканини й вуглетканини та з їх пошкодженнями. В статі [4], методами теорії пружності, із застосуванням критерію згасання крайового ефекту, чисельним методом, досліджено крайовий ефект в шаруватому композитному матеріалі з періодично повторюваним дефектом - тріщиною. В роботі [5] розглянуто вплив міцності з'єднання вибухом біметалевих смуг на їх експлуатаційні властивості. В статтях [6 - 8] деформування біметалевих конструкцій в тепловому полі. В роботах [9-14] досліджені деформації двошарових плит, балок на пружній основі, на основі Пастернака. Вплив розривів неперервності елементів армування гумотросових стрічок, канатів, включно, вантових на їх НДС розглянуто в роботах [15-23]. Можливість часткового відновлення тягової спроможності гумотросових канатів (стрічок) у разі поривів тросів обґрунтована в роботах [24, 25]. В [26] досліджено напружений стан з'єднання гумотросових стрічок. В цих роботах канат (стрічка) розглянута як система жорстких на розтяг, паралельних абсолютно жорстких на згин елементів з'єднаних матеріалом що сприймає лише напруження зсуву. Вплив параметрів гумотросового канату на крутильну жорсткість тіла намотки підйомної установки з бобінним органом, як багат шарової конструкції, досліджено в статті [27]. В роботі [28] для опису напружено-деформованого стану восьми вузловий криволінійний скінчений елемент з полінійним законом доповнення функцій переміщень. З використанням варіаційного методу отримано вирази варіацій енергій кінетичної та деформування скінчених елементів.

Аналіз відомих досліджень показав що шаруваті матеріали використовуються, як в конструкціях що деформуються в напрямках розташування шарів так і в напрямках нормальних до них, в машинобудуванні, приладобудуванні та в будівництві. Задача напруженого стану шаруватого матеріалу розглядається як плоска. Кількість шарів, як правило, не перевищує трьох. Матеріал шарів моделюється лінійно

пружним середовищем або в алгоритмі розв'язання задачі використовуються методи чисельного розрахунку. В перших, властивість матеріалів змінювати свій об'єм під дією зовнішніх впливів (коефіцієнт Пуассона) не враховується. Не вирішеною залишається задача розробки методу розрахунку НДС багат шарової композитної конструкції який би враховував усі механічні властивості матеріалу кожного з шарів. Другий підхід не дозволяє отримати аналітичний алгоритм, який би, не лише дозволяв отримати значення показників напружено-деформованого стану, а і дозволяв би більш глибоко розуміти механізм впливу геометричних та механічних параметрів складових композитного матеріалу на такий стан.

Формулювання мети статті. В межах задачі плоского деформування, на основі методів класичної лінійної теорії пружності, розробити алгоритм аналітичного визначення НДС багат шарового композитного матеріалу з шарами довільної кількості, незмінної товщини з урахуванням закріплення, механічних властивостей матеріалу шарів та характеру зовнішнього навантаження.

Викладення основного матеріалу. НДС пружного матеріалу можна задати функцією напружень φ (функцією Єрі). Показники НДС в прямокутній системі координат в такому випадку визначаються залежностями.

$$\begin{aligned} u_x &= -\frac{1}{2G} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}, & u_y &= -\frac{1}{2G} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z}, & u_z &= \frac{1}{2G} \left(2(1-\mu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \\ X_x &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \varphi, & Y_y &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi, & Y_x &= \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial y \partial z}, \\ Z_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left((2-\mu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, & Z_x &= \frac{\partial}{\partial x} \left((1-\mu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \\ & & Z_y &= \frac{\partial}{\partial y} \left((1-\mu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\nabla^2(\dots) = \frac{\partial^2 \dots}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dots}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dots}{\partial z^2}$; G – модуль зсуву матеріалу.

Прийmemo наступну бігармонійну функцію напружень.

$$\begin{aligned} \varphi &= \sum_{m=1}^{\infty} \left(A_{mn} e^{\rho_{mn} z} + B_{mn} e^{-\rho_{mn} z} + C_{mn} e^{\rho_{mn} z} z + D_{mn} e^{-\rho_{mn} z} z \right) \times \\ &\times \left(R_{mn} \cos(\rho_{mo} x) \cos(\rho_{on} y) + \sin(\rho_{mo} x) \sin(\rho_{on} y) \right), \end{aligned} \quad (2)$$

де m, n цілі числа; $\rho_{mn} = \pi \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$; a, b – габаритні розміри в площині $z = const$ багат шарової конструкції; $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}, R_{mn}$ – вектори значень невідомих коефіцієнтів.

Прийемо що композитна конструкція має N шарів. Надамо шарам номери ($1 \leq i \leq N$). Їх занесемо у нижні індекси величин які стосуються відповідних шарів. Товщини шарів, з урахуванням їх номерів будемо розглядати як вектор b_i . Аналогічно як вектор розглянемо координати площин взаємодії шарів z_i . Перший шар будемо вважати обмеженим площинами z_0 та z_1 , при цьому $z_0=0$, $z_1=b_1$. Значення координат інших площин

$$z_i = \sum_{j=1}^i b_j .$$

Прийнята форма напружень (2) у вигляді добутку співмножників, залежних від показникових та тригонометричних функцій, дозволяє незалежно від граничних по граням $z=const$ забезпечувати граничні умови деформування зразка по граням $x=a$, $y=b$. Вільні поверхні z_0 та z_N шарів, під дією зовнішніх чинників, можуть переміщатися в трьох ортогональних напрямках. Зовнішніми впливами можуть бути, або безпосередньо задані переміщення вздовж осей x , y , z , або навантаження що викликають такі переміщення (1). Кількість таких чинників шість. Векторів невідомих сталих у обраній функції. (2) чотири. Вказане обмежує можливість використання функції напружень (2). Скоротити кількість граничних умов можливо якщо переміщення u_x , u_y , або напруження Z_x , Z_y будуть дорівнювати нулю. Наведене дозволяє зробити висновок про можливість використання функції напружень (2) для визначення НДС одношарових товстих плит прямокутної форми, з розмірами сторін a та b спертих по периметру за вище згаданих зовнішніх впливів.

Поміж шарами в багатшаровому матеріалі не виникають зазори. Розраховані значення переміщень поверхонь адгезійного з'єднання кожної пари шарів (u_x , u_y , u_z) мають збігатися. Рівними мають бути напруження Z_x , Z_y , Z_z в матеріалах пар шарів в площинах взаємодії. Функція (2) може бути застосована якщо закономірності розподілу переміщень u_x , u_y та напружень Z_x , Z_y в напрямках осей будуть збігатися. Вказане можливе за умови $a=b$. Вона обов'язкова та недостатня. Зовнішнє навантаження має бути незмінним у разі заміни осі x на вісь y та навпаки. Це забезпечить відповідність розподілів напружень та деформацій в напрямках осей x та y і скоротить кількість умов. Воно, відповідно, дозволить використати функцію напружень в розв'язанні поставленої задачі.

Прийнята форма функції Ері може бути застосована і у випадку безмежно великого розміру сторін прямокутних плит (шарів) b (плоска деформація). За таких умов $\rho_{mn} \rightarrow \pi m a^{-1}$, а у функції (2) відсутні тригонометричні функції змінної y .

Таким чином можна виділити три варіанти для яких, за певних вище наведених умов, можливе визначення параметрів напружено-деформованих станів шарів композитного матеріалу з використанням функції напружень (2) за однаковим алгоритмом. Плита одношарова. Багатшарова конструкція з шарів квадратної форми в плані. Багатшарова

конструкція з шарів прямокутної в плані форми з безмежно великою однією зі сторін. Сформулюємо алгоритм на прикладі останнього випадку.

Переміщення та напруження за прийнятої функції (2) відповідно залежностям (1).

$$u_z = \frac{-1}{2G} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(A_m e^{\rho_m z} + B_m e^{-\rho_m z} \right) \rho_m + \right. \\ \left. + C_m e^{\rho_m z} (4\mu + \rho_m z - 2) + D_m e^{-\rho_m z} (2 + \rho_m z - 4\mu) \right) \times \\ \times \rho_m (R_m \cos(\rho_m x) + \sin(\rho_m x)), \quad (3a)$$

$$u_x = \frac{-1}{2G} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(A_m e^{\rho_m z} - B_m e^{-\rho_m z} \right) \rho_m + \right. \\ \left. + C_m e^{\rho_m z} (\rho_m z + 1) + D_m e^{-\rho_m z} (1 - \rho_m z) \right) \times \\ \times \rho_m (R_m \sin(\rho_m x) - \cos(\rho_m x)), \quad (3б)$$

$$Z_z = - \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(A_m e^{\rho_m z} - B_m e^{-\rho_m z} \right) \rho_m + \right. \\ \left. + C_m e^{\rho_m z} (2\mu - 1 + \rho_m z) + D_m e^{-\rho_m z} (2\mu - 1 - \rho_m z) \right) \times \\ \times \rho_m^2 (R_m \cos(\rho_m x) + \sin(\rho_m x)), \quad (3в)$$

$$X_x = - \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(A_m e^{\rho_m z} - B_m e^{-\rho_m z} \right) \rho_m + \right. \\ \left. + C_m e^{\rho_m z} (2\mu + 1 + \rho_m z) + D_m e^{-\rho_m z} (2\mu + 1 - \rho_m z) \right) \times \\ \times \rho_m^2 (R_m \sin(\rho_m x) - \cos(\rho_m x)), \quad (3г)$$

$$X_z = - \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(A_m e^{\rho_m z} + B_m e^{-\rho_m z} \right) \rho_m + \right. \\ \left. + C_m e^{\rho_m z} (2\mu + \rho_m z) + D_m e^{-\rho_m z} (\rho_m z - 2\mu) \right) \times \\ \times \rho_m^2 (R_m \sin(\rho_m x) - \cos(\rho_m x)). \quad (3 д)$$

Нехай можливі граничні умови (переміщення та сили) по поверхням z_0 та z_N задані рядами Фур'є

$$f(u_z) = \sum_{m=0}^{\infty} \eta_m \cos(\rho_m x) + \xi_m \sin(\rho_m x), \quad (4a)$$

$$f(u_x) = \sum_{m=0}^{\infty} \chi_m \cos(\rho_m x) + \delta_m \sin(\rho_m x), \quad (4б)$$

$$f(Z_z) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos(\rho_m x) + \phi_m \sin(\rho_m x), \quad (4в)$$

$$f(X_z) = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_m \cos(\rho_m x) + \upsilon_m \sin(\rho_m x). \quad (4г)$$

Прийнемо що по граням усіх шарів паралельних осі z діють одні і ті самі граничні умови. Відповідно до умов визначення напружено-деформованих станів шарів композитного матеріалу, прирівняємо

переміщення або напруження (3) граничним умовам (4). Отримаємо $4m$ рівнянь з $8m$ невідомими якщо кількість шарів більша за одиницю. В протилежному випадку отримаємо $4m$ неоднорідних рівнянь з $4m$ невідомими. Окремо зауважимо що в отриманих рівняннях взаємозалежні лише рівняння з однаковими значеннями параметра m . Таким чином з $4m$ неоднорідних рівнянь з $4m$ невідомими отримаємо m систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Їх розв'язок визначає вектори невідомих коефіцієнтів та дозволяє визначити НДС одношарової плити.

Для визначення невідомих для багатошарового матеріалу $4m$ рівнянь, отриманих з умови навантаження (деформування) зовнішніх шарів доповнимо рівняннями взаємодії та сумісності деформування шарів. Для зручності розв'язання систем рівнянь систему сформуємо наступним чином. Пари рівнянь для поверхні z_0 для кожного m будемо вважати першими парами в кожній з таких m систем. Пари рівнянь для поверхні z_N - останніми.

Рівняння взаємодії шарів відтворюють наступні умови. Нерозривність усього композитного матеріалу під дією зовнішнього навантаження. Рівність сил дії одного шару силам протидії суміжного. Запишемо вказані умови взаємодії для довільних i -того та $i+1$ -ого та шарів:

$$\begin{aligned} \text{коли } 1 \leq i < N \quad u_z(i, z_i) = u_z(i+1, z_i), \quad u_x(i, z_i) = u_x(i+1, z_i), \\ X_z(i, z_i) = X_z(i+1, z_i), \quad Z_z(i, z_i) = Z_z(i+1, z_i). \end{aligned} \quad (5)$$

Умови сумісності (5) деформування додають ще $4m(N-1)$ однорідних рівнянь. Вони остаточно формують m систем лінійних алгебраїчних рівнянь порядку $4N$. До складу систем входять рівняння їх загальною кількістю невідомих не більших за вісім. Як наслідок, значна кількість співмножників (коефіцієнтів) невідомих систем рівнянь дорівнюють нулю. Матриці коефіцієнтів розріджені та структуровані. Вони, в основному, сформовані з блоків по чотири рядки з вісьмома елементами для кожного значення m . Елементи кожного наступного блоку зсунуті на чотири позиції в напрямі зростання номерів елементів в рядах. Вільні члени системи в кожному блоці дорівнюють нулю. Однотипність m матриць дозволяє розробити спільно для них алгоритм розрахунку.

Першому блоку в системі передують два рядки з чотирьох елементів – вони враховують граничні умови. Як мінімум один з двох перших вільних членів відмінний від нуля. Перші два рядки матриць дозволяють, методом Гауса, вилучити по чотири перших елементи з двох рівнянь суміжного блоку (з наступних чотирьох рядків). В процесі вилучення не менш ніж одному з вільних членів буде надане значення відмінне від нуля. До складу отриманих двох рівнянь (рядків матриці) входять по чотири елементи одних і тих самих стовбців.

З точки зору механіки, ці рівняння відтворюють взаємодію першого (навантаженого) шару з другим. І для другого шару їх можна вважати зовнішнім навантаженням. Відповідно, повторити цикл перетворень здійсних для першого шару. Отримати вирази впливу другого шару композиту на третій. Такі повтори перетворень для наступних груп

рівнянь (шарів матеріалу) аналогічні діям методу прогонки розв'язання стрічкових систем алгебраїчних рівнянь.

До останнього блоку рівнянь ввійдуть додатково дві пари рівнянь зовнішнього впливу на останній шар. Фактично, для кожного значення m отримаємо систему четвертого порядку неоднорідних лінійних алгебраїчних рівнянь з чотирма невідомими. Розв'язок рівнянь останнього блоку дозволяє знайти значення останніх чотирьох елементів вектору рішень системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Зворотню дією, як і в методі прогонки, визначити решту шуканих складових вектору невідомих функції напружень (2) для заданого m .

В згаданій функції u , відповідно, v та w залежних від неї, виразах показників НДС багат шарової конструкції параметр m має безмежно зростати. В практиці його значення обмежують інтервалом ($1 \leq m \leq M$). Величину M обирають з умови достатнього рівня точності шуканого рішення. В результаті розв'язання M систем визначають коефіцієнти бігармонійної функції напружень (2). Визначені коефіцієнти, як коефіцієнти виразів показників НДС багат шарового композитного матеріалу, визначають останній. Наведена послідовність і становить собою шуканий алгоритм.

Відзначимо, що в практиці, зокрема при розрахунках фундаментів, виникає потреба враховувати значну (безмежну) товщину останнього – N -того шару за якої безмежно зростають окремі складові функції напружень. Водночас, безмежне зростання координати z не може супроводжуватися безмежним зростанням переміщень матеріалу та напружень в ньому. Врахуємо вказане. У виразах показників НДС композитного матеріалу (3) для останнього шару приймемо $A_{Nm} = C_{Nm} = 0$. При цьому кількість рівнянь заданих виразами (5) – (10) за кожного значення m , зменшиться, як і кількість невідомих на два.

Нами, в якості прикладу, визначено НДС композитної конструкції – дво шарового композитного матеріалу ($N=2$) довжиною та товщиною в 1 м ($a=1\text{ м}$). Товщини шарів рівні. Модулі зсуву матеріалу шарів прийнято, відповідно, $G_1=10^4\text{ МПа}$, та $G_2=10^3\text{ МПа}$.

Розглянуто два випадки. У першому випадку коефіцієнти Пуассона матеріалу шарів прийняті відповідно рівними $\mu_1=0,5$ та $\mu_2=0$. В другому навпаки, $\mu_1=0$ та $\mu_2=0,5$. Кількість членів сум прийняли $M=14$. Краї шарів утримуються силами тертя такими що вони зафіксовані від переміщень в напрямку осі z . Перший шар по вільній поверхні навантажено нормальною рівномірно розподіленою силою в 1 МПа на частині шару довжиною в $0,5\text{ м}$ симетрично його середини. На вільну поверхню другого шару зовнішні сили не діють – усі коефіцієнти функцій можливих зовнішніх чинників (4), окрім ϕ_m , прийняті рівними нулю.

На рис. 1 наведено розподіл нормальних напружень в перерізах матеріалу шарів вздовж осі x з різними значеннями координати z .

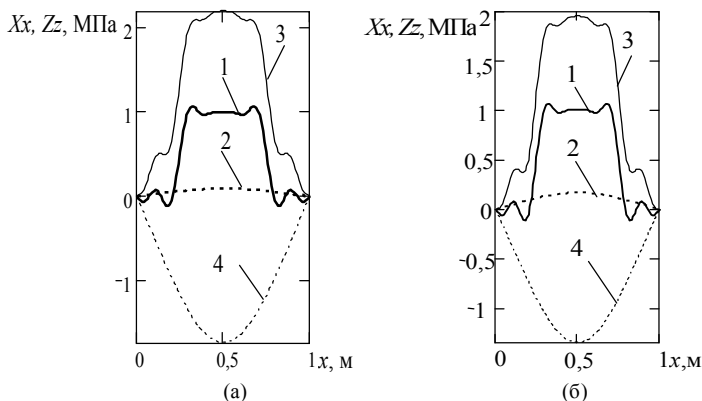


Рис. 1 Розподіли вздовж осі x нормальних навантажень та напружень Zz , Xx в матеріалі першого шару

На рис. 3(а) подано результати розрахунків для першого випадку ($\mu_1=0,5$ та $\mu_2=0$), на рис. 3(б) для другого ($\mu_1=0$ та $\mu_2=0,5$). На обох зображеннях криві 1 відтворюють розподіл прикладеного до вільної поверхні першого шару матеріалу навантаження Zz . Криві 2, 4 ілюструють розподіли напружень Zz та Xx по поверхні взаємодії шарів, Криві 3 відтворюють нормальні напруження Xx на вільній поверхні першого шару. Форма кривої 1 свідчить про достатньо високий рівень відповідності дійсної та заданої, обмеженою кількістю складових, форми зовнішнього навантаження.

Якісно розподіли нормальних напружень Xx в обох випадках збігаються. Спостерігається відмінність в кількісних показниках – в показниках що впливають на показники міцності композитної конструкції. По товщині плити напруження Zz суттєво зменшуються (криві 2). В другому випадку ($\mu_1=0$ та $\mu_2=0,5$) амплітуда зміни обох нормальних напружень дещо менша.

Під дією зовнішнього навантаження в зразку виникають нормальні ортогонально спрямовані напруження Xx . Максимальні їх значення, практично вдвічі, перевищують максимальні значення прикладених. Напруження Xx по поверхні взаємодії плит (крива 4) від'ємне.

Прийнята схема закріплення композита не накладає обмежень на переміщення матеріалу плити в напрямі осі x . Симетрично розподілені, нормальні напруження Xx призводять до асиметричного переміщення масивів матеріалу плити - від середини ($x=a/2$) до країв ($x=0$) або ($x=a$) (рис. 2). На рис. 2 позначення зображень (а) і (б) та кривих, зображених на них, відповідають прийнятим для рис. 1(а) і рис. 1(б).

Якісно характери переміщень для різних значень коефіцієнта Пуассона, як і нормальних напружень, збігаються. Амплітуди переміщень для випадку наведеному на рис. 2(б) ($\mu_1=0$ та $\mu_2=0,5$) більші. Залежність деформацій від коефіцієнта Пуассона матеріалів шарів свідчить про вплив останнього на жорсткість композитної конструкції.

Внаслідок симетрії розподілу нормальних напружень X_x переміщення вздовж осі x , відносно середини ($x=a/2$), косиметричні (криві 3, 4). Відношення нормальних напружень X_x в матеріалах першого та другого шарів на межі їх взаємодії в першому випадку (рис. 2(a)) перевищує співвідношення модулів пружності. Зі зменшенням коефіцієнта Пуассона матеріалу першого шару та його зростання для матеріалу другого, співвідношення зменшується.

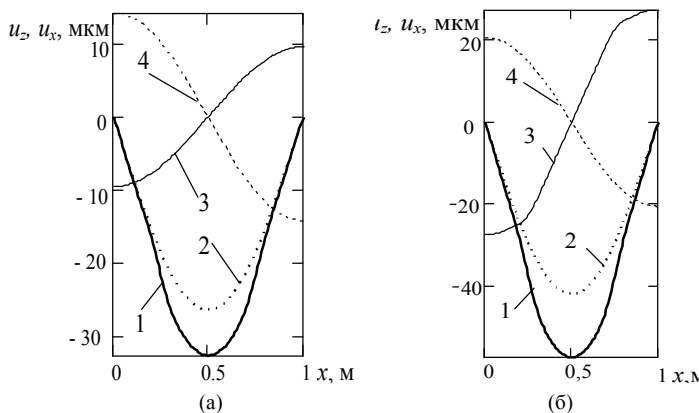


Рис. 2. Розподіл вздовж осі x переміщень u_z, u_x поверхонь першої плити

Не змінними залишається перераховані особливості НДС розглянутої конструкції за відсутності другого шару, включно, з безмежним зростанням товщини першого. Разом з тим, в одношаровій конструкції, розподіли нормальних напружень не залежать від значень коефіцієнта Пуассона матеріалу їх значення перевищують значення вказаних напружень в першому шарі в інтервалі можливих значень коефіцієнта Пуассону. Деформація навантаженої поверхні шару найбільші при коефіцієнті Пуассона матеріалу навантаженого шару рівному нулю. Вони перевищують переміщення навантажених поверхонь інших випадках, включно і в двошаровій конструкції.

Загалом, наведені результати свідчать про суттєвий вплив властивостей матеріалу шарів, зокрема коефіцієнта Пуассона, на НДС шаруватого композиту. Відповідно, урахування властивостей матеріалу шарів в алгоритмі розрахунку НДС шаруватого композитного матеріалу дозволяє підвищити точність розрахунків.

Висновки. Шаруваті матеріали широко використовуються в машинобудуванні, приладобудуванні та в будівництві. Задача розробки методу розрахунку НДС багатшарової композитної конструкції який би враховував механічні характеристики матеріалу кожного з шарів актуальна. В межах задачі плоского деформування, з використанням функції напружень лінійної теорії пружності, розроблено алгоритм аналітичного визначення НДС багатшарового композитного матеріалу з шарами незмінної товщини та рівної довжин. Він може бути використаний

для розрахунку просторового НДС композитної конструкції квадратної в плані форми навантаженої нормальною рівновіддаленою від країв конструкції силою або має відповідне переміщення вказаної поверхні. Алгоритм комплексно враховує. Механічні властивості матеріалу шарів, їх кількість, геометричні параметри, характер закріплення, навантаження композитного зразка. Він дозволяє визначати НДС композитного матеріалу, включно і одношарового, останній шар якого має безмежну товщину. Встановлено характер впливу коефіцієнту Пуассона на НДС шаруватого композиту. Якісний характер розподілів напружень та переміщень матеріалу в межах шару не залежать від його значень. Амплітуда змін напружень та переміщень по товщині шару зростає зі зменшенням коефіцієнта. В одношаровій конструкції при плоскому деформуванні нормальні напруження не залежать від значень коефіцієнта Пуассона матеріалу. Їх значення перевищують значення вказаних напружень в першому шарі двошарового матеріалу не залежно від значень коефіцієнта Пуассону. Деформації навантаженої поверхні шару найбільші за коефіцієнту Пуассона матеріалу навантаженого шару рівному нулю. Вони перевищують переміщення навантажених поверхонь двошарової конструкції та одношарової безмежної товщини за більшого згаданого коефіцієнту матеріалу з якого вони виготовлені.

Результати отримані з використанням розробленого алгоритму можна, в межах лінійної постановки, вважати достатньо достовірними тому що вони отримані на основі класичних методів лінійної теорії пружності, шляхом розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь рівноваги та сумісного деформування шарів під впливом зовнішнього навантаження.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Рогов В.А., Шкарупа М.И., Велис А.К.* Классификация композиционных материалов и их роль в современном машиностроении. - Вестник РУДН, серия Инженерные исследования, 2012, N2. с 41-49.
2. *Антонов Ф.К.* Экспериментальное и численное моделирование космического рефлектора на основе композитных стержней// Решетневские чтения. –№1., Выпуск 18. –2014. –с. 45-46.
3. *Бондар Н.В.* Міцність авіаційних оболонок із композитів з урахуванням робочого середовища та експлуатаційного пошкодження. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук зі спеціальності 05.07.02 –Проектування, виробництво та випробування літальних апаратів. – Національний авіаційний університет МОН України, Київ, 2019. 154 с.
4. *Бистров В.М., Декрет В.А., Зеленський В.С.* Крайовий ефект у шаруватому композитному матеріалі при недосконалому контакті між шарами. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. - 2021 № 33, с.5-16.
5. *Загорянский В.Г.* Влияние прочности соединения и температуры на способность к изгибу биметаллических полос, полученных плакированием взрывом. - Научный вестник ДГМА.№2(17Е), 2015.с. 46-53.
6. *Глазюков В.В., Маркин А.А., Пашинов С.В.* Биметаллическая пластина в однородном температурном поле. - Механика композиционных материалов и конструкций. Том 23 №3 2017 с. 331-343.
7. *Бардин Т., Дробенко Б.* Напружено-деформований стан контактних біметалевих термоперетворювачів. - Сучасні проблеми термомеханіки – 2021 збірник наукових праць Міжнародної наукової конференції та міні – симпозіумів / Львів Інститут прикладних

- проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України . 15 – 17 вересня 2021 р., Львів, Україна – 2021. – 215 С. 39-40.
8. *Ванкевич Т.* Моделювання розрахунку інформативних параметрів біметалевих контактних термоперетворювачів. - Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Комп’ютерні науки та інформаційні технології” 2012. № 732. с.31-35.
 9. *Барменкова Е.В., Андреев В.А.* Изгиб двухслойной балки на упругом основании с учетом массовых сил и деформаций сдвига. - Вестник МГСУ. 2010. №3. с. 87-93.
 10. *Гаджиев М.А., Бабанов В.В., Гусейнов Я.И.* Решение задачи Буссинеса и его применение для балок на упругом основании однодого случая неоднородности по глубине. - Научно-технический и производственный журнал. Жилищное строительство. 2013, №5, с. 55 – 57.
 11. *Козел А.Г.* Математическая модель деформирования круговой трехслойной пластины на основании Пастернака. - Проблемы физики, математики и техники, 2017, № 1 (30), С. 42–46.
 12. *Потапов В.Д.* К вопросу о расчете балок на нелокально упругом основании. - Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2014, № 4 с. 63-68
 13. *Старовойтов Э.И., Козел А.Г.* Напряженно-деформированное состояние трехслойной круговой пластины, связанной со сложным основанием. - Компьютерные моделирования: анализ, управление, оптимизация, 2018, №2. с.73-80.
 14. *Карнаухова Г.С.* Розрахунок будівельних конструкцій круглих плит на змінній пружній основі: дис. канд. техн. наук : 05.23.01 - Будівельні конструкції, будівлі та споруди / Одеська державна академія будівництва та архітектури. Одеса, 2021. 208 с.
 15. *Колосов Л.В., Бельмас И.В.* Исследование прочностных характеристик образцов поврежденных резинотросовых лент. - Известия вузов. Горный журнал. - 1990, N 8, с.81-84.
 16. *Колосов Л.В., Бельмас И.В.* Экспериментальные исследования агрегатной прочности РТЛ. Известия вузов. Горный журнал. - 1991, N 1, с.85-87.
 17. *Бельмас И.В.* Напряженное состояние резинотросовой ленты при произвольном повреждении тросов. - Проблемы прочности и надежности машин 1993, N6 с. 45-48
 18. *Волоховский В.Ю., Радин В.П., Рудяк М.Б.* Концентрация усилий в тросах и несущая способность резинотросовых конвейерных лент с повреждениями. - Вестник МЭИ №5, 2010, стр. 5-12.
 19. *Belmas I., Kolosov D.* The stress-strain state of the stepped rubber-rope cable in bobbin of winding. Technical and Geoinformationel Sitems in Mining. Taylor & Francis Group, London, UK 2011 с. 211-214
 20. *Ponay V.A.* Шахтные уравнивающие канаты: монография / А.В. Попай. – Днепропетровск: Национальный горный университет, 2016. – 263 с.
 21. *Belmas I., Kolosov D., Kolosov O., Onyshchenko S.* Stress-strain state of a conveyor belt with cables of different rigidity and their breakages (Напряжено-деформований стан конвеєрної стрічки з тросами різної жорсткості та з ушкодженнями). Fundamental and applied researches in practice of leading scientific schools Volume 26, Number 2, 2018 p 231-236
 22. *Колосов Д.Л., Білоус О.І., Гуров І.А.* Міцність відновленої гумотросової стрічки. Математичні проблеми технічної механіки та прикладної математики – 2019. Міжнародна наукова конференція. Матеріали конференції Дніпро, Кам’янське -2019 – с. 126-127.
 23. *Belmas I.V., Bilous O.I., Tansura G.I., Shvachka A.V., Gupalo U.Yu.* Research of a static cable rope with a break of a cable. Опір матеріалів і теорія споруд/Strength of Materials and Theory of Structures. 2022. № 108 p. 349 – 359.
 24. *Belmas I., Kolosov D., Onyshchenko S., Bobylova I.* Partial restoration of tractive ability of rubber-cable tractive element with damaged cable base (Часткове відновлення тягової здатності гумотросового тягового елемента з пошкодженою тросовою основою) Збірник наукових праць національного гірничого університету 2020 №60. с. 196-206
 25. *Бельмас І.В., Колосов Д.Л., Чечель Т.О., Воробйова О.М., Черниш О.М.* Вплив зміни в часі механічних властивостей гуми на напружений стан гумотросового тягового органа з ушкодженням тросом. - Збірник наукових праць національного гірничого університету 2020 №61. с. 149-155
 26. *Танцур Г.І.* Гнучкі тягові органи. Стикові з’єднання конвеєрних стрічок. – Дніпродзержинськ: ДДГУ, 2010 - 127 с.
 27. *Zabolotnyi, K.S., Panchenko, O.V., Zhupiiiev, O.L., & Polushyna, M.V.* (2018). Influence of parameters of a rubber-rope cable on the torsional stiffness of the body of the winding (Вплив параметрів гумотросового канату на крутильну жорсткість тіла намотки). Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. (5), 54–63. DOI: 10.29202/nvngu/2018-5/11.

28. Гондляр О.В., Онопрієнко В.Ю., Нікітін Р.С. Эволюция напряжено-деформованого стану обладнання та захисних конструкцій аес з урахуванням зон руйнування від впливу сейсмічних навантажень. - Вісник НТУ "ХПІ". 2014. №26(1069). С.45-51.

REFERENCES

1. Rogov V.A., Shkarupa M.I., Velis A.K. Klassifikatsiya kompozitsionnykh materialov i ih rol v sovremennom mashinostroenii (Classification of composite materials and their role in modern engineering). Bulletin of PFUR (People's Friendship University of Russia), series Engineering studies, 2012, № 2. pp. 41-49.
2. Antonov F.K. Eksperimentalnoe i chislennoe modelirovanie kosmicheskogo reflektora na osnove kompozitnykh stержней (Experimental and numerical modeling of a space reflector based on composite rods) // Reshetnev readings. – № 1, Issue 18. – 2014. - p. 45-46.
3. Bondar N.V. Mitsnist aviatsiynykh obolonok iz kompozitiv z urakhuvanniam robochoho seredovyscha ta ekspluatatsiinoho poshkodzhennia (The strength of aircraft shells made of composites taking into account the working environment and operational damage. Dissertation for obtaining the scientific degree of Candidate of Technical Sciences in the specialty 07.05.02) – Design, production and testing of aircraft. - National Aviation University of the Ministry of Education and Culture of Ukraine, Kyiv, 2019. - 154 p.
4. Bystrov V.M., Decret V.A., Zelenskyi V.S. Kraiovy efekt u sharuvatomu kompozytnomu materialy pry nedoskonalomu kontakti mizh sharamy (Edge effect in layered composite material with imperfect contact between layers). - Problems of computational mechanics and strength of structures 2021 № 33. - p.5-16.
5. Zagoryansky V.G. Vliyanie prochnosti soedineniya i temperatury na sposobnost k izgibu bimetallicheskih polos, poluchennykh plakirovaniem vzryivom (Effect of joint strength and temperature on the ability to bend bimetallic strips obtained by explosion plating). - Scientific Bulletin of the DSMBA (Donbas State Machine-Building Academy). № 2(17E), 2015. p. 46-53.
6. Glagolev V.V., Markin A.A., Pashinov S.V. Bimetallicheskaya plastina v odnorodnom temperaturnom pole (A bimetallic plate in a uniform temperature field). - Mechanics of composite materials and structures. Volume 23. № 3, 2017. - p. 331-343.
7. Bardyn T., Drobenko B. Napruzhenno-deformovanyi stan kontaktnykh bimetalnykh termoperetvoriuvachiv (Stress-strain state of contact bimetallic heat exchangers). - Modern problems of thermomechanics - 2021 collection of scientific papers of the International scientific conference and mini-symposia / Lviv Institute of Applied Problems of Mechanics and Mathematics named after Ya. S. Pidstrychacha of the National Academy of Sciences of Ukraine. September 15-17, 2021, Lviv, Ukraine - 2021. - 215 pp. 39-40.
8. Vankevich T. Modeliuvannya rozrakhunku informatyvnykh parametriv bimetalnykh kontaktnykh termoperetvoriuvachiv (Modeling of the calculation of informative parameters of bimetallic contact heat exchangers). - Bulletin of the National University "Lviv Polytechnic" "Computer Sciences and Information Technologies" 2012. № 732. p.31-35.
9. Barmenkova E.V., Andreev V.A. Izgib dvuhslonnoy balki na uprugom osnovanii s uchedom massovyih sil i deformatsiy sdviga (Bending of a two-layer beam on an elastic foundation, taking into account mass forces and shear deformations). - Bulletin of MSCU (Moscow State Construction University). 2010. № 3. p.p. 87-93.
10. Gadzhiev M.A., Babanov V.V., Huseynov Y.I. Reshenie zadachi Bussineska i ego primenenie dlya balok na uprugom osnovanii odnogo sluchaya neodnorodnosti po glubine (The solution of the Boussinesq problem and its application to beams on an elastic foundation in the uniform case of depth inhomogeneity). - Scientific, technical and production journal. Housing construction. 2013, № 5, p. 55-57.
11. Kozel A.G. Matematicheskaya model deformirovaniya krugovoy trehsloynnoy plastiny na osnovanii Pasternaka (Mathematical model of deformation of a circular three-layer plate based on Pasternak. Problems of physics, mathematics and technology, 2017, № 1 (30), 42-46.
12. Potapov V.D. K voprosu o raschete balok na nelokalno uprugom osnovanii (To the question of the calculation of beams on a non-locally elastic foundation). - Building mechanics of engineering structures and construction, 2014, № 4, p. 63-68.
13. Starovoitov E.I., Kozel A.G. Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie trehsloynnoy krugovoy plastiny, svyazannoy so slozhnyim osnovaniem (Stress-deformed state of a three-layer circular plate connected to a complex base). - Computer modeling: analysis, management, optimization, 2018, № 2. pp. 73-80.

14. *Karnaukhova G.S.* Rozrakhunok budivelnykh konstrukttsii kruhlykh plyt na zminnii pruzhnii osnovi: dys. kand. tekhn. nauk : 05.23.01 (Calculation of building structures of round slabs on a variable elastic base: dissertation. candidate technical Sciences: 05.23.01). - Construction structures, buildings and structures / Odesa State Academy of Construction and Architecture. Odesa, 2021. 208 p.
15. *Kolosov L.V., Belmas I.V.* Issledovanie prochnostnykh karakteristik obraztsov povrezhdennykh rezinotrosovykh lent (Investigation of the strength characteristics of samples of damaged rubber rope tapes). - News of universities. Mountain magazine. - 1990, № 8, pp. 81-84.
16. *Kolosov L.V., Belmas I.V.* Issledovanie prochnostnykh karakteristik obraztsov povrezhdennykh rezinotrosovykh lent (Experimental studies of aggregate strength of rubber cable tape). - News of universities. Mountain magazine. - 1991, № 1, pp. 85-87.
17. *Belmas I.V.* Napryazhennoe sostoyanie rezinotrosovoy lentyi pri proizvolnom povrezhdenii trossov (The stressed state of the rubber cord belt in case of arbitrary damage to the cables). - Problems of Strength and Reliability of Machines 1993, №6 p. 45-48.
18. *Volokhovskiy V.Yu., Radin V.P., Rudyak M.B.* Kонтсentratsiya usilyi v trosakh i nesuschaya sposobnost rezinotrosovykh konveyernykh lent s povrezhdeniyami (Concentration of efforts in ropes and bearing capacity of damaged rubber cord conveyor belts). - MPEI Bulletin No. 5, 2010, pp. 5-12.
19. *Belmas I., Kolosov D.* The stress-strain state of the stepped rubber-rope cable in bobbin of winding. Technical and Geoinformationel Sitemis in Mining. Taylor & Francis Group, London, UK 2011 c. 211-214
20. *Ropai V.A.* Mine balancing ropes: monograph / A.V. Rope. - Dnepropetrovsk: National Mining University, 2016. -- 263 p.
21. *Belmas I., Kolosov D., Kolosov O., Onyshchenko S.* Stress-strain state of a conveyor belt with cables of different rigidity and their breakages.. Fundamental and applied researches in practice of leading scientific schools Volume 26, Number 2, 2018 p 231-236
22. *Kolosov D.L., Bilous O.I., Gurov. I.A.* Mitsnist vidnovlenoi humotrosovoi strichky. Matematychni problemy tekhnichnoi mekhaniky ta prykladnoi matematyky – 2019. (The technique of the updated rubber-rope cable. Mathematical Problems of Technical Mechanics and Applied Mathematics – 2019). - International Science Conference. Materials of the conference. Dnipro, Kam'yanske -2019 - s.126-127.
23. *Belmas I.V., Bilous O.I., Tansura G.I., Shvachka A.V., Gupalo U.Yu.* Research of a static cable rope with a break of a cable. Strength of Materials and Theory of Structures. 2022. № 108 p. 349 – 359.
24. *Belmas I., Kolosov D., Onyshchenko S., Bobylova I.* Partial restoration of tractive ability of rubber-cable tractive element with damaged cable base Збірник наукових праць національного гірничого університету 2020 №60. c. 196-206.
25. *Belmas I.V., Kolosov D.L., Chechel T.O., Vorobjova O.M., Chernish O.M.* Vplyv zminy v chasi mekhanichnykh vlastyivostei humy na napruzhenyi stan humotrosovoho tiahovoho orhana z ushkodzhennym trosom (Infusion of change in the hours of mechanical power of gumi on the stresses of the mill of the gumotrovoy traction body with a cable lug). - Collection of Science Practices of the National University of Economics 2020 №61. With. 149-155
26. *Tantsura G.I.* Hnuchki tiahovi orhany. Stykovi ziednannia konveyernykh strichok (Flexible traction bodies. Butt joints of conveyor belts). - Dniprodzerzhinsk: DDTU, 2010 – 127 p.
27. *Zabolotnyi, K.S., Panchenko, O.V., Zhupitiev, O.L., & Polushyna, M.V.* (2018). Influence of parameters of a rubber-rope cable on the torsional stiffness of the body of the winding. Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. (5), 54–63. DOI: 10.29202/nvngu/2018-5/11.
28. *Gondlyakh O.V., Onoprienko V.Yu., Nikitin R.E.* Evoliutsiia napruzhenno-deformovanoho stanu obladnannia ta zakhysnykh konstrukttsii aes z urakhuvanniam zon ruinuvannia vid vplyvu seismichnykh navantazhen (Evolution of the stress-strain state of equipment and protective structures of nuclear power plants taking into account the zones of destruction due to the influence of seismic loads). - Visnyk NTU "KhPI". 2014. № 26(1069). P.45-51.

Стаття надійшла 28.10.2022

Бельмас І.В., Білоус О.І., Танцура Г.І.

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВОГО КОМПЗИТУ

В лінійній постановці розроблено алгоритм аналітичного визначення та досліджено окремий випадок визначення напружено-деформованого стану багатошарового композитного матеріалу. Алгоритм базується на використанні функції напружень (Ері) та на залежності усіх показників напружено-деформованого стану матеріалу кожного шару від її форми. наведені можливі зовнішні чинники що впливають на композитну конструкцію. Для загального випадку побудови композитної конструкції, сформована послідовність складення матриці коефіцієнтів та вектору вільних членів системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язок системи алгебраїчних рівнянь запропоновано здійснювати методом аналогічним методу прогонки але для блоків з чотирьох рівнянь доповнених двома рівняннями впливу попереднього в розрахунку шару. В результаті виконання дій подібних прямій та зворотній прогонці, отримати вектори значень коефіцієнтів вирізів показників напружено-деформованого стану матеріалу усіх шарів, як складових сум. Доведена прийнятність алгоритму для визначення напружень та просторових деформацій в окремому випадку навантаження композитного зразка з шарами квадратної форми. Показана можливість використання алгоритму для випадку значної (безмежно великої) товщини найвіддаленішого від навантаженого шару композитної конструкції та одношарового (монолітного) матеріалу. Встановлено наступне. Характери розподілу нормальних напружень та переміщень навантаженому шарі двошарового композитного матеріалу. Вони якісно збігаються за різних значень коефіцієнтів Пуассона матеріалів шарів. Амплітуда зніми напружень та переміщення по товщині навантаженого шару зростає зі зменшенням коефіцієнта Пуассона. Відношення екстремальних значень нормальних напружень в матеріалі навантаженого шару залежить не лише від співвідношень модулів зсуву або модулів поздовжньої пружності, а і від співвідношення значень коефіцієнтів Пуассона матеріалів шарів.

Ключові слова: композитний багатошаровий матеріал, механічні властивості матеріалу, напруження, переміщення, навантаження, функція напружень.

Belmas I.V., Bilous O.I., Tantsura A.I.

DETERMINATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF A MULTILAYER COMPOSITE

An analytical determination algorithm was developed in the linear formulation, and a particular case of determining the stress-deformed state of a multilayer composite material was investigated. The algorithm is based on the use of the stress function (Ery) and the dependence of all indicators of the stress-deformed state of the material of each layer on its shape. Possible external factors affecting the composite structure are given. For the general case of building a composite structure, the sequence of adding the matrix of coefficients and the vector of free members of the system of linear algebraic equations is formed. The solution of the system of algebraic equations is proposed to be carried out by a method similar to the pre-race method, but for blocks of four equations supplemented by two equations of the influence of the previous layer in the calculation. As a result of actions similar to direct and reverse pre-race, we will obtain vectors of coefficient values of expressions of indicators of the stress-deformed state of the material of all layers as component sums.

The acceptability of the algorithm for determining stresses and spatial deformations in a separate case of loading a composite sample with square layers is proven. The possibility of using the algorithm for the case of a significant (infinitely large) thickness the farthest from the loaded layer of the composite structure and single-layer (monolithic) material is shown. The following is established: characteristics of the distribution of normal stresses and displacements in the loaded layer of a two-layer composite material. They qualitatively coincide for different values of the Poisson coefficients of the layer materials. The amplitude of stress relief and displacements across the thickness of the loaded layer increases with a decrease in Poisson's ratio. The ratio of extreme values of normal stresses in the material of the loaded layer depends not only on the ratio of the shear moduli or the longitudinal elasticity moduli but also on the ratio of the values of the Poisson coefficients of the materials of the layers.

Key words: composite multilayer material, mechanical properties of the material, stress, displacement, load, stress function.

УДК 622.673

Бельмас І.В., Білоус О.І., Танцура Г.І. Визначення напружено-деформованого стану багатoshарового композиту // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 109. – С. 426-440.

Розглядається алгоритм визначення напружено-деформованого стану багатoshарового композитного матеріалу.

Табл. 0. Іл. 2. Бібліогр. 28 назв.

UDC 622.673

Belmas I.V., Bilous O.I., Tantsura H.I. Determination of the stress-deformed state of a multilayer composite // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2022. – Issue 109. – P. 426-440.

The algorithm for determining the stress-deformed state of a multilayer composite material is considered.

Tabl. 0. Fig. 2. Ref. 28.

УДК 622.673

Бельмас І.В., Белоус Е.И., Танцура А.И. Определение напряженно-деформованного состояния многослойного композита // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУСА. 2022. – Вип. 109. – С. 426-440.

Рассматривается алгоритм определения напряженно-деформованного состояния многослойного композитного материала.

Табл. 0. Ил. 2. Библиогр. 28 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології машинобудування та зварювання

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», БЕЛЬМАС Іван Васильович

Мобільний тел.:+38098 5412812

E-mail: belmas09@meta.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2112-0303>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, Секретар механічного факультету, доцент кафедри галузеве машинобудування

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», БІЛОУС Олена Іванівна

Мобільний тел.:+380978786830

E-mail: bilouselena66@gmail.com

ORCIDID: <http://orcid.org/0000-0001-6398-8843>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри технології машинобудування та зварювання

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», ТАНЦУРА Ганна Іванівна

Мобільний тел.: +380971939382

E-mail: hannaivan71@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-8672-1153>

УДК 624.154

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ ВИПРОБУВАННЯ ГРУПИ ПАЛЬ З ВИКОРИСТАННЯМ РІЗНИХ МОДЕЛЕЙ ГРУНТОВОЇ ОСНОВИ

В.С. Носенко,

канд. техн. наук, доцент кафедри геотехніки

О.О. Кашоїда,

аспірант, асистент кафедри геотехніки

Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.441-454

Метою даної роботи є дослідження впливу обраної моделі ґрунтового середовища на напружено-деформований стан (НДС) пальового фундаменту. Розглянуті наступні питання: 1) аналіз основних моделей ґрунтового середовища, що широко використовуються при моделюванні взаємодії фундаментів з ґрунтовими основами; 2) виконано числове моделювання НДС системи «основа – пальовий фундамент» з використанням моделей основи у вигляді: перемінних коефіцієнтів жорсткості, об'ємних пружних та пружно-пластичних елементів ґрунтового масиву; 3) приведено порівняння НДС пальового фундаменту отриманого числовим моделюванням з використанням різних моделей основи та для верифікації отриманих результатів виконано співставлення із даними польового експерименту випробування групи паль.

Ключові слова: пальовий фундамент, числове моделювання, коефіцієнти жорсткості, об'ємний ґрунтовий масив.

Вступ

Широке застосування пальових фундаментів в сучасному будівництві спонукає до пошуку ефективних методів числового моделювання НДС систем «основа – пальовий фундамент – надземні конструкції». Сучасні програмні комплекси мають можливість моделювати ґрунтове середовище з використанням різних моделей: коефіцієнти жорсткості, об'ємні скінченні елементи. Перед інженерами постає питання, вибору адекватної моделі, що відображає особливості роботи реальних конструкцій при їх взаємодії з ґрунтами [2, 3, 4, 5, 6]. В даному дослідженні виконано порівняння результатів числового моделювання взаємодії пальового фундаменту з ґрунтовою основою з використанням різних моделей ґрунту та співставлення з експериментальними даними випробування групи паль об'єднаних в один фундамент. В основу даного дослідження покладено польові експерименти з випродування натурних паль, що були проведені проф. Бартоломеем А.О. та колегами [1]. В експерименті в ґрунт було забито групу з 9 паль довжиною 5 м і перерізом 30х30 см. Палі були об'єднані залізобетонним армованим ростверком. Фізико-механічні характеристики ґрунтів основи паль наведено в табл.1. Прив'язка паль та габарити ростверку зображені на рис. 1, на рис. 2 показана посадка фундаменту на геологічний переріз.

Таблиця 1

Фізико-механічні характеристики ґрунтів

Назва ґрунту	Об'ємна вага ґрунту, γ	Природна вологість, w	Границя текучості, w_L	Границя пластичності, w_p	Коефіцієнт Пуассона, ν	Пітоме зчеплення, C	Кут внутрішнього тертя, ϕ	Модуль деформації, E
1- Глина м'якопластична	18,2	0,33	0,42	0,21	0,41	23	14	6,5
2- Глина м'якопластична	18,9	0,32	0,39	0,21	0,41	17	18	6,7
3- Суглинок м'якопластичний	19,5	0,3	0,35	0,19	0,38	20	17	6
4- Суглинок м'якопластичний	19,6	0,31	0,37	0,21	0,38	18	16*	6,5
5- Глина м'якопластична	19,8	0,31	0,42	0,23	0,42	26*	17	6,5
6- Глина м'якопластична	19,3	0,34	0,42	0,23	0,42	19	15*	6,5
7- Глина м'якопластична	18,8	0,33	0,42	0,24	0,41	32*	13*	7
8- Глина м'якопластична	19	0,32	0,4	0,22	0,41	21	14*	7
9- Глина м'якопластична	18,9	0,37	0,44	0,23	0,41	23	23	7,5
10- Глина м'якопластична	19	0,3	0,38	0,2	0,41	23*	14*	8
11- Суглинок м'якопластичний	19,2	0,37	0,34	0,18	0,41	17	14*	8,5

* значення, що було прийнято для розрахунку

Таблиця 2

Навантаження на дослідний куц

Номер ступені навантаження	Навантаження, що діє на ступені, кН	Рівномірно-розподілене навантаження (тиск) по плиті ростверку, kH/m^2
1	400	69.44
2	600	104.17
3	800	138.89
4	1400	243.06
5	1800	312.50

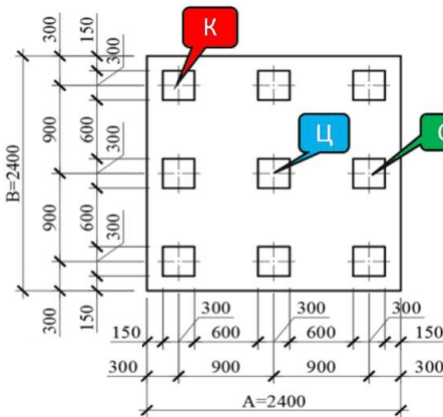


Рис. 1. Загальний вигляд фундаменту в плані з позначеними характерними палями

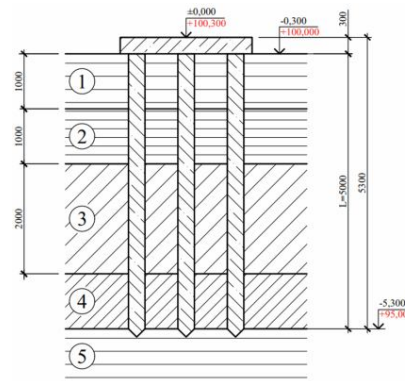


Рис. 2. Геологічний розріз з посадкою фундаменту

Через 45 діб після влаштування паль на дослідний куц ступенями прикладалось навантаження та вимірювалися фактичні осідання паль та зусилля, що виникають в оголовках контрольних паль. Послідовність навантаження наступна: I – 400 кН; II – 600 кН; III – 800 кН; IV – 1400 кН;

$V = 1800$ кН [1, 2]. На основі отриманих результатів було побудовано графік випробування дослідного куца, що наведено на рис. 3

1. Основне дослідження

Числове моделювання НДС системи «основа – пальовий фундамент» при різних варіантах врахування ґрунтового середовища виконувались за допомогою ПК «Ліра-САПР 2019».

Було виконано моделювання з використанням наступних моделей ґрунтового середовища:

1) ґрунтова основа моделювалася перемінними коефіцієнтами жорсткості основи, що у бібліотеці скінченних елементів (БСЕ) Ліра – САПР позначається як СЕ-57. Окремо слід зауважити, що механізм визначення коефіцієнтів жорсткості цих елементів дозволяє врахувати взаємний вплив паль при різних відстанях між палями. Необхідно виконувати декілька ітерацій для визначення значень даних коефіцієнтів.

2) ґрунтова основа задана об'ємними пружними елементами (СЕ-34 та СЕ-36 у БСЕ Ліра – САПР);

3) ґрунтова основа задана об'ємними нелінійно-деформованими елементами де в якості критерія міцності використана умова міцності Кулона-Мора (СЕ-271 та СЕ-273 у БСЕ Ліра – САПР). Скінчено-елементні моделі в ПК «Ліра – САПР» наведені на рис. 4.

При моделюванні основи з використанням об'ємних скінченних елементів навантаження прикладалось ступеням за допомогою системи «Монтаж».

При моделюванні основи за допомогою «СЕ-57» було створено для кожної ступені навантаження окрему скінчено-елементну модель, у якій уточнювались перемінні коефіцієнти жорсткості за кілька разів.

Жорсткість палі (мається на увазі сума всіх жорсткостей окремих одноузлових скінченних елементів якими розбитий стержень палі (див. рис. 4 (в)), що моделюється за допомогою «СЕ-57» визначається шістьма величинами: $R_x, R_y, R_z, R_{ix}, R_{iy}, R_{iz}$.

Погонні жорсткості $R_x, R_y, R_{ix}, R_{iy}, R_{iz}$ визначаються за допомогою стержневого суперелементу, що моделює тіло палі сумісно з оточуючим ґрунтом. Довжина суперелементу рівна довжині палі L .

Суперелемент складає N стержнів, що опираються боковими поверхнями на пружну основу, яка розташована вздовж глобальних осей X та Y або локальних осей координат X та Y . N – задана кількість дроблення палі по довжині.

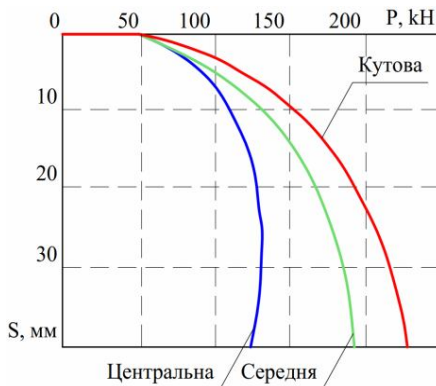


Рис. 3. Графік навантаження-осідання для паль дослідного куца

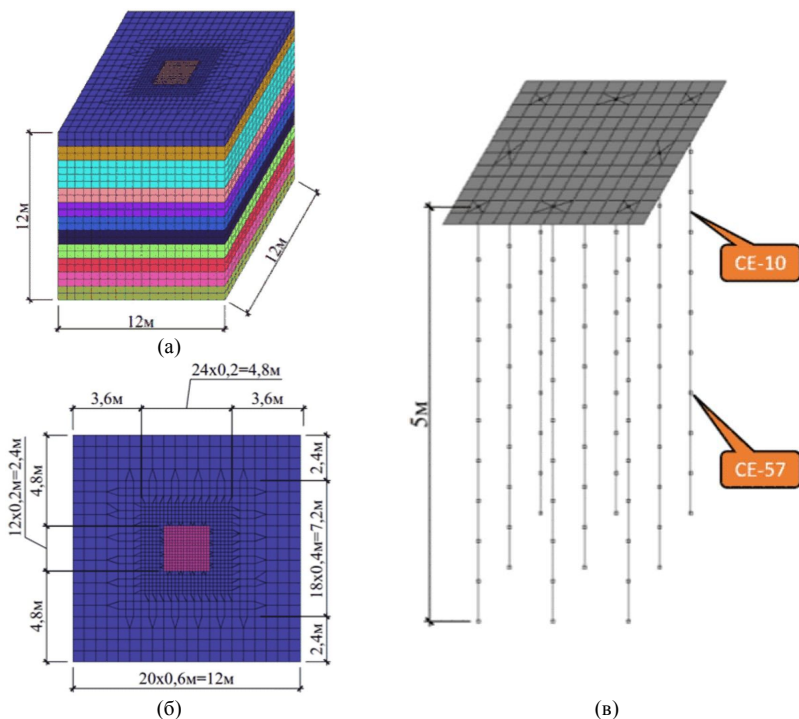


Рис. 4. Загальний вигляд скінчено-елементних моделей: (а) – ґрунтова основа моделюється за допомогою об'ємних скінчених елементів; (б) те саме, вигляд зверху; (в) – модель з використанням перемінних коефіцієнтів жорсткості

Жорсткості визначаються по формулам:

$$R_x = \frac{1}{D_x}, R_y = \frac{1}{D_y}, R_{ux} = \frac{1}{D_{ux}}, R_{uy} = \frac{1}{D_{uy}}, R_{uz} = \frac{1}{D_{uz}}, \quad (1)$$

де D_i – приріст координат (переміщення) по відповідній осі.

Погонна жорсткість палі (мається на увазі сума всіх жорсткостей окремих одноузлових скінчених елементів якими розбита одиниця довжини стержня палі (зазвичай 1 м)) без розширення п'яти:

$$R_z = \frac{G_1 \cdot L}{\beta}. \quad (2)$$

Усереднений модуль зсуву G_1 і коефіцієнт Пуассона ν_1 вздовж лінії L (довжини палі):

$$G_1 = \frac{\sum_1^{NL} G_i \cdot h_i}{L}, \quad \nu_1 = \frac{\sum_1^{NL} \nu_i \cdot h_i}{L}. \quad (3)$$

Усереднений модуль зсуву G_2 і коефіцієнт Пуассона ν_2 вздовж довжини ($k \cdot L$) нижче п'яти палі:

$$G_2 = \frac{\sum_1^{N \in L} G_j \cdot h_j}{k \cdot L}, \quad \nu_2 = \frac{\sum_1^{N \in L} \nu_j \cdot h_j}{k \cdot L}, \quad (4)$$

де $G_i = (E_i/2)/(1 + \nu_i)$ - модуль зсуву i -го шару ґрунту; L - довжина палі; E_i - модуль деформації i -го шару ґрунту, $i=1, n$; k - коефіцієнт глибини під п'ятою палі, що враховує властивості ґрунту нижче п'яти.

Коефіцієнт «жорсткості основи» C_1 на боковій поверхні палі визначається посередині кожного стержневого СЕ яким моделюється тіло палі (координата Z), у відповідності із значенням коефіцієнту пропорційності K (т/м⁴) шарів ґрунту і коефіцієнту умов роботи γ_c

$$C_1 = \frac{K \cdot Z}{\gamma_c}. \quad (5)$$

2. Розрахунок вертикальної жорсткості палі по теоретичним значенням осідання і несучої здатності

Розрахункова схема представлена на рис. 5. При розрахунку жорсткості палі вертикальна жорсткість ґрунтової основи розповсюджується по довжині палі пропорційно граничній несучій здатності ґрунту F_d , що визначено згідно формули:

$$F_d = R \cdot A \cdot \gamma_{R,R} \cdot \gamma_c + \sum_{i=1}^n f_i \cdot u \cdot h_i \cdot \gamma_{R,f} \cdot \gamma_c, \quad (6)$$

де R - розрахунковий опір ґрунту під п'ятою палі; f_i - розрахунковий опір i -го шару ґрунту по боковій поверхні палі; h_i - товщина шару; A - площа п'яти палі; u - периметр перерізу палі; $\gamma_{R,R}, \gamma_{R,f}, \gamma_c$ - коефіцієнти умов роботи. Тоді жорсткість ґрунту під п'ятою палі $EA_{\text{п'яти}}$ і жорсткість i -го шару ґрунту вздовж довжини палі EA_i визначається як:

$$EA_{\text{п'яти}} = \frac{R \cdot A \cdot \gamma_{R,R} \cdot \gamma_c}{S_{Fd}},$$

$$EA_i = \frac{f_i \cdot u \cdot h_i \cdot \gamma_{R,f} \cdot \gamma_c}{S_{Fd}}, \quad (7)$$

де S_{Fd} - теоретичне осідання палі при навантаженні $F = F_d$. Значення $R, f_i, \gamma_{R,R}, \gamma_{R,f}, \gamma_c$ - вибираються із будівельних норм по характеристикам ґрунту і способу влаштування палі.

Теоретичне осідання S_{Fd} від

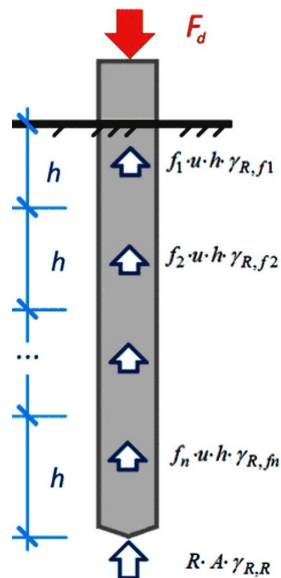


Рис. 5. Схема визначення жорсткості палі по теоретичним значенням осідання і несучої здатності

навантаження F_d вираховується за методикою, що наведена за будівельними нормами.

Розрахунок осідання одиночних паль, що прорізають шар ґрунту з модулем зсуву G_1 , МПа, коефіцієнтом Пуассона ν_1 та опираються на ґрунт, що розглядається як лінійно-деформований напівпростір, характеризується модулем зсуву G_2 та коефіцієнтом Пуассона ν_2 , допускається застосування при виконанні вимог умов: $l/d > 5$; $G_1 l / G_2 d > 1$ (де l – довжина палі, м; d – зовнішній діаметр поперечного перерізу стовбура палі, м) по формулам:

а) для одиночної висячої палі без розширення п'яти:

$$s = \beta \frac{N}{G_1 l}, \quad (8)$$

де N – вертикальне навантаження, що припадає на палю, МН; β – коефіцієнт, що визначається по формулі:

$$\beta = \frac{\beta'}{\lambda_1} + 0.5 \frac{1 - (\beta'/\alpha')}{\chi}, \quad (9)$$

де $\beta' = 0,17 \ln(k_v G_1 l / G_2 d)$ – коефіцієнт, що відповідає абсолютно жорсткій палі ($EA = \infty$); $\alpha' = 0,17 \ln(k_{v1} l / d)$ – той же коефіцієнт для випадку однорідної основи з характеристиками G_1 і ν_1 ; $\chi = EA / G_1 l^2$ – відносна жорсткість палі; EA – жорсткість стовбура палі на стиск, МН; λ_1 – параметр, що характеризує збільшення осідання за рахунок стиснення стовбура і визначається за формулою:

$$\lambda_1 = \frac{2,12\chi^{3/4}}{1 + 2,12\chi^{3/4}}. \quad (10)$$

Коефіцієнти k_v , k_{v1} визначаються по формулі:

$$k_v = 2,82 - 3,78\nu + 2,18\nu^2 \quad (11)$$

відповідно при $\nu = (\nu_1 + \nu_2)/2$ та при $\nu = \nu_1$;

б) для одиночної палі з розширенням п'яти або палі-стійки:

$$S = \frac{1 - \nu_2}{G_2 d_b} + \frac{Nl}{EA}, \quad (12)$$

де d_b – діаметр розширення палі.

Характеристики G_1 і ν_1 приймаються усередненими для всіх шарів ґрунту в межах глибини занурення палі, а G_2 і ν_2 – в межах $0.5l$, тобто на глибинах від l до $1.5l$ від верху палі, при умові, що під нижніми кінцями паль відсутні глинисті ґрунти текучої консистенції, органічно-мінеральні і органічні ґрунти.

Модуль зсуву ґрунту $G = E_0/2(1 + \nu)$ допускається приймати рівним $0.4E_0$, а коефіцієнт k_ν рівним 2,0 (де E_0 – модуль загальної деформації).

Розрахунковий діаметр d для паль некруглого перерізу, наприклад стандартних забивних паль заводського виготовлення, визначається за формулою:

$$d = \sqrt{(4A)/\pi}, \quad (13)$$

де A – площа поперечного перерізу палі.

3. Визначення жорсткості ґрунту в горизонтальному напрямку

Жорсткість ґрунтової основи палі в горизонтальному напрямку визначається коефіцієнтом C_Z на боковій поверхні палі:

$$C_Z = K \cdot \frac{z}{\gamma_c}, \quad (14)$$

Коефіцієнт C_Z визначається для кожного шару ґрунту товщиною не більше 2 м у відповідності з заданими значеннями коефіцієнта пропорційності K цього шару, глибини залягання середини шару z і коефіцієнта умов роботи γ_c , який приймається у відповідності до діючих нормативних документів.

4. Врахування взаємного впливу паль

Врахування взаємного впливу виконується по методиці, що наведена нижче.

З урахуванням взаємного впливу осідання i -ої палі

$$S_i = s(N_i) + \sum_{j \neq i} \delta_{ij} \frac{N_j}{G_1 l}, \quad (15)$$

де $s(N_i)$ – осідання i -ої палі від власного навантаження N_i ; $\sum_{j \neq i} \delta_{ij} \frac{N_j}{G_1 l}$ –

додаткового осідання i -ої палі від впливу всіх інших паль, де

$$\delta = \begin{cases} 0,17 \ln \frac{k_\nu G_1 l}{2G_2 a}, & \text{якщо } \frac{k_\nu G_1 l}{2G_2 a} > 1; \\ 0, & \text{якщо } \frac{k_\nu G_1 l}{2G_2 a} \leq 1. \end{cases} \quad (16)$$

Врахування впливу всіх паль на горизонтальну жорсткість i -ої палі виконується множенням коефіцієнту пропорційності ґрунту K на понижуючий коефіцієнт α_i , що визначається по формулі:

$$\alpha_i = \gamma_c \prod_{j \neq i} \left\{ 1 - \frac{d}{r_{ij}} \left[0,789 + 0,229 \frac{|x_j - x_i|}{r_{ij}} - 0,143 \left(\frac{x_j - x_i}{r_{ij}} \right)^2 \right] \right\}, \quad (17)$$

де γ_c – коефіцієнт, що враховує ущільнення ґрунту при зануренні паль та приймається рівним: 1,2 для забивних паль суцільного перерізу і 1,0 для інших видів паль; d – діаметр або сторона поперечного перерізу палі;

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad (18)$$

де x_i, y_i – координати осі i -ої палі в плані; x_j, y_j – координати осі j -ої палі в плані.

5. Використання моделі ґрунту з об'ємними скінченними елементами, що деформуються пружно

Дана модель зображена на рис. 4 (а). Об'ємні скінченні елементи, що моделюють ґрунти можуть мати форму: паралелепіпеда, тетраедра, прямої трьохгранної призми, шестивузлових та восьмивузлових об'ємних елементів. Ці елементи володіють наступними параметрами: E – модуль загальних деформації; ν – коефіцієнт Пуассона; R_0 – питома вага матеріалу.

6. Використання моделі ґрунту з об'ємними скінченними елементами, що деформуються пружно-пластично

Візуально дана модель є ідентичною попередній. Відмінність полягає у параметрах якими володіють скінченні елементи, що моделюють пружно-пластичне ґрунтове середовище. Поведінка цих елементи описується наступними параметрами: E – модуль загальної деформації; ν – коефіцієнт Пуассона; C – питома зчеплення; R_t – граничний опір ґрунту на розтяг; φ – кут внутрішнього тертя; σ_p – граничне напруження стиску; R_0 – питома вага матеріалу. В якості критерія переходу у пластичний стан застосовується умова міцності Кулона – Мора:

$$\tau = C + \sigma \cdot \tan(\varphi). \quad (18)$$

7. Результати числового моделювання польового експерименту з випробування групи з 9 паль

Виконавши моделювання взаємодії пальового фундаменту з різними варіантами представлення основи в ПК «Ліра-САПР» було отримано значну кількість результатів для аналізу. Для подальшого аналізу і порівняння було вибрано поздовжні зусилля і осідання характерних паль (кутової, середньої і центральної). Для спрощення сприйняття показано результати на першій та останній стадії навантаження.

Аналізуючи значення поздовжніх зусиль у характерних палях (рис. 6), можна бачити кращу кореляцію результатів між польовим дослідженням та моделюванням паль з використанням перемінних коефіцієнтів жорсткості (SE-57). Також варто звернути увагу, що результати з використанням перемінних коефіцієнтів жорсткості по кутовій палі завищують результати до 15%, у той час як результати по середній і центральній палі знижуються в межах 8...28%. Використання моделей з використанням об'ємних скінченних елементів ґрунту (пружне і пружно-пластичне деформування) для всіх характерних паль знижує отримані результати в межах 17...54%.

Порівняння осідання характерних паль на першій стадії завантаження рис. 7 показує, що результати числового моделювання значно завищують величини осідання при малих навантаженнях.



Рис. 6. Порівняння поздовжніх зусиль у характерних палях на першій стадії навантаження (400 кН)

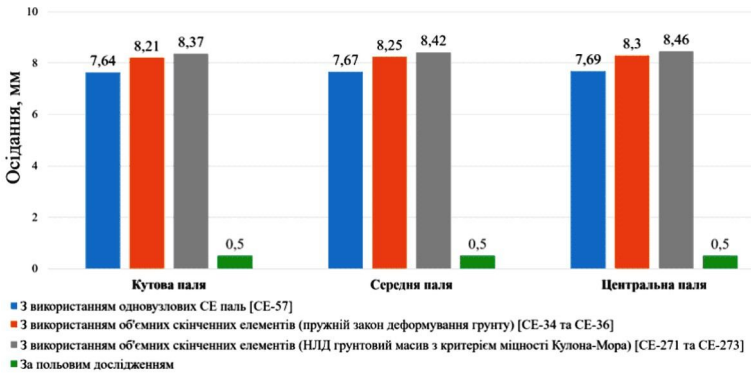


Рис.7. Порівняння осідань характерних паль на першій стадії навантаження (400кН)

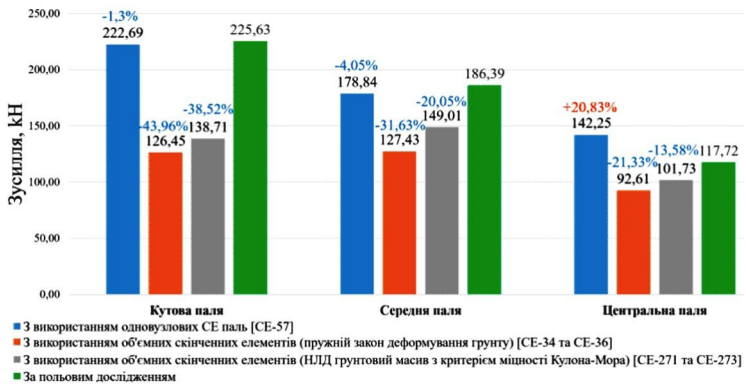


Рис. 8. Порівняння поздовжніх зусиль у характерних палях на останній стадії навантаження (1800кН)

Порівнявши поздовжні зусилля у характерних палях на останній ступені навантаження яка була прийнята у польовому досліді рис.8 можна побачити ще кращу кореляцію результатів між польовим дослідженням та моделлю з використанням перемінних коефіцієнтів жорсткості (CE-57). Також варто звернути увагу, що результати з використанням перемінних коефіцієнтів жорсткості по кутовій та центральній палі завищують результати у межах 1...21%, у той час як результати по середній палі занижуються в межах 5%. Використання числових моделей з об'ємними скінченними елементами ґрунту (пружне і пружно-пластичне деформування), для всіх характерних паль занижує отримані результати в межах 13...44%.

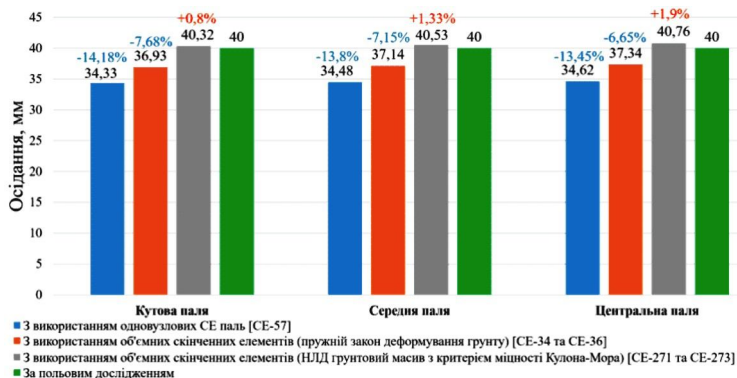


Рис.9. Порівняння осідань характерних паль на останній стадії навантаження (1800kN)

Виконавши порівняння осідання характерних паль на останній стадії завантаження рис.9 спостерігаємо відмінну кореляцію результатів моделювання із польовим дослідженням у варіанті числової моделі з використанням об'ємних скінченних елементів ґрунту з критерієм міцності Кулона-Мора. Похибка в межах 0,8...2%. Використання моделі об'ємних пружних елементів ґрунтового масиву призводить до заниження осідання у всіх характерних палях в межах 6...8%. Модель з використанням перемінних коефіцієнтів жорсткості (CE-57) також занижує осідання у всіх дослідних палях в межах 13...15%.

8. Висновки

1. Виявлено, що розрахункові значення поздовжніх зусиль у палях, що моделюються стержневими елементами, а взаємодія з основою імітуються перемінними коефіцієнти жорсткості основи дають гарну збіжність з даними експериментальних досліджень. Похибка по всім дослідним палям в широкому діапазоні навантаження становить до 20%. При визначені величини перемінних коефіцієнтів жорсткості необхідно виконувати їх ітераційне уточнення не менше 3 разів. Недоліком моделювання основи перемінними коефіцієнти жорсткості є складність отримання коректних значень згинаючих моментів у палі.

2. При використанні моделі ґрунтової основи у вигляді об'ємних пружних скінченних елементів похибка у визначенні поздовжніх зусиль у палях складає до 45%, а використання пружно-пластичних об'ємних елементів ґрунту підвищує точність розрахунку. Виконавши порівняння розрахункових та фактичних значень осідання паль спостерігаємо відмінну кореляцію результатів у варіанті числової моделі з використанням об'ємних пружно-пластичних скінченних елементів ґрунту з критерієм міцності Кулона-Мора. Похибка в межах 0,8...2%. Використання моделі об'ємних пружних елементів ґрунтового масиву призводить до зниження осідання у палях в межах до 8%. Модель з використанням перемінних коефіцієнтів жорсткості основи також знижує осідання у палях в межах до 15%.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Бартоломей А.А., Омельчак І.М., Юшков Б.С.* Прогноз осадок свайных фундаментов. - К.: Москва, Стройиздат, 1994. - 378 с.
2. *Бойко І.П., Підлущий В.Л.* Дослідження взаємодії паль в умовах польових випробувань. - Десята всеукраїнська науково-технічна конференція з іноземною участю «Механіка ґрунтів, геотехніка та фундаментобудування». - м. Полтава, 16-17 жовтня 2018. - С. 4.
3. *Безволев С.Г.* Методика определения коэффициентов жесткости грунта при расчете свай на горизонтальную нагрузку. - Основания, фундаменты и механика грунтов. - 2012. - No. 2 (2012). - С. 8 - 12.
4. *Antone F. Sayegh, Frank K. Tso.* Analysis of linear structures on nonlinear pile foundations. - Computers and Structures. - 1988. - No. 29 (4). - P. 633 - 643.
5. *Гоцуляк Є.О., Корнієнко М.В., Шельменко А.М.* Розрахунок осадки і несучої здатності паль при їх взаємодії в плитному фундаменті. - Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех.збірн. - К.: КНУБА - 2010. - Вип. 86. - С. 124 - 130.
6. *Sandy H.L. Cheen, Xinliu Wu.* The value range of contact stiffness factor between pile and soil based on penalty function. - IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science (ICEESE). - 2018. - No. 128 (2018).

REFERENCES

1. *Bartolomey A.A., Omelchak I.M., Yushkov B.S.* Prognoz osadok svaynykh fundamentov (Pile foundation settlement forecast). Moscow:Stroyizdat, 1994, 378 pp.
2. *Boyko I.P., Pidlutsky V.L.* Doslidzhennya vzyemodiyy pal v umovakh polovyykh vyprobuvan (Investigation of pile interaction under field test conditions). - The tenth-Ukrainian scientific and technical conference with foreign participation "Soilmechanics, geotechnics and foundation engineering». - Poltava, October 16-17, 2018. - P. 4.
3. *Bezvolev S.G.* Metodika opredeleniya koeffitsiyentov zhestkosti grunta pri raschete svay na gorizontaln'nyu nagruzku (Method for determining the coefficients of soil stiffness when calculating piles for a horizontal load). - Base, foundations and soil mechanics. - 2012. - No. 2 (2012). - P. 8 - 12.
4. *Antone F. Sayegh, Frank K. Tso.* Analysis of linear structures on nonlinear pile foundations. - Computers and Structures. - 1988. - No. 29 (4). - P. 633 - 643.
5. *Gotsulyak E.O., Kornienko M.V., Shelmenko A.M.* Rozrakhunok osadky i nesuchoyi zdatsnosti pal pry yikh vzyemodiyy v plytnomu fundamenti (Calculation of settlement and bearing capacity of piles with their supportin a slab foundation). - Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-& Technical collected articles. - Kyiv.: KNUBA, 2010. - Issue 86. - P. 124 - 130.
6. *Sandy H. L. Cheen, Xinliu Wu.* The Value Range of Contact Stiffness Factor between Pile and Soil Based on Penalty Function. - IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science (ICEESE). - 2018. - No. 128 (2018).

Nosenko V.S., Kashoida O.O.

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ ВИПРОБУВАННЯ ГРУПИ ПАЛЬ З ВИКОРИСТАННЯМ РІЗНИХ МОДЕЛЕЙ ҐРУНТОВОЇ ОСНОВИ

У даній роботі досліджено вплив обраної моделі ґрунтового середовища на напружено-деформований стан (НДС) пальногового фундаменту. Розглянуті наступні питання: 1) аналіз основних моделей ґрунтового середовища, що широко використовуються при моделюванні взаємодії фундаментів з ґрунтовими основами; 2) виконано числове моделювання НДС системи «основа – паливовий фундамент» з використанням моделей основи у вигляді: перемінних коефіцієнтів жорсткості, об'ємних пружних та пружно-пластичних елементів ґрунтового масиву; 3) приведено порівняння НДС пальногового фундаменту отриманого числовим моделюванням з використанням різних моделей основи та верифікація результатів шляхом співставлення із даними польового експерименту випробування групи палів. В основу даного дослідження покладено польові експерименти з випробування натурних палів, що були проведені проф. Бартоломесом А.О. та колегами. В експерименті в ґрунт було забито групу з 9 палів довжиною 5 м і перерізом 30x30 см. Палі були об'єднані залізобетонним армованим ростверком. Числове моделювання НДС системи «основа – паливовий фундамент» виконувались за допомогою ПК «Ліра – САПР 2019».

Виявлено, що розрахункові значення поздовжніх зусиль у палях, що моделюються стержневими елементами, а взаємодія з основою імітуються перемінними коефіцієнти жорсткості основи дають гарну збіжність з даними експериментальних досліджень. Похибка по всім дослідним палям в широкому діапазоні навантаження становить до 20%. При визначенні величини перемінних коефіцієнтів жорсткості необхідно виконувати їх ітераційне уточнення не менше 3 разів. Недоліком моделювання основи перемінними коефіцієнти жорсткості є складність отримання коректних значень згинаючих моментів у палів. При використанні моделі ґрунтової основи у вигляді об'ємних пружних скінченних елементів похибка у визначенні поздовжніх зусиль у палів складає до 45%, а використання пружно-пластичних об'ємних елементів ґрунту підвищує точність розрахунку. Виконавши порівняння розрахункових та фактичних значень осідання палів спостерігаємо відмінну кореляцію результатів у варіанті числової моделі з використанням об'ємних пружно-пластичних скінченних елементів ґрунту з критерієм міцності Кулона-Мора. Похибка в межах 0,8...2%. Використання моделі об'ємних пружних елементів ґрунтового масиву призводить до зниження осідання у палів в межах до 8%. Модель з використанням перемінних коефіцієнтів жорсткості основи також знижує осідання у палів в межах до 15%.

Ключові слова: паливовий фундамент, числове моделювання, коефіцієнти жорсткості, об'ємний ґрунтовий масив.

Nosenko V.S., Kashoida O.O.

NUMERICAL SIMULATION OF THE EXPERIMENT ON TESTING A GROUP OF PILES USING DIFFERENT MODELS OF SOIL

In the paper, the influence of the selected model of the soil environment on the stress-strain state (SSS) of the pile foundation is studied. The following issue are considered: 1) analysis of the main models of the soil environment, widely used in modeling the interaction of foundations with soil foundations; 2) Numerical modeling of the stress-strain state of the "base – pile foundation" system was performed using foundation models in the form of: variable stiffness coefficients, volume trilinear and elastic-plastic elements of the soil mass; 3) a comparison of the SSS of a pile foundation obtained by numerical modeling using various foundation models and verification of the results by comparing with the data of a field experiment of testing a group of piles is given. This study is based on field experiments on testing full-scale piles, conducted by prof. Bartolomey A.A. and colleagues. In the experiment, a group of 9 piles with a length of 5 m and a section of 30x30 cm was driven into the ground. The piles were combined with a reinforced concrete grillage. Numerical modeling of the stress-strain state of the system "base - pile foundation" was carried out using the SP "Lira – SAPR 2019".

It was revealed that the calculated values of longitudinal forces in piles modeled by rod elements, and the interaction with the base of the base stiffness factors simulated by variables give good convergence with the data of experimental studies. The error for all experimental fields in a

wide range of loads is up to 20%. When determining the value of the variable stiffness coefficients, it is necessary to refine the miteratively more than 3 times. The disadvantage of modeling the foundation with variable stiffness factors is the difficulty in obtaining the correct values of bending moments in piles. When using a soil foundation model in the form of volumetric elastic finite elements, the error in determining the longitudinal forces in piles is up to 45%, and the use of elastic-plastic volumetric soil elements increases the accuracy of the calculation. After comparing the calculated and actual values of piles ettlement, we observe an excellent correlation of the results in the variant of the numerical model using volumetric elastic-plastic finite soil elements with the Mohr-Coulomb strength criterion. The error is within 0.8 ... 2%. The use of the model of volumetric elastic elements of the soil massif leads to an under estimation of settlement in piles within the range of up to 8%. The model using variable foundation stiffness factors also under estimates settlement in piles by up to 15%.

Keywords: pile foundation, numerical simulation, stiffness coefficients, volumetric soil massif.

Носенко В.С., Кашиоидо О.А.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ИСПЫТАНИЯ ГРУППЫ СВАЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗНЫХ МОДЕЛЕЙ ГРУНТОВОЙ ОСНОВЫ

В данной работе исследовано влияние выбранной модели грунтовой среды на напряженно-деформированное состояние (НДС) свайного фундамента. Рассмотрены следующие вопросы: 1) анализ основных моделей грунта, широко используемых при моделировании взаимодействия фундамента с грунтовыми основаниями; 2) выполнено числовое моделирование НДС системы «основа – свайный фундамент» с использованием моделей основания в виде: переменных коэффициентов жесткости, объемных упругих и упруго-пластических элементов грунтового массива; 3) приведено сравнение НДС свайного фундамента, полученного числовым моделированием с использованием различных моделей основания, и верификация результатов путем сопоставления с данными полевого эксперимента по испытанию группы свай. В основу данного исследования положены полевые эксперименты по испытанию натуральных свай, проведенные проф. Бартоломео А.А. и коллегами. В эксперименте в грунт была забита группа из 9 свай длиной 5 м и сечением 30x30см. Сваи были объединены железобетонным армированным ростверком. Численное моделирование НДС системы «основа – свайный фундамент» выполнялось с помощью ПК «Лира – САПР 2019».

Выявлено, что расчетные значения продольных усилий в сваях, моделируемых стержневыми элементами, а взаимодействие с основанием имитируемых переменными коэффициентами жесткости основания дают хорошую сходимость с данными экспериментальных исследований. Погрешность по всем опытным сваям в широком диапазоне нагрузки составляет до 20%. При определении величины переменных коэффициентов жесткости нужно делать их итерационное уточнение не менее 3 раз. Недостатком моделирования основы переменными коэффициентами жесткости является сложность получения корректных значений изгибающих моментов в сваях. При использовании модели грунтового основания в виде объемных упругих конечных элементов погрешность в определении продольных усилий в сваях составляет до 45%, а использование упруго-пластических объемных элементов грунта повышает точность расчета. Выполнив сравнение расчетных и фактических значений просадки свай, наблюдаем отличную корреляцию результатов в варианте числовой модели с использованием объемных упруго-пластических конечных элементов грунта с критерием прочности Кулона-Мора. Погрешность в пределах 0,8...2%. Использование модели объемных упругих элементов грунтового массива приводит к занижению оседания в сваях в пределах до 8%. Модель с использованием переменных коэффициентов жесткости основания также занижает оседание в сваях в пределах до 15%.

Ключевые слова: свайный фундамент, численное моделирование, коэффициенты жесткости, объемный грунтовой массив.

УДК 624.154

Носенко В.С., Кашоїда О.О. Числове моделювання експерименту випробування групи паль з використанням різних моделей ґрунтової основи // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА – 2022. – Вип. 109. – С. 441-454.

Виконано числове моделювання експерименту випробування групи паль. Числове моделювання виконувалось в ПК «Ліра – САПР 2019» з використанням різних моделей ґрунтового середовища: 1) перемінні коефіцієнти жорсткості; 2) об'ємні скінченні елементи з пружним законом деформування; 3) об'ємні скінченні елементи з нелінійним законом деформування, що володіють критерієм міцності Кулона-Мора.

Табл. 2. Іл. 9. Бібліогр. 6 назв.

UDC 624.154

Nosenko V.S., Kashoida O.O. Numerical simulation of the experiment on testing a group of piles using different models of soil base // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles. – Kyiv.: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 441-454.

Numerical modeling of the experiment on testing a group of piles has been carried out. Numerical modeling was carried out in the PC "Lira - SAPR 2019" using various models of the soil environment: 1) variable stiffness coefficients; 2) volumetric finite elements with an elastic law of deformation; 3) volumetric finite elements with a nonlinear law of deformation, having the Mohr-Coulomb strength criterion.

Tabl. 2. Fig. 9. Ref. 6.

УДК 624.154

Носенко В.С., Кашоїда О.А. Численное моделирование эксперимента испытания группы свай с использованием разных моделей ґрунтового основания // Сопротивленієматеріалов и теоріясооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 109. – С. 441-454.

Выполнено численное моделирование эксперимента по испытанию группы свай. Численное моделирование выполнялось в ПК «Лира – САПР 2019» с использованием различных моделей почвенной среды: 1) переменные коэффициенты жесткости; 2) объемные конечные элементы с упругим законом деформирования; 3) объемные конечные элементы с нелінійным законом деформирования, обладающие критерием прочности Кулона-Мора.

Табл. 2. Ил. 9. Библиогр. 6 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри геотехніки КНУБА Носенко Віктор Сергійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

E-mail: nosenko.vs@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-8261-1846>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): аспірант, асистент кафедри геотехніки КНУБА Кашоїда Остап Олександрович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

E-mail: kashoida_oo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-9234-4489>

UDC 539.3:624.1

ASSESSMENT OF INTERACTION THE NEW CONSTRUCTION OBJECT AT FULL LOAD AND THE SURROUNDING BUILDING IN THE DENSE URBAN DEVELOPMENT CONDITIONS

D.E. Prusov

Doct.Tech.Sci, Prof.Dr.Habil.

*Kyiv National University of Construction and Architecture,
Institute of Innovative Education
03037, Ukraine, Kyiv, Osvity ave., 4*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.455-466

Construction in densely built-up conditions creates in each case a set of additional risks that must be taken into account when developing design and design-technology documentation, organizing construction, and further safe operation of objects. The work is devoted to research the impact of a new building at full load after completion of its construction has been investigated through an assessment of the interaction with the building envelope, the ground mass of the base and the foundation of the existing five-story building, in comparison with the assessment of the impact of a deep excavation in the process of engineering preparation for this construction, based on the developed methodology for studying the interaction of new construction objects and nearby buildings in complex engineering and geological conditions and dense development conditions.

For numerical studies of the stability of the combined space, the proposed methodology has been used, which is built on the initial relations of the variational equations of equilibrium and the equation of the load surface in the six-dimensional stress space, which is a development of the theory of the limit stress state of the soil half-space based on the introduction of an extended yield criterion for a plane problem of the nonlinear theory of elasticity and plasticity, which provides for the determination of the value of the second critical load, at which solid sections of the ultimate stress state appear in the soil half-space.

From the analysis of the movements of the nodes located on the vertical face of the «wall in the soil» structure (retaining wall of the pit), it can be concluded that the transverse displacements of the retaining wall compared to the calculations according to the first option have changed to the opposite, which is associated with the formation of a sliding prism under the passive pressure on the retaining wall from the side of the pile foundation of the new building. This indicates a change in the stress-deformation state of the soil base of the existing building, from the influence of the deep excavation during the construction process, which was evaluated according to the first version of calculations, to the impact of the new building after the end of construction, which was analyzed according to the second version of calculations. In this way, the change in the stress-deformation state of the main urban building is determined, which is a criterion for determining the impact of adjacent construction in the urban area on the condition of the ground bases and foundations of adjacent buildings, their preservation and ensuring safe operation.

Keywords: dense building, new construction, combined half-space, stress-strain state, stability parameters, enclosing structures.

Introduction. During construction in densely populated areas, one of the main issues is ensuring the preservation of existing adjacent buildings located in the influence zone of deep pits excavation. One of the most important factors determining the quality condition of industrial, civil and transport construction objects is the strength and absence of cracks and local destruction in the structures of buildings and structures during the entire period of operation.

Recently, construction in the cities of Ukraine has been carried out in densely built-up conditions in difficult geological conditions with maximum

use of underground space for arranging underground parts of construction objects. At the same time, such construction is carried out within built-up areas, which affects the stability of adjacent areas, and changes their regime and causes significant changes in the stress-deformed state of buildings and structures of adjacent buildings.

Formulation of the problem. Construction in densely built-up conditions creates in each case a set of additional risks that must be taken into account when developing design and design-technology documentation, organizing construction, and further safe operation of objects.

For adjacent objects of existing buildings, construction may create a risk of damage, disruption of normal operation, deformation of structures, and sometimes accidents due to disturbance of foundation soils when performing nearby earthworks for the development of deep pits; compaction and movement of the soil in the active zone of the foundations due to additional loads from the new building, dynamic loads on the foundation from the installation of enclosing structures of deep pits with the use of sheet piles, piles and anchors; destructive processes - erosion, landslides, karst-sufosis phenomena, freezing, subsidence of the earth's surface, changes in established hydrogeological conditions and associated flooding or drainage of built-up areas; vibrational or dynamic effects from the operation of construction equipment; and, in addition, violation of normal conditions of insulation, ventilation, engineering support, landscaping of existing buildings [3].

During the design of construction objects in densely built-up conditions, a complex of measures to ensure construction safety is necessary, with further monitoring, which involves on-site observations of the technical condition of the construction object, adjacent buildings, the engineering, geological and ecological situation in the adjacent territory, and a stabilization period facility operation [7]. The specified set of measures provides for engineering searches of the construction site in densely built-up conditions for the development of project solutions and construction methods of the object, which ensure the preservation of the operational qualities of the adjacent objects and compliance with man-made safety requirements. At the same time, it is necessary to choose volume-planning and structural solutions taking into account the influence of deep pits and buried structures on existing buildings and structures and to provide enclosing structures for holding the walls of the pit [3], a the arrangement of the foundations of a new object is designed taking into account their influence on the stress state of the foundations of existing objects and ensuring the possibility of their independent settlement.

The analysis of recent studies and publications, in which the solution to this problem has been initiated, gives reason to believe that the strength of buildings and structures depends on the characteristics of the strength of the soil foundation and the complex of reasons and factors that can influence their change. Soils, as a rule, are complex dispersed systems, the physical and mechanical characteristics of which can change under the influence of various reasons and factors.

One of the determining factors affecting the structural scheme of the fortification structures, the cost-effectiveness of the adopted design decisions,

are the magnitudes of soil deformations in the foundations of structures located nearby. The complexity of the processes and a significant number of factors that arise in the natural basis during the installation of fortifications, their changes over time, etc. calculations do not take into account enough. Deformations of enclosing structures, phenomena of suffusion, evaporation, disturbance of stability, etc. lead to a change in the structure and a decrease in the mechanical strength of soils, filtration deformations and deformations of the earth's surface, are one of the main factors that cause accidental destruction of structures of buildings and structures [2].

In pit fence structures, one of the determining factors affecting their structural scheme and the cost-effectiveness of the project decisions is the horizontal pressure of the soil on the fence, the magnitude of soil deformations in the foundations of structures located near the boundary of the pit, which today for complex engineering geological conditions are insufficiently studied.

The aim of the work and research tasks is assessment the impact of a new building at full load after completion of its construction has been investigated through an assessment of the interaction with the building envelope, the ground mass of the base and the foundation of the existing five-story building, in comparison with the assessment of the impact of a deep excavation in the process of engineering preparation for this construction, based on the developed methodology for studying the interaction of new construction objects and nearby buildings in complex engineering and geological conditions and dense development conditions.

Theoretical foundations of research. For numerical studies of the stability of the combined space, the proposed methodology has been used, which is built on the initial relations of the variational equations of equilibrium and the equation of the load surface in the six-dimensional stress space, which is a development of the theory of the limit stress state of the soil half-space based on the introduction of an extended yield criterion for a plane problem of the nonlinear theory of elasticity and plasticity, which provides for the determination of the value of the second critical load, at which solid sections of the ultimate stress state appear in the soil half-space [1].

The developed theory is built on the ideas of generalizing the dependences of soil mechanics and consists in constructing the relations of the stress-strain state of the calculation domain from the standpoint of the mechanics of a deformed solid body, using algorithms for solving problems of the theory of elasticity and plasticity, with the construction of universal calculation models of the combined half-space, which allows more to reasonably determine the value of the stress-deformed state of complex soil foundations that are in interaction with the enclosing structures of fortifications, foundations of adjacent buildings and the entire complex of buildings in the surrounding buildings. On the basis of this, a methodology was developed for the study of the interaction of enclosing protective structures with the soil half-space in the above-limit state, taking into account geometric and physical nonlinearities in the formulation of the task, during the implementation of the evolution of complex loading, taking into account the active and passive components of the

load and the unloading effect of the combined half-space, which provides more accurate consideration of both elastic and plastic deformations, and allows for a more reasonable determination of the stress-strain state of bases and foundations, building structures and surrounding buildings, which are in interaction with complex soil bases, that is, it allows to investigate the processes that occur in the soil foundations during the reconstruction of urban areas, which essentially constitute an assessment of the impact of new construction on the adjacent buildings, especially in difficult engineering and geological conditions [6].

Assessment of the interaction of new construction object at full load and surrounding buildings. In order to determine the impact on existing buildings during the reconstruction of a part of the city territory in densely built-up conditions, as part of the scientific and technical support for the design and construction of a 25-story residential building with built-in and attached office premises and underground parking, design and calculation studies were carried out with numerical calculations of the impact to a half-space to a depth of 41.0 m in the central cross-section of the investigated site with a length of 150.0 m, as well as to the adjacent buildings after the completion of construction at full load (Fig. 1).

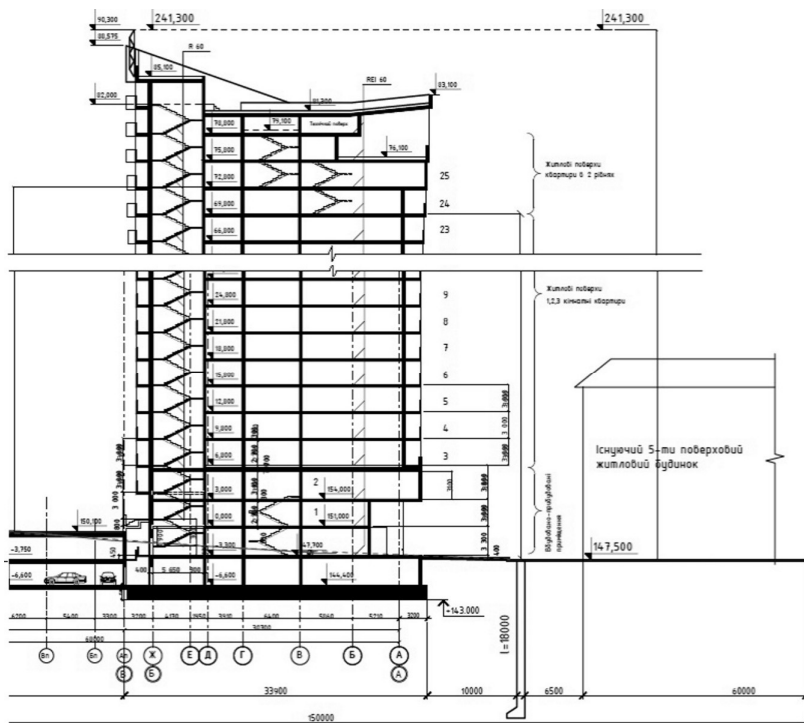


Fig. 1. Section of the designed 25-story residential building and the existing 5-story residential building

In the conducted numerical studies, the methodology for solving the problem of nonlinear soil mechanics based on the limit equilibrium of soil massifs in interaction with the enclosing structures of deep pits and foundation elements of new and existing buildings is applied. The results of the study of the combined half-space using a new model of the equations of state of a multi-layered soil massif for a specific problem in the variant of the interaction of the enclosing structure of the pit with the soil half-space and the foundations and the base of the existing residential five-story building, when the active pressure on the supporting «wall in the soil» exceeds passive pressure of soil resistance at the base of the pit under the building being designed.

The purpose of the research is to determine the change in pressure on the enclosing structure over time and to determine the change in the stress-strain state of the enclosing structure itself and the foundation of the existing residential building. The result of determining the change in the deformation of the base of a 5-story building is the fluctuation of the soil base and the maximum amplitude of uneven settlement of the existing building foundations, which is a criterion for determining the influence of adjacent construction in conditions of dense urban development on the condition of the ground bases and foundations of adjacent buildings.

In the conducted numerical studies, the developed methodology for solving the problem of nonlinear soil mechanics based on the limit equilibrium of soil massifs in interaction with the enclosing structures of deep pits and foundation elements of new and existing buildings has been applied. The specified methodology for numerical studies of a heterogeneous half-space is built on the basis of the nonlinear theory of elasticity and plasticity, considering geometric and physical nonlinearities in the formulation of the problem. The results of the combined half-space research using a new model of the state equations of the multilayer soil massif for a specific problem has been obtained in two versions:

1. Assessment of the influence of a deep pit in the process of engineering preparation of construction, through researching the interaction of the enclosing structure of the pit with the soil half-space and the foundations and foundation of the existing residential five-story building, when the active pressure on the supporting "wall in the soil" exceeds the passive pressure of the soil resistance at the base of the pit under the building being designed; which was discussed in the article [8].

2. Assessment of the impact of a new building at full load after construction, through researching the interaction of the enclosing structure and the pile foundation with the grid with the soil mass and the foundation and foundation of the existing five-story building, when the passive pressure exceeds the primary active pressure from the existing building and performs the function of active pressure.

The purpose of the second variant of research is to determine the change in pressure on the enclosing structure over time and to determine the change in the stress-strain state of the enclosing structure itself and the foundation of the existing residential building. The result of the determination is a change in the

deformation of the ground bases of a 5-story building, as well as fluctuations of the soil base and the maximum amplitude of uneven settlement of the foundations of the existing building, that is a criterion for determining the impact of adjacent new construction on the state of ground bases and foundations of nearby buildings in conditions of dense urban development.

The initial data were the determined physical and mechanical characteristics of the soil half-space layers according to the data of engineering geological investigations, considering the correction of the properties of the soils of the multilayer half-space by depth [4], as well as physical and mechanical characteristics of inclusions in the half-space of concrete and reinforced concrete elements, including piles of enclosing structures such as a solid «wall in the soil».

The calculated load per 1 m² of the pile grillage surface area has been determined, which consisted 82.32 kN/m². The resulting load on the foundations edge of the existing 5-story residential building was 14.22 kN on 0.5 m of the outer wall length.

A discrete model and calculation diagram of the interaction of the enclosing structures of the pit, the pile foundations of the new residential building and the foundations of the existing adjacent building with the soil half-space has been built.

The initial variation of the motion equation in accordance with energy methods describes the equilibrium of the elementary volume of an arbitrary continuous medium, regardless of its physical and mechanical properties. The proposed methodology implements the applied approach of variational principles and the theory of finite stress deformed body, when the obtained solutions are related to the distribution of initially elastic regions into elastic and inelastic regions with developed zones of elastic-plastic regions (shearing for soils) of deformations. The initial finite-element model in the process of deformation was transformed in accordance with the criterion of fluidity (destruction) of the soil massif and was divided into two zones for determining the stress-strain state: elastic and elastic-plastic using the loading surface according to the Coulomb–Mohr criterion, considering the tensor-deviator invariant stress functions through the Lode–Nadai invariant [1]. Also, the proposed methodology was used an extended modified Mises yield criterion, which makes it possible to obtain more accurate solutions to stability problems of a combined multilayer half-space.

The discrete model and calculation scheme of the multi-layered soil half-space is built taking into account the presence of inclusions of pit fence structures, new building foundations, existing structures and cavities.

The grid area of the discrete model S_1, S_2, S_3 , is regular and placed within the bounds $S_1 = 1, M1, S_2 = 1, M2, S_3 = 1, M3$. The values of the dimensions of the mesh area were equal:

$$S_1 = M1 = 2, S_2 = M2 = 25, S_3 = M3 = 104.$$

Thus, the number of nodes of the two-layer mesh area was equal:

$$N_{UX} = M1 \cdot M2 \cdot M3 = 2 \cdot 25 \cdot 104 = 5200.$$

Accordingly, the number of nonlinear equations makes up a system of:

$$K = 3 \cdot N_{UX} = 3 \cdot 5200 = 15600$$

equations without considering the imposed boundary conditions.

The geometric overall dimensions of the calculated half-space were: 41×150 m, the thickness of the half-space was 50 cm.

Results of numerical studies of the discrete model of the combined half-space. The adopted version for calculating the interaction of the enclosing structures and the existing building foundations with the soil half-space with a free pit is a classic solution to this problem and, as a rule, the most dangerous from the point of view of the pit slope stability.

For the purpose of comparison with the impact of a deep pit in the process of engineering construction preparation, by researching the interaction of the pit enclosure structure with the soil half-space and the foundations and foundation of the existing residential five-story building, a research of the impact of the new building at full load after construction has been carried out, by investigating the interaction of the enclosing structure and the grid pile foundation with the soil mass and the ground bases and foundation of the existing five-story building. For this purpose, the interaction of the enclosing structures, the pile foundations of the new building and the foundations of the existing residential building with the soil half-space at full load has been considered.

Based on the obtained numerical results, the stress-strain state of the «wall in the soil» structure under full loading of the half-space has been determined, which is illustrated by the diagram of transverse deflections (Fig. 2) and by the diagram of bending moments in the «wall in the soil» section (Fig. 3).

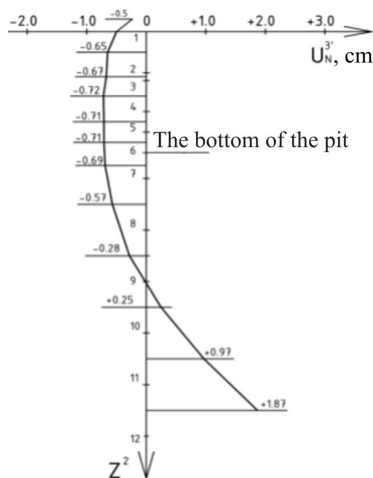


Fig. 2. Diagram of transverse deflections of the «wall in the soil» at full loading of the half-space

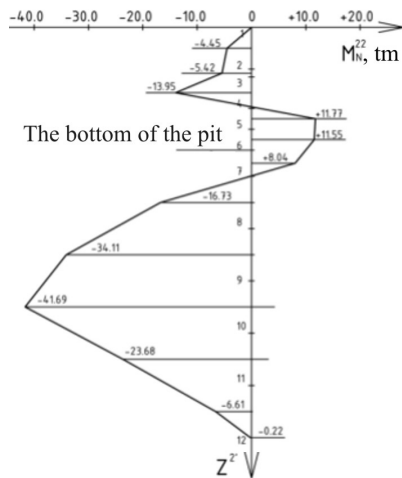


Fig. 3. Diagram of bending moments in the cross-section of the «wall in the soil» structure with full loading of the half-space

According to the second version, the settlement of the foundations of the existing building in the center along the length did not change at all, that is, it was in the first version $U_{4459}^2 = 26.17$ cm, and in the second version it became $U_{4459}^2 = 26.09$ cm, that is, the difference of everything $U_{4459}^2 - U_{4459}^2 = 0.8$ cm.

But the average rotation of the sole has changed on the opposite: first to $+\tan\alpha=0.0021$, second to $-\tan\alpha=0.0022$, due to the fact that the prism was formed by passive pressure on the retaining wall from the side of the pile foundation of the new building.

From the analysis of the movements of nodes located on the vertical face of the «wall in the soil» structure (retaining wall of the pit), it was concluded that the transverse displacements of the retaining wall occur by rotating it as a significant whole clockwise. With such a turn, the internal forces were insignificant within 50% of the strength margin of the retaining wall.

The analysis of the pile foundation settlement indicated a smooth and symmetrical appearance with a maximum settlement up to 42.28 cm, with a strut ± 2.48 (2.34) cm. This settlement is calculated with a reliability coefficient equal to $K/h=1.4$, that is, subsidence in reality can be almost two times less. But it was the unevenness of the subsidence, which was only 6.7 cm at half run, that is dangerous – 17 m, namely:

$$\frac{6,7}{1700} \cong 0,0038 < 0,0044.$$

At the same time, the roll was formed by only 0.5 cm:

$$\frac{0,5}{3400} \cong 0,00014 < 0,001.$$

The analysis of the cross-section diagrams of the retaining wall proved that they are almost the opposite of the first version, while the bending moment increased to 41.69 tm and almost lost the margin of strength that was in the first version.

From the analysis of the movements of the nodes located on the vertical face of the «wall in the soil» structure (retaining wall of the pit), it can be concluded that the transverse displacements of the retaining wall compared to the calculations according to the first option have changed to the opposite, which is associated with the formation of a sliding prism under the passive pressure on the retaining wall from the side of the pile foundation of the new building. This indicates a change in the stress-deformation state of the soil base of the existing building, from the influence of the deep excavation during the construction process, which was evaluated according to the first version of calculations, to the impact of the new building after the end of construction, which was analyzed according to the second version of calculations. In this way, the change in the stress-deformation state of the main urban building is determined, which is a criterion for determining the impact of adjacent construction in the urban area on the condition of the ground bases and foundations of adjacent buildings, their preservation and ensuring safe operation.

General conclusions and recommendations. The problem of changing the pressure on the enclosing structure in time and determining the change in the stress-strain state of the enclosing structure itself and the foundation of the existing residential building has been solved. The change in the deformation of the foundation of a five-story building, that is, the fluctuation of the soil base and the maximum amplitude of uneven settlement of the foundations of the existing building, which is the criterion for determining the impact of adjacent

construction in the urban area on the condition of the ground bases and foundations of adjacent buildings, has been determined.

The results of scientific research proved that, according to the results of the first version of numerical calculations, it is enough to design a protective screen of enclosing structures to a depth of 10-12 m, but according to the results of the second option, in the presence of fluctuations of active and passive pressure on the enclosing «wall in the soil», it is necessary to design a screen to a depth of 17.0 m, at the same time, the maximum amplitude of uneven precipitation almost approaches the maximum relative normative value.

The impact of the new building on the existing nearby building of a five-story residential building turned out to be quite significant. There is a change in the pressure on the protective enclosing structure, which causes the maximum allowable subsidence of the sole of the foundations and a change in slopes.

The amount of subsidence will not cause the development of cracks, but the protective screen – the enclosing structure within the connection with this building must be arranged to a depth of at least 17.0 m, and a diameter of at least 600 mm, with the arrangement of appropriate subsidence joints.

The developed recommendations are taken into account in the production activity when making design decisions, taking into account the possible dangers from the impact of the construction of a 25-story residential building to justify the necessary engineering training measures to ensure the safe operation of the existing buildings and the protection of the territories.

The applied calculation methodology allows to consider the nature of the inhomogeneities of soil bases during the construction and reconstruction of buildings and to determine the influence of inclusions of soil elements of different strength on the elastic-deformed state of structures interacting with the soil base in complex geological conditions and especially in conditions of close adjacent buildings. On the basis of the conducted research, explanations were made regarding the situation at this facility, and recommendations were developed on the influence of heterogeneous soil foundations on the stress-deformation state of pit fences, ground bases and foundations of adjacent buildings, which were used in the reconstruction and development of certain areas in the city of Kyiv and other cities of Ukraine.

Thus, the methodology for determining the stress-deformation state of fences of deep pits, bases and foundations, and structures of buildings and structures located near pits, in the presence of inhomogeneities and weak layers in the base and the development of evaporation or suffusion of soils, allows to substantiate the assessment of the influence of buried structures on adjacent development of populated areas, ensure safe construction and reduce the risks of negative impact during construction in conditions of dense construction.

In order to find out the possible scope of reconstruction, it is necessary to carry out a comprehensive study of the degree of influence of new construction on the state of the foundations of adjacent existing buildings, for which it is necessary to solve complex scientific problems related to the methods of mechanics of a continuous environment in the most general approach based on the proposed methodology of scientific technical substantiation of the

reconstruction of urban areas. The solution of this complex problem from a reliable analysis is connected with the research of the combined space, namely the interaction of solid deformed bodies with soil massifs, based on the laws of the nonlinear theory of elasticity and plasticity, nonlinear soil mechanics, variational methods, with the connection of the apparatus of nonlinear programming and effective numerical methods [5].

The design and construction of buildings and structures in areas with dense urban development with complex engineering and geological conditions is associated with the need to solve complex geotechnical problems in order to ensure normal operating conditions for newly constructed and existing buildings and structures, and to prevent emergency situations. In the case of a complex engineering and geological situation, it is necessary to develop appropriate measures to strengthen the ground foundations and protect the territories. It is also necessary to further develop normative documentation that regulates the implementation of the main technological processes of construction and assembly works and takes into account the current situation of construction in the conditions of dense urban development, its impact on existing nearby buildings, which would include a special section on scientific substantiation and scientific and technical support reconstruction. The entire complex of the specified measures during the implementation of works in the process of reconstruction of territories with dense urban development and complex engineering and geological conditions should be included in the development of district planning projects and schemes with justification of the appropriate scale of reconstruction.

The developed recommendations can be taken into account when making design decisions, taking into account possible dangers from the impact of a new multi-story building for the scientific justification of the necessary measures of engineering preparation of a new building [7]. In the future, the proposed methodology for the scientific substantiation of measures for the engineering preparation of territories and forecasting their possible consequences, based on the analysis of numerical studies of the stressed state and the assessment of the stability of the foundations of real objects according to the generalized design parameters, will allow to build the principles of reconstruction of urban areas with dense buildings and complex geological conditions and provide appropriate recommendations for determining the impact of reconstruction and the scale of necessary engineering preparation in order to protect the territories and preserve the existing buildings.

REFERENCES

1. Tsykhanovskii V.K., 2004. Metod skinchennykh elementiv u zadachakh doslidzhennya neodnorodnogo pivprostoru z urakhuvannyam heometrychnoyi i fizychnoyi neliniynosti (Finite element method in problems of investigation of inhomogeneous half-space taking into account geometric and physical nonlinearity) / Tsykhanovskii V.K., Prusov D.E. // *Strength of Materials and Theory of Structures* – Kyiv National University of Construction and Architecture. – Vol.75.– Ps. 87-98. (ukr).
2. Prusov D.E., 2009. Analysis of the equilibrium equations of a discrete computational model of the soil half space. // *Advances in Aerospace Technology*, Vol.40(3), 141–143. DOI: <https://doi.org/10.18372/2306-1472.40.1765>.
3. Prusov D.E., 2009. Problemy proektuvannya ohorodzhuyuchykh konstruktsiy hlybokykh kotlovaniv v umovakh shchilnoyi zabudovy (Problems of designing enclosing structures of

- deep excavations in the dense housing conditions) / D.E. Prusov // *Urban and territorial planning*. – Kyiv National University of Construction and Architecture. – Vol.37. – Ps.121-130. (ukr).
4. *Utility Model Patent*, 2011. Sposib urakhuvannya zminy z hlybinoyu kharakterystyk mitsnosti neodnorodnoho hruntovoho pivprostoru (The method for account change in depth of strength characteristics of non-uniform soil semi-space) / Inventors: Tsykhanovskii V.K., Prusov D.E. // *Utility Model Patent No.59066*, Ukraine, MPK G01N 33/24 (2006.01), Bull. No.9, 2011. (ukr).
 5. *Prusov D.E.*, (2012). Numerical Research of the Retaining Constructions During Reconstruction of the Transport Structures / D.E. Prusov // *Transport* (Lithuania). – Volume 27, Issue 4. – Ps. 357–363. [<https://journals.vgtu.lt/index.php/Transport/article/view/4953>]
 6. *Prusov D.E.*, 2014. Stress–Strain State of a Combinational Soil Half-Space During Reconstruction / D.E. Prusov // *International Applied Mechanics*. – Volume 50, Issue 2, – Pp 141–149. [<https://link.springer.com/article/10.1007/s10778-014-0618-x>].
 7. *Prusov D. E* 2014. The system of risk assessment criteria and consequences prediction of urban areas transformation. // *Advances in Aerospace Technology*, Vol.61, No.4, 116–120. <https://doi.org/10.18372/2306-1472.61.7601>.
 8. *Prusov D.E.*, 2020. Scientific substantiation of engineering preparation measures due to the influence of construction in the dense building conditions. *Strength of Materials and Theory of Structures*, Vol.104. – P.229-241. [<https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.104.229-241>].

Стаття надійшла 12.10.2022

Прусов Д.Е.

ОЦІНКА ВЗАЄМОДІЇ Б'ЄКТУ НОВОГО БУДІВНИЦТВА ПРИ ПОВНОМУ НАВАНТАЖЕННІ ТА ПРИЛЕГЛИХ БУДІВЕЛЬ В УМОВАХ ЩІЛЬНОЇ ЗАБУДОВИ

У роботі досліджується вплив нової будівлі при повному навантаженні після закінчення будівництва, шляхом оцінки її взаємодії з огорожувальними конструкціями з ґрунтовою масою та основою і фундаментом існуючої п'ятиповерхової будівлі, у порівнянні з оцінкою впливу глибокого котловану в процесі інженерної підготовки будівництва, на основі розробленої методології дослідження взаємодії об'єктів нового будівництва та прилеглої забудови у складних інженерно-геологічних умовах і в умовах щільної забудови.

Для чисельних досліджень стійкості комбінованого простору використовуються запропонована методологія, яка побудована на вихідних співвідношеннях варіаційних рівнянь рівноваги і рівняння поверхнінавантаження у шестивимірному просторінапружень, що є розвиткомтеорії граничного напруженого стану ґрунтового півпростору на основі запровадження розширеного критерію текучості для плоскої задачі нелінійної теорії пружності і пластичності, яка передбачає визначення величини другого критичного навантаження, при якому у ґрунтовому півпросторі виникають суцільні ділянки граничного напруженого стану.

З аналізу переміщень вузлів, які розташовані на вертикальній грані конструкції «стіни в ґрунті» (підпірної стінки котловану) зроблений висновок, що поперечні зміщення підпірної стіни, порівняно з розрахунками за першим варіантом, змінилися на протилежні, що пов'язано з утворенням призми ковзання за пасивним тиском на підпірну стінку з боку пальового фундаменту новобудови. Це свідчить про зміну напружено-деформованого стану ґрунтової основи існуючої забудови, від впливу глибокого котловану у процесі будівництва, який був оцінений за першим варіантом розрахунків, до впливу нової будівлі після закінчення будівництва, що було проаналізовано за другим варіантом розрахунків. Таким чином визначена зміна напружено-деформованого стану основ міської забудови, що є критерієм визначення впливу суміжного будівництва у міській зоні на стан основ і фундаментів суміжних будівель, їх збереження та забезпечення безпечної експлуатації.

Ключові слова: тісна забудова, нове будівництво, комбінований півпростір, напружено-деформований стан, параметри стійкості, огорожувальні конструкції.

Prusov D.E.

ASSESSMENT OF INTERACTION THE NEW CONSTRUCTION OBJECT AT FULL LOAD AND THE SURROUNDING BUILDING IN THE DENSE URBAN DEVELOPMENT CONDITIONS

The work is devoted to research the impact of a new building at full load after completion of its construction has been investigated through an assessment of the interaction with the building envelope, the ground mass of the base and the foundation of the existing five-story building, in

comparison with the assessment of the impact of a deep excavation in the process of engineering preparation for this construction, based on the developed methodology for studying the interaction of new construction objects and nearby buildings in complex engineering and geological conditions and dense development conditions.

For numerical studies of the stability of the combined space, the proposed methodology has been used, which is built on the initial relations of the variational equations of equilibrium and the equation of the load surface in the six-dimensional stress space, which is a development of the theory of the limit stress state of the soil half-space based on the introduction of an extended yield criterion for a plane problem of the nonlinear theory of elasticity and plasticity, which provides for the determination of the value of the second critical load, at which solid sections of the ultimate stress state appear in the soil half-space.

From the analysis of the movements of the nodes located on the vertical face of the «wall in the soil» structure (retaining wall of the pit), it can be concluded that the transverse displacements of the retaining wall compared to the calculations according to the first option have changed to the opposite, which is associated with the formation of a sliding prism under the passive pressure on the retaining wall from the side of the pile foundation of the new building. This indicates a change in the stress-deformation state of the soil base of the existing building, from the influence of the deep excavation during the construction process, which was evaluated according to the first version of calculations, to the impact of the new building after the end of construction, which was analyzed according to the second version of calculations. In this way, the change in the stress-deformation state of the main urban building is determined, which is a criterion for determining the impact of adjacent construction in the urban area on the condition of the ground bases and foundations of adjacent buildings, their preservation and ensuring safe operation.

Keywords: dense building, new construction, combined half-space, stress-strain state, stability parameters, enclosing structures.

УДК 539.3;624.1

Прусов Д.Е. Оцінка взаємодії б'єкту нового будівництва при повному навантаженні та прилеглих будівель в умовах щільної забудови / Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. — К.: КНУБА. 2022. — Вип. 109. — С. 455-466.

Досліджується вплив нової будівлі при повному навантаженні після закінчення її будівництва шляхом оцінки взаємодії з огороджувальними конструкціями, ґрунтовою масою основи та фундаментом існуючої п'ятиповерхової будівлі, порівняно з оцінкою впливу глибокого котловану в процесі інженерної підготовки цього будівництва, на основі розробленої методології дослідження взаємодії об'єктів нового будівництва та прилеглої забудови у складних інженерно-геологічних умовах та в умовах щільної забудови.

Лл. 3. Бібліогр. 8 назв.

UDC 539.3;624.1

Prusov D.E. Assessment of interaction the new construction object at full load and the surrounding building in the dense urban development conditions / Strength of Materials and the Theory of Structures. — K.: KNUBA. 2022. — Issue 109. — P. 455-466.

The impact of a new building at full load after completion of its construction has been investigated through an assessment of the interaction with the building envelope, the ground mass of the base and the foundation of the existing five-story building, in comparison with the assessment of the impact of a deep excavation in the process of engineering preparation for this construction, based on the developed methodology for studying the interaction of new construction objects and nearby buildings in complex engineering and geological conditions and dense development conditions.

Fig. 3. Ref. 8.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри БІТ Інституту інноваційної освіти КНУБА, ПРУСОВ Дмитро Едуардович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, вул. Освіти, 4. Інститут інноваційної освіти Київського національного університету будівництва і архітектури, ПРУСОВУ Д.Е.

Тел.: +38 (044) 244-96-63, (044) 245-48-56

E-mail: prusov.de@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-1720-2798>

УДК 539.3; 624.073.4

IMPACT OF ELASTICITY OF POLYMER FILLER OF THREE-LAYER CYLINDRICAL STRUCTURE OF ELLIPTICAL SECTION ON ITS BEHAVIOR UNDER INTERNAL IMPULSE LOADING

V.V. Gaidaichuk¹,

Doctor in Engineering Science

K.E. Kotenko¹,

Ph.D. in Engineering Science

D.S. Lavinskiy²

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture,
31 Povitroflotskyi ave., Kyiv 03680*

²*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,
HeroivOborony St, 15, Kyiv, 03041*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.467-472

The impact of the elasticity of the polymer filler of a three-layer cylindrical structure of normal elliptical cross-section on its stress-strain state under internal impulsive loading was studied. Determined values and distribution of normal deflections and stresses in sections S_1 and S_2 . The finite-element method of calculating the stress-strain state (SSS) of such a structure by the software-calculation complex *Fimap with NX Nastran* was applied. Conclusions were made regarding the sufficient expediency of considering the elasticity of the filler when optimizing the design of such structures.

Key words: three-layer cylindrical shell, polymer filler, finite element model, elliptical cross section, impulsive axisymmetric load, finite element method.

Introduction. Expanding the specificity and increasing the volume of use of layered shells in various fields of technology requires early effective engineering solutions that guarantee reliability and ensure the economy of such structures.

In this regard, a need to take into account the geometric shape of the structure, physical and mechanical properties of its material, dynamic and other influences on it arises. That is, a comprehensive approach is needed.

A test attempt, in this situation, to increase the reliability of the layered structure by increasing the elasticity of its polymer filler. The implementation of the given task ensures the determination and distribution of indicators of the stress-deformed layered structure, which determine its dynamic behavior, the selection and justification of the design features and the shape of the structure under study to ensure the objectivity of such information [1-4].

Problem statement. The stress-strain state of the inner and outer working layers of the cylindrical shell of a normal elliptical cross-section (Fig. 1) is determined when the ratio of the semi-axes of the elliptical cross-section is $a/b = 1,10$.

The total thickness of the shell is $h=10$ mm ($h_1=h_2=1$ mm). The modulus of elasticity of the material of the layers $E_1 = E_3 = 70$ GPa, and that of the

polymer filler is $E_t = 0,14$ GPa. Other indicators have the following values $\mu_1 = \mu_3 = 0,3$, $\rho_1 = \rho_3 = 2,7 \cdot 10^3$ kg/m³, $\rho_t = 25$ kg/m³.

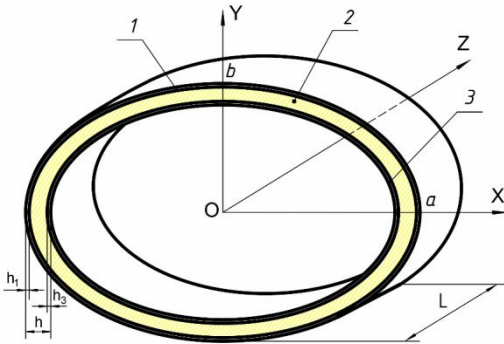


Fig. 1. Construction of a three-layer cylindrical shell structure:
1 – inner layer; 2 – polymer filler; 3 – outer layer

The shell uses a polymer filler that is significantly inferior to the elasticity of the material of its supporting layers. The ratios $E_{1,3}/E_t = 500$ are considered; $E_{1,3}/E_t = 50$, where $E_{1,3}$ is the modulus of elasticity of the materials of the inner and outer layers, and E_t is the filler. The values of normal deflections and normal stresses of the bearing layers of the shell are

determined.

The impulse load distribution $P_3(s_1, s_2, t)$ is carried out in the following form:

$$P_3(s_1, s_2, t) = A \cdot \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)], \quad (1)$$

where: A – the amplitude of the impulsive load; T – duration of load time; t – time interval. Their following parameters are accepted: $A = 10^6$ Pa; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ s.

The finite element method is used in the research [5]. Calculations of the indicators of the stress-strain state of the studied structures are carried out by the software and calculation complex *Fimap with NX Nastran* by the direct transient dynamic process algorithm. The specially created finite element model (Fig. 2) had 120000 finite elements and 141400 nodes. It uses a three-dimensional volumetric finite element of the *Solid* type, which in terms of the degree of elongation, narrowing, curvature, internal angles and other indicators meets the requirements for ensuring the quality of the finite element mesh [6].

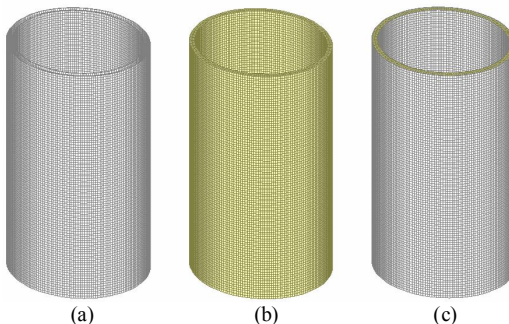


Fig. 2. Finite-element model of a three-layer cylindrical shell of elliptical cross-section:
(a) – inner and outer load-bearing sheathings; (b) – polymer filler; (c) – three-layer shell

It is assumed that the edges of the shell are tightly clamped, that is, at $S_1 = 0$ and $S_1 = L$: $U_1 = U_2 = U_3 = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$. Calculations of deflections and stresses of the middle surface of the layers are carried out in the range of $D = \{0 \leq S_1 \leq L, 0 \leq S_2 \leq A \cdot \pi/2\}$ and in the time interval $0 \leq t \leq 10T$.

The obtained results of numerical calculations are shown in Fig. 3 – 6. When the ratio of the modulus of elasticity of the material of the working layers is $E_{1,3}$ and the polymer filler E_t , with the value of $E_{1,3}/E_t = 500$, the normal deflections U_3 have more absolute values in the cross-section S_1 of the structure compared to the cross-section $S_2 = A \cdot \pi/2$.

In cross-section S_1 , their values reached a maximum at $t = 8,65T$, and in cross-section S_2 – at $t = 9,85T$. In the examined sections, the deflection of the inner layer turned out to be slightly larger, which is especially visible in Fig. 3 and 4. Thus, the absolute value of the maximum deflections in the S_1 section exceeded its value in the S_2 section by almost 6,67%.

With an increase in the elasticity of the polymer filler ($E_{1,3}/E_t = 50$), the absolute value of the deflections was reduced in both cross-sections of the structure. In the S_1 section, its value decreased by almost 4,58%, and the peak values shifted towards the middle of the length of the structure. The deflections of both working layers became almost completely the same. In cross-section S_2 , the reduction of the maximum deflection reached 17,1%, and its maximum value was distributed on the section $0,1L$ inside the length of the structure.

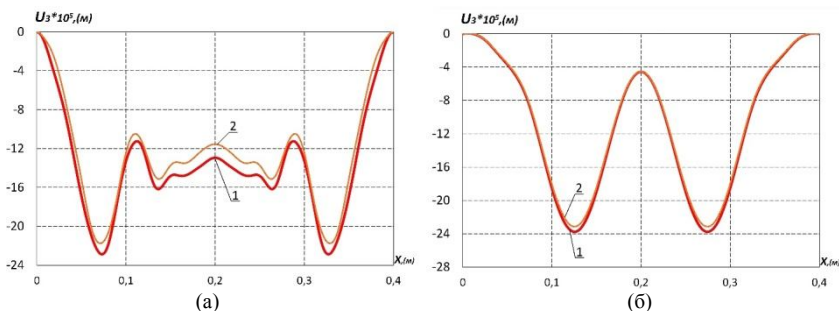


Fig. 3. Normal deflections of working layers of cylindrical shells in cross-section S_1 :
(a) – $E_{1,3}/E_t = 500$ at $t = 8,65T$; (б) – $E_{1,3}/E_t = 50$ at $t = 8,4T$

In a similar way the normal stresses of the working layers of the structure react to the change in the modulus of elasticity of the polymer filler. Thus, in the S_1 section at $E_{1,3}/E_t = 500$, the maximum value of the normal stress of the outer layer of the shell exceeded the similar value at $E_{1,3}/E_t = 50$ by 3,0%. And in the section S_2 at $E_{1,3}/E_t = 500$, the maximum value of the normal stress of the inner layer of the shell exceeded by almost 24,6% the similar value at the ratio $E_{1,3}/E_t = 50$.

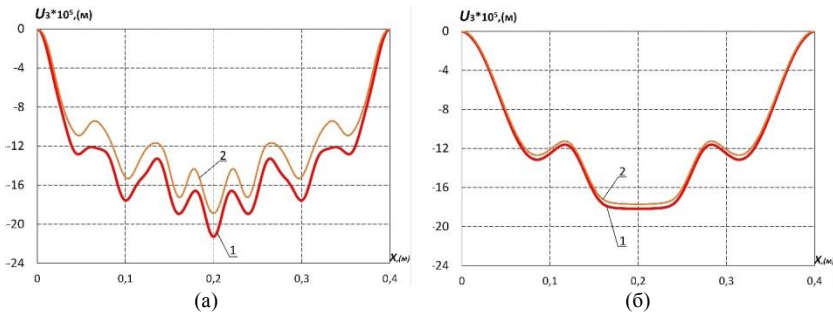


Fig. 4. Normal deflections of working layers of cylindrical shells in cross-section S_2 :
(a) – $E_{1,3}/E_t = 500$ at $t = 9,85T$; (б) – $E_{1,3}/E_t = 50$ at $t = 3,55T$

Therefore, the increase in the modulus of elasticity of the polymer filler strengthened the layered structure, reduced the heterogeneous character of the SSS of its working layers, and caused the redistribution of the stress-strain state in its individual elements. The obtained results indicate the expediency of using this factor in a complex system for ensuring the reliability of layered shells.

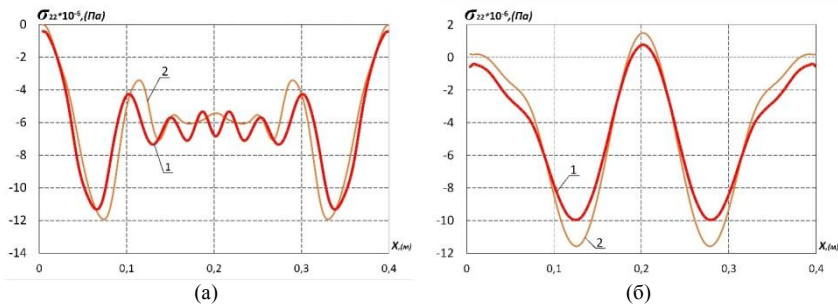


Fig. 5. Normal stresses of the working layers of cylindrical shells in the cross section and S_1 :
(a) – $E_{1,3}/E_t = 500$ at $t = 8,65T$; (б) – $E_{1,3}/E_t = 50$ at $t = 8,4T$

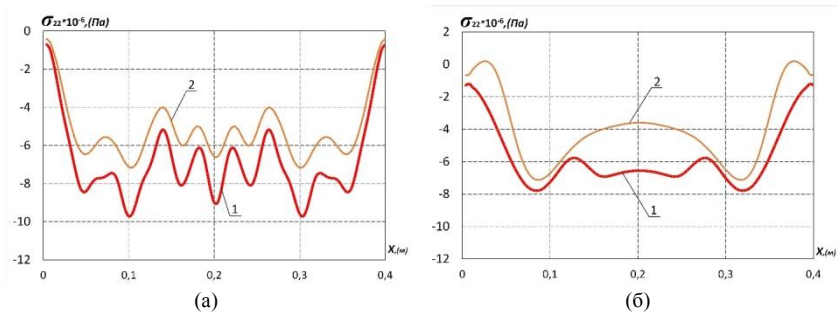


Fig. 6. Normal stresses of working layers of cylindrical shells in cross-section S_2 :
(a) – $E_{1,3}/E_t = 500$ at $t = 9,85T$; (б) – $E_{1,3}/E_t = 50$ at $t = 3,55T$

Conclusion. Increasing the elasticity of the polymer filler increases the strength and monolithicity of the layered structure. The use of this method ensures efficiency and is appropriate when the ratio of elasticity of the materials of the layers and filler is $E_{1,3}/E_t \leq 50$.

REFERENCES

1. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
2. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Stress–Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2021, 57(4), P. 395–404.
3. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E.* Stress-strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load c Strength of Materials and Theory of Structures. – 2020. – Issue. 105. – P. – 145-151.
4. *Meish V.F., Meish Y.A.* DYNAMICHNA Povedinka tsiylindryichnyih obolonok nekrugovogo perezhyzhu pri nestatsionarnykh navantazhennyah (Dynamic behavior of cylindrical shells of non-circular cross-section under non-stationary loads). Dopov. Nats. akad. naukUkr. 2021. № 5. P. 33—38.
5. *Seegerlind L.* Primeneniemetodakonechnyih elementov (Application of the finite element method). M.: Mir, 1979- 392 p.
6. *Rychkov S.P.* Modelirovanie konstruksiy v srede Femap with NX Nastran (Structural modeling in Femap with NX Nastran). - M.: DMK Press, 2016.-784 p.

Стаття надійшла 09.09.2022

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Лавінський Д.С.

ВПЛИВ ПРУЖНОСТІ ПОЛІМЕРНОГО ЗАПОВНЮВАЧА ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ СТРУКТУРИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕТИНУ НА ЇЇ ПОВЕДІНКУ ПРИ ВНУТРІШНЬОМУ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Досліджено вплив пружності полімерного заповнювача тришарової циліндричної структури нормального еліптичного перетину на її напружено-деформований стан при внутрішньому імпульсному навантаженні. Визначені величини і розподіл нормальних прогинів U_3 і напружень σ_{22} в перерізах S_1 і S_2 . Застосовано скінченно-елементний метод розрахунку показників напружено-деформованого стану таких структур програмно-розрахунковим комплексом Femap with NX Nastran. Зроблено висновки відносно доцільності врахування пружності заповнювача при оптимізації конструкцій таких структур.

Збільшення пружності полімерного заповнювача збільшує міцність і монолітність шаруватої структури. Використання такого прийому забезпечує ефективність і являється доцільним при співвідношенні модулів пружності матеріалів шарів і заповнювача $E_{1,3}/E_t \leq 50$.

Ключові слова: тришарова циліндрична оболонка, полімерний заповнювач, скінченно-елементна модель, еліптична форма перетину, імпульсне осесиметричне навантаження, скінченно-елементний метод.

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lavinskiy D.S.

IMPACT OF ELASTICITY OF POLYMER FILLER OF THREE-LAYER CYLINDRICAL STRUCTURE OF ELLIPTICAL SECTION ON ITS BEHAVIOR UNDER INTERNAL IMPULSE LOADING

The impact of the elasticity of the polymer filler of a three-layer cylindrical structure of normal elliptical cross-section on its stress-strain state under internal impulse loading was studied. Determined values and distribution of normal deflections U_3 and stresses σ_{22} in sections S_1 and S_2 . The finite-element method of calculating the stress-strain state (SSS) of such a structure by the software-calculation complex Femap with NX Nastran was applied. Conclusions were made

regarding the sufficient expediency of considering the elasticity of the filler when optimizing the design of such structures.

Increasing the elasticity of the polymer filler increases the strength and monolithicity of the layered structure. The use of this method ensures efficiency and is appropriate when the ratio of elasticity of the materials of the layers and filler is $E_{1,3}/E_f \leq 50$.

Key words: three-layer cylindrical shell, polymer filler, finite element model, elliptical cross section, impulsive axisymmetric load, finite element method.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Лавінський Д.С. Вплив пружності полімерного заповнювача тришарової циліндричної структури еліптичного перетину на її поведінку при внутрішньому імпульсному навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 109. – С. 467-472.

Іл. 6. Бібліогр. 6 назв.

UDC 539.3

Gaidachuk V.V., Kotenko K.E., Lavinskiy D.S. Impact of elasticity of polymer filler of three-layer cylindrical structure of elliptical section on its behavior under internal impulse loading / Strength of Materials and the Theory of Structures. – K.: KNUBA. 2022. – Issue 109. – P. 467-472.

Fig. 6. Ref. 6.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, ГАЙДАЙЧУКУ Віктору Васильовичу.

Роб.тел. +380 (44) 241-55-72;

Моб. тел. +380 (97) 542-94-27;

e-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net

ORCIDID: <https://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури КОТЕНКО Костянтин Едуардович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, КОТЕНКУ Костянтину Едуардовичу.

Роб.тел. +380 (44) 241-55-72;

Моб. тел. +380 (95) 585-20-76;

e-mail: 1969box@mail.ru

ORCIDID: <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): ЛАВІНСЬКИЙ Дмитро Сергійович.

Адреса робоча: 03041 Україна, м. Київ, вул. Героїв оборони, 15, Національний університет біоресурсів і природокористування України, ННІ Енергетики, автоматики і енергозбереження, кафедра автоматики та робототехнічних систем ім. акад. І.І. Мартиненка 03680 Україна, ЛАВІНСЬКОМУ Дмитру Сергійовичу.

Роб.тел. +380 (44) 527-82-22;

Моб. тел. +380 (97) 387-14-02;

e-mail: lavinskiy.dmitriy@gmail.com

ORCIDID: <https://orcid.org/0000-0001-7602-7347>

UDC 62-218:621.933.6

CALCULATING OPTIMAL PARAMETERS OF THE FOUNDATION FOR WOODWORKING MACHINES WITH HIGH DYNAMIC LOADS**Yu.I. Ozymok,**
PhD, Assoc.prof.**R.V. Pavlyuk,**
PhD**Yu.R. Kapral,**
PhD*Ukrainian National Forestry University,
103 General Chuprynka St., Lviv*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.473-484

The groundwork for machines with dynamic loads should meet the calculation requirements regarding strength and suitability for regular operation and the need for occupational safety standards regarding acceptable vibration levels. In addition, fluctuations in the groundwork should not cause a harmful impact on technological processes, equipment, and devices located on the foundation or outside it. A mathematical model of foundation vibrations and a methodology for calculating the foundation parameters are presented, taking into account dynamic loads from unbalanced masses and dynamic characteristics of the ground base. The mathematical model is a solution to the differential equation of the foundation vibrations. The article refutes a number of conventional concepts regarding the body of the foundation, its base, the geometric center and the damper between the foundation and the ground. The basis for determining the vibration damping modulus is the logarithmic decrement of vibration damping. It is constant and depends on the elastic and damping properties of the soil, as well as the installation mass. The more significant the logarithmic decrement, the faster the extinction occurs. It was found that an increase in the vibration resistance coefficient allows reducing the mass of the installation with a simultaneous increase in the area of its base, so the mass acts as a limitation. It was established that to ensure vibration resistance and prevent the resonance of the foundation, the ratio of the frequency of its natural vibrations to the frequency of forced vibrations should be at least 1.5. The calculation of the optimal mass, the base area and the depth of foundation laying is carried out according to the criterion of the minimum cost of its construction. An application software has been developed for the calculation. The projection methodology for the foundation for the machine with large dynamic loads is for a two-story sawmill.

Key words: model, ground, differential equation, resonance, logarithmic decrement, optimization criterion, prime cost, application software.

Introduction. A foundation is a structure designed to install a machine on it, which ensures its correct orientation in space during operation. Choosing the type, weight (mass), and size of the foundation for the machine is an important point during installation. The design of the foundation governs its cost, the degree of vibration, the machine wear, product quality, etc. Today, simplified methods are used to calculate foundations without taking into account the characteristics of the ground base, dynamic loads, and the impact on other equipment and buildings. This is especially important for woodworking machines with high dynamic loads: frame saws, shredders, chippers, screens, sieves.

Analysis of publications. A number of works deal with the study of the design of foundations for machines [1, 2, 3], in which it is shown that not only the solution, but also the formulation of the problem of foundation vibrations for machines has significant difficulties. N.P. Pavlyuk and E. Raush [1] significantly simplified this task. They proposed to consider the bodies of the machine and the foundation as absolutely rigid, and the mass of the base equal to zero. This made it possible to consider this problem as a vibration of a rigid body on an elastic base. In the works of A.A. Sannikov [2, 3], the problem is considered as vibrations of a rigid body on a viscoelastic base.

The following requirements are imposed on the foundation: strength and resistance against overturning; no subsidence of the ground; the impossibility of occurrence of vibrations; the inadmissibility of transmitting vibrations to other machines, structures and buildings.

Purpose of the paper. Development of theoretical provisions, calculation methods and practical recommendations for the construction of a foundation for woodworking machines with large dynamic loads as in the case of a frame saw.

Research results. For machines with high dynamic loads, the calculation of the foundation must be carried out for vibrations.

To simplify the problem, a number of assumptions were made:

1. The bodies of the foundation and the machine are absolutely rigid.
2. The base (ground) has no mass.
3. The entire mass of the installation is concentrated at one point – the geometric center of the foundation.
4. Between the foundation and the base there are springs and a very viscous liquid that serve as a damper (muffler).

The design physical model of the installation can be presented as a rigid body mounted on a viscoelastic base (Fig. 1).

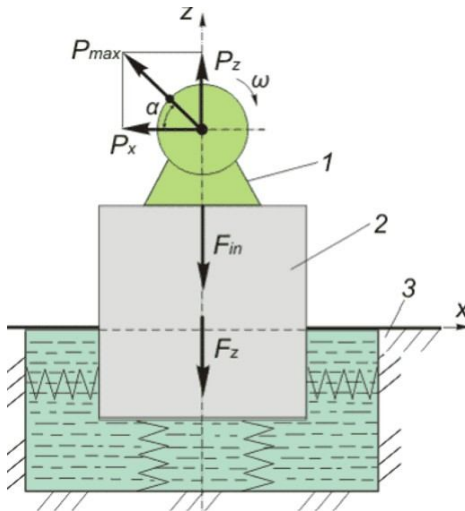


Fig. 1. Physical model of the foundation:
1 - foundation; 2 - machine; 3 - ground

To compose the differential equation of foundation vibrations, the forces acting on the system according to d'Alembert's principle are considered. The external exciting force P_{max} most often arises from unbalanced masses in the machine or from technological cutting forces (frame saws, compressors, bark edgers, etc.).

In most machines, the unbalanced mass has a rotational motion. In this case, when the force P_{max} is projected onto the z -axis, the force P_z changes according to a sinusoidal law, and when P_{max}

is projected onto the x -axis, the force P_x changes according to a cosine law

$$P_z = P_{\max} \cdot \sin \alpha; P_x = P_{\max} \cdot \cos \alpha,$$

where α —the angle of rotation of the crank; $\alpha = \omega \cdot t$; $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$; ω — angular

speed of the crank; t — time.

The exciting force P_z causes the inertia force P_{in} and the elastic force P_{oc} , these two forces vary, depending on the force P_z , and balance it

$$F_{in} + F_{\text{oc}} = P_{\max} \cdot \sin \omega t.$$

Inertia force

$$F_{in} = M \cdot a = M \cdot \frac{d^2 z}{dt^2},$$

where M — the mass of the installation which includes the mass of the foundation and the machine; z — the path traveled by the system in the direction of the z -axis.

The weight forces of the foundation and the machine are balanced by the reactions of the base and are not taken into account. The relationship between the movement of the foundation base and the elastic force, taking into account the absorbing energy of the ground (damping), is determined by the formula

$$F_{\text{oc}} = k_z \cdot \Phi_z \cdot \frac{dz}{dt} + k_z \cdot z, \quad (1)$$

where k_z — the ground stiffness; Φ_z — a constant damping coefficient (modulus of vibration damping), $\Phi_z = 0.001 \dots 0.1$ s.

Ground stiffness

$$k_z = C_z \cdot F_o, \quad (2)$$

where C_z — the coefficient of elastic uniform compression of the ground (N/m^3); F_o — the area of the foundation base (m^2).

After substitutions and division by M we obtain the differential equation

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{k_z \cdot \Phi_z}{M} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{k_z}{M} \cdot z = \frac{P_{\max}}{M} \cdot \sin \omega t. \quad (3)$$

This equation is called the differential equation of foundation vibrations. Equation (3) is an inhomogeneous linear second-order equation with constant coefficients. The solution to a differential equation of this kind is sought by a well-known mathematical theorem in the form

$$z = z_1 + z_2,$$

where z_1 — the general solution to a homogeneous differential equation

$$z_1 = A_1 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta \cdot t + \bar{\varphi}_0), \quad (4)$$

where $\alpha = \frac{-k_z \cdot \Phi_z}{2 \cdot M}$ — this is a simple (single-valued) root of the characteristic equation;

z_2 — a particular solution to an inhomogeneous differential equation

$$z_2 = \frac{P_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0^*)}{M \cdot \sqrt{\left(\frac{k_z}{M} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{k_z \cdot \Phi_z}{M}\right)^2} \cdot \omega^2}, \quad (5)$$

where $A_1 e^{\frac{k_z \cdot \Phi_z}{2 \cdot M} t}$ – a complex amplitude \bar{A}_1 , at $t=0$, the value of $\bar{A}_1 = A_1$; β – frequency of natural vibrations of the installation, $\beta = \frac{2\pi}{T}$, \bar{T} – period of natural vibrations; $\bar{\varphi}_0$ – initial phase of natural vibrations; φ_0^* – initial phase of forced vibrations.

Frequency of natural vibrations:

$$\beta = \sqrt{\frac{k_z}{M} - \left(\frac{k_z \cdot \Phi_z}{2 \cdot M}\right)^2}. \quad (6)$$

For $\Phi_z = 0$:

$$\beta = \sqrt{\frac{k}{M}} = \lambda, \quad (7)$$

where λ – the frequency of free vibrations of an elastic system without a damper.

Based on the results of solving the differential equation of foundation vibrations, graphs are constructed: for natural vibrations in the Z_1-t system; forced vibrations in the Z_2-t system; overall vibrations in the $Z-t$ system.

The analysis of the differential equation of foundation vibrations consists in determining the decrement of vibration damping and the coefficient of vibration resistance. The decrement of vibration damping is the ratio of the absolute values of two adjacent amplitudes through a half-period of natural vibrations (Fig. 2). It indicates the magnitude of the amplitude decay of natural vibrations over half a period. If we consider the equations of natural vibrations of the foundation (4), then z_1 takes its maximum values at the points when $\sin(\beta \cdot t + \varphi_0) = 1$. The first amplitude A_1 will be at the point t_1 , and the second amplitude A_2 – at the point $t = t_1 + T_1/2$

$$D = \frac{|A_2|}{|A_1|} = \frac{A \cdot e^{-\alpha(t_1 + T_1/2)}}{A \cdot e^{-\alpha t_1}} = e^{-\frac{k_z \cdot \Phi_z \cdot T_1}{4 \cdot M}}, \quad (8)$$

where e – the base of natural logarithms.

In practice, it is convenient to use the logarithmic decrement which is obtained by taking the logarithm of (8)

$$\ln D = \ln \left| \frac{A_2}{A_1} \right| = -\frac{k_z \cdot \Phi_z \cdot T_1}{4 \cdot M}.$$

Hence we define the modulus of vibration damping [4]

$$\Phi_z = -\frac{4 \cdot M \cdot \ln D}{k_z \cdot T_1}. \quad (9)$$

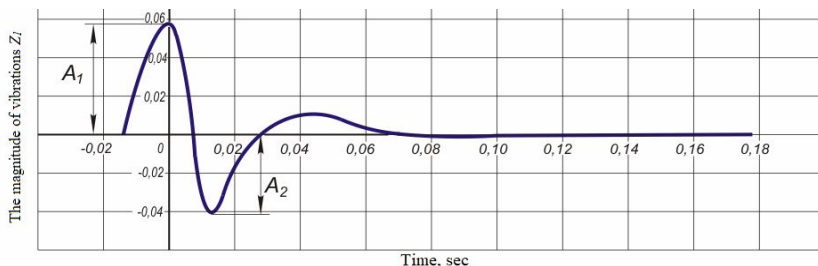


Fig. 2. Curve of the foundation's natural damping vibrations

The logarithmic decrement of vibration damping is a constant value and depends on the elastic and damping properties of the ground, as well as on the mass of the installation. The larger the logarithmic decrement, the faster the damping. It is important to note that with an increase in the mass of the foundation, the damping decrement decreases, and an increase in the area of the foundation base leads to its growth.

A detailed study in equation (5) of the dependence of the amplitude of forced vibrations on the frequency ω for different values of λ and Φ_z shows that if $\sin(\omega \cdot t + \varphi_0^*) = 1$, then z_2 is the amplitude of forced vibrations.

Previously (7) it was shown that $\sqrt{k/M} = \lambda$, $\lambda^2 = k/M$.

Denote $\omega/\lambda = \psi$, $\omega = \psi \lambda$.

Then the formula for the amplitude of vibrations is written in the form:

$$A = \frac{P_{\max}}{M \sqrt{(\lambda^2 - \omega^2)^2 + \lambda^4 \Phi_z^2 \omega^2}} \quad (10)$$

or

$$A = \frac{P_{\max}}{M \lambda^2 \sqrt{(1 - \psi^2)^2 + \Phi_z^2 \lambda^2 \psi^2}} \quad (11)$$

By accepting $P_{\max}/M = 1$, $\lambda = 1$, we construct the dependence $A = f(\psi)$ (Fig. 3). Fig. 3 shows that at different values of the vibration damping modulus Φ_z , the resonance curves increase sharply in the range from $\psi = 0.75$ to $\psi = 1.25$. This means that at small values in this range, the amplitude of forced vibrations increases to infinity and the phenomenon of resonance occurs. An important conclusion of practical importance follows from this: the frequency of natural vibrations of the foundation λ should be 1.5-3 times greater than the frequency of forced vibrations ω .

Foundations are designed in the following sequence:

- draw up a design model;
- determine the forces that excite vibrations;
- determine the mass of the foundation and the area of its base;
- select the dimensions of the foundation;
- perform checks for static and dynamic loads.

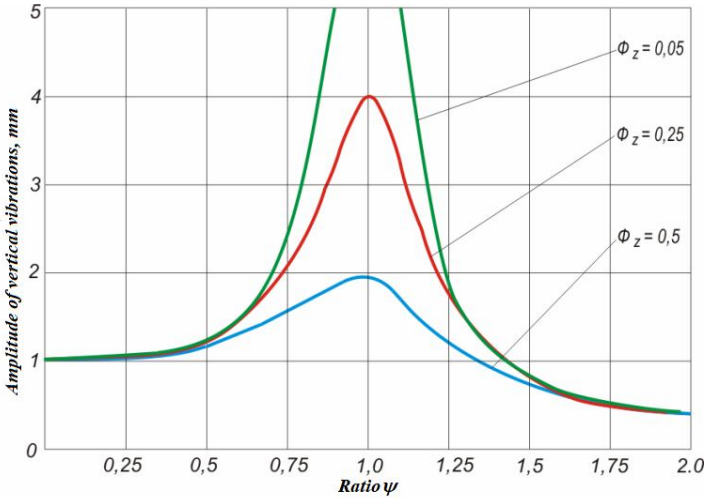


Fig. 3. Dependence of the amplitude of forced vibrations on the ratio $\psi = \omega/\lambda$.

1. Determination of forces that excite vibrations

The method of designing the foundation for a machine with large dynamic loads will be considered using the example of a frame saw. The design model of the installation is shown in Fig. 4, where a complex shape of the foundation is adopted: the upper part is in the form of an obelisk, the lower part is in the form of a plate. The design model shows the forces acting on the foundation during the operation of the frame saw.

Projection of the force P_{\max} on the vertical axis

$$P_z = R\omega^2 \cdot \cos \omega t \sqrt{m_1^2 + m_2^2}, \quad (12)$$

where

$$m_1 = m_{n.p.} + m_{uu} + m_\theta \frac{\rho_1}{R}; \quad m_2 = \frac{e}{L} \left(m_{n.p.} + m_{uu} \frac{L_c}{L} \right).$$

The force P_z reaches its maximum value at $\cos \omega t = 1$.

Projection of the force P_{\max} on the horizontal axis

$$P_x = R\omega^2 \cdot \sin \omega t \left[m_\theta \frac{\rho_1}{R} - m_{uu} \left(1 - \frac{L_c}{L} \right) \right], \quad (13)$$

where R – the crank radius, $R = H/2$; H – the saw frame travel; $\omega = \frac{\pi n}{30}$ is angular speed of the crankshaft; n – crankshaft rotational speed; e – the value of the dizaxial (Fig. 5); m_θ – unbalanced mass of the crankshaft together with the flywheels; ρ_1 – the distance from the rotation axis to the center of unbalanced mass of the crankshaft; m_{np} – the mass of the saw frame; m_{uu} –

the connecting rod mass; L – the connecting rod length; L_c – the distance from the axis of the lower connecting rod head to the center of its mass.

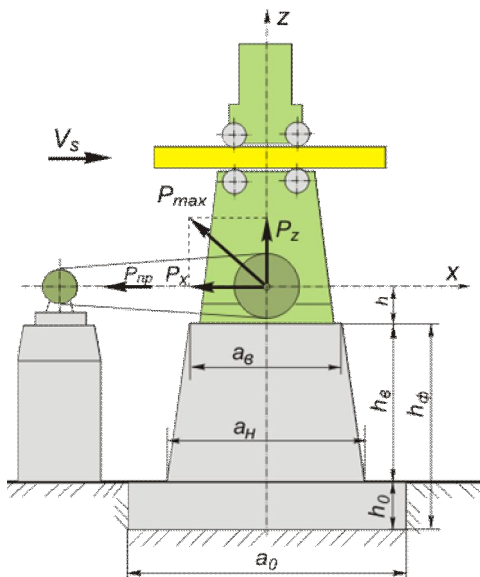


Fig. 4. Design model of the foundation for a frame saw

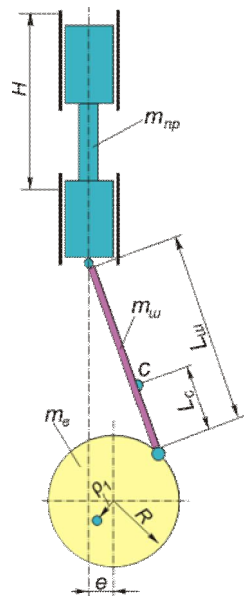


Fig. 5. Diagram of the crank-slider mechanism of the frame saw

The maximum value of P_x is reached at $\sin \omega t = 1$, i.e. at rotation angles of 90° and 270° .

If the electric motor is installed on a separate foundation, then the force arising from the drive is taken into account

$$P_{np} = 2P_k = \frac{4N_{np}}{D_{uu} \omega} = \frac{120 \cdot N_{np}}{\pi D_{uu} \cdot n}, \tag{14}$$

where P_k – the circular force arising during belt drive operation; N_{np} – the drive power; D_{uu} – the diameter of the drive pulley installed on the crankshaft.

2. Determination of the mass and area of the foundation base

The following formulas were used to determine the mass of the foundation

$$A_z = Z_2 = \frac{P_{z \max}}{M \cdot \sqrt{\left(\frac{K_z}{M} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{K_z \cdot \Phi_z \cdot \omega}{M}\right)^2}},$$

$$\beta_z = \sqrt{\frac{K_z}{M} - \left(\frac{K_z \cdot \Phi_z}{2 \cdot M}\right)^2}, \quad \frac{\beta_z}{\omega} = K_\psi, \quad \beta_z = K_\psi \cdot \omega.$$

After transformations

$$K_{\psi}^2 \cdot \omega^2 = (K_z/M) - (K_z/M)^2 \cdot (\Phi_z/2)^2,$$

$$(K_z/M)^2 \cdot (\Phi_z/2)^2 - (K_z/M) + K_{\psi}^2 \cdot \omega^2 = 0,$$

a quadratic equation with an unknown K_z/M was obtained

The solution to this equation using the well-known formula is denoted by $Y_{1/2}$

$$Y_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad Y_{1/2} = \frac{K_z}{M} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (\Phi_z/2)^2 \cdot K_{\psi}^2 \cdot \omega^2}}{2 \cdot (\Phi_z/2)^2},$$

$$\frac{K_z}{M} = \frac{2 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - (\Phi_z \cdot K_{\psi} \cdot \omega)^2}\right)}{\Phi_z^2} = Y. \quad (15)$$

Then the amplitude of the foundation vibrations

$$A_2 = \frac{P_{z \max}}{M \cdot \sqrt{(Y - \omega^2)^2 + (Y \cdot \Phi_z \cdot \omega)^2}}.$$

Hence the mass of the installation

$$M = \frac{P_{z \max}}{[A_z] \cdot \sqrt{(Y - \omega^2)^2 + (Y \cdot \Phi_z \cdot \omega)^2}}, \quad (16)$$

where

$$[A_z] = \frac{7265}{n^{1,847}}; \quad [A_z] \leq 0,2 \text{ мм}.$$

$$m_{\phi} = M - m_{\text{nut}}, \quad K_{\psi} = \frac{\beta_z}{\omega} \geq 2. \quad (17)$$

Next, the area of the base of the foundation F_0 is determined, taking into account the following dependencies:

$$K_z = C_z \cdot F_0; \quad F_0 = \frac{K_z}{C_z}; \quad n_z = K_{\psi} \cdot n.$$

If

$$\beta_z = \frac{60}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{K_z}{M} - \left(\frac{K_z \cdot \Phi_z}{2 \cdot M}\right)^2}; \quad \Phi_z \rightarrow 0,$$

then

$$\beta_z = 9,55 \cdot \sqrt{\frac{K_z}{M}} = 9,55 \cdot \sqrt{\frac{C_z \cdot F_0}{M}}; \quad K_{\psi}^2 \cdot n_z^2 = 9,55^2 \cdot \frac{C_z \cdot F_0}{M}.$$

Finally, the area of the base

$$F_0 = \frac{K_{\psi}^2 \cdot n^2 \cdot M}{9,55^2 \cdot C_z}, \quad (18)$$

where C_z – the coefficient of elastic uniform compression of the soil which is calculated by the formula [2]

$$C_z = C_0 \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot (a_o + b_o)}{\Delta_1 \cdot a_o \cdot b_o} \right] \cdot \sqrt{\frac{M \cdot g}{F_o \cdot p_0}}, \tag{19}$$

where $p_0 = 2 \cdot 10^4$; $\Delta_1 = 1$; $F_o = a_o \times b_o$.

Taking the coefficient of the width of the foundation K_{uu} in the range of 0.7... 0.8, we obtain

$$b_o/a_o = K_{uu}; \quad b_o = K_{uu} \cdot a_o; \quad F_o = K_{uu} \cdot a_o^2.$$

After the transformations were carried out, the area of the foundation base was determined

$$F_o = \left[\frac{K_z}{C_0} \cdot \sqrt{\frac{p_0}{M \cdot g} - \frac{2 \cdot (1 + K_{uu})}{\sqrt{K_{uu}}}} \right]^2. \tag{20}$$

3. Calculation of the optimal dimensions of the foundation

If the minimum cost of foundation construction is taken as the criterion for optimizing the size of the foundation, then the cost of concrete and concrete works is the most important component in it. Therefore, the foundation that has a smaller mass will be cheaper.

The mass of the installation (16) and the area of the foundation base (18) depend on the coefficient of vibration resistance of the foundation $K_{\psi} = \beta_z/\omega$ (Fig. 6).

From the graphs (Fig. 6) it can be seen that with the growth of K_{ψ} , M drops, while F_o increases.

The desire to reduce the mass of the installation leads to an increase in the area of the base, which is limited by the size of the workshop and the presence of other machines. Therefore, the area of the base acts as a restriction.

Take the permissible area of the foundation base

$$F_{\text{don}} = (5 \dots 10) A_n \cdot B_n, \tag{21}$$

where A_n, B_n – the length and width of the frame saw foundation plate.

Taking into account the permissible value of the area of the foundation base F_{don} , the mass of the installation is finally determined (Fig. 6).

To determine the mass of the installation M_2 in the case of the accepted

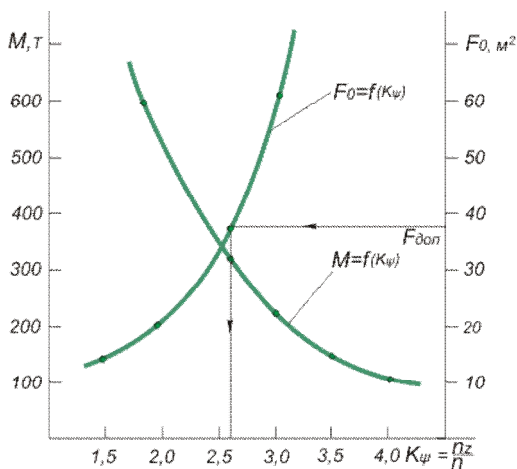


Fig. 6. Dependence of M and F_o on K_{ψ}

permissible area F_{don} , we substitute its value in equation (19) instead of F_o and get the square root

$$\sqrt{F_{\text{od}}} = \frac{K_z}{C_o} \cdot \frac{1}{\sqrt{M_2}} \cdot \sqrt{\frac{p_o}{g}} - \frac{2 \cdot (1 + K_{uu})}{\sqrt{K_{uu}}}, \quad (22)$$

Hence it follows that

$$M_2 = \left\{ \frac{C_o}{Y} \cdot \left[\sqrt{F_{\text{od}}} + \frac{2 \cdot (1 + K_{uu})}{\sqrt{K_{uu}}} \right] \cdot \sqrt{\frac{g}{p_o}} \right\}^2, \quad (23)$$

The first value of the installation mass M (16) and the second value of the mass M_2 (23) constitute a system of equations that has a total value Y which depends on the vibration resistance coefficient K_{ψ} . It is difficult to solve this system of equations by algebraic methods. Therefore, the iteration method is used.

First of all, the value of Y is checked for the existence of explicit roots.

To do this, the value of the discriminant is determined in the formula (15)

$$D = \Phi_z^2 \cdot K_{\psi}^2 \cdot \omega^2 - 1.$$

If $D > 0$, then the roots of the equation are imaginary numbers.

If $D < 0$, then the roots of the equation are real numbers.

If the roots are imaginary, then it is necessary to reduce the value of Φ_z or K_{ψ} . This is achieved either by driving piles or by compacting the soil with cement mortar. If after several attempts, explicit roots are obtained, the problem is solved and the optimal value of $K_{\psi_{\text{onm}}}$ is found. The values of M_{onm} and F_{onm} determine the dimensions of the foundation.

Conclusions

1. The conducted studies show that when the frequency of natural vibrations of the foundation is close to the frequency of its forced vibrations, the phenomenon of resonance occurs, the amplitude of vibrations of the foundation increases hundreds of times. This leads to its destruction.

2. The logarithmic damping decrement serves as the basis for determining the modulus of vibration damping.

3. It was found that an increase in the vibration resistance coefficient allows reducing the mass of the installation with a simultaneous increase in the area of its base, therefore the mass acts as a limitation.

4. It was found out that in order to ensure vibration resistance and prevent resonance of the foundation, the ratio of the frequency of its natural vibrations to the frequency of forced vibrations should be at least 1.5.

5. The calculation of the optimal mass, base area and depth of laying the foundation is performed according to the criterion of the minimum cost of its construction.

REFERENCES

1. *Savynov O.A.* Sovremennye konstrukcyi fundamentov pod mashynnyih raschet: 2-e izdanie pererab. I dop. (Modern designs of foundations for machines and their calculation: 2nd ed. revised and enlarged) - L.: Stroyizdat. 200 pp. [in Russian].

2. *Sannykov A.A.* Puti snizheniya kolebanyy lesopolyngo oborudovaniya (Ways to reduce vibrations in sawmill equipment). - М.: Lesn. prom-st. 160 pp. [in Russian].
3. Metodologicheskiye rekomendatsyy po dynamicheskomu raschotu stanyn i fundamentov lesopolynyh ram (Methodological recommendations for the dynamic calculation of the beds and foundations of frame saws). - Moscow: Ministry of Forestry of the USSR, 1981. 57pp. [in Russian].
4. Svidoctvo pro reestratsiu avtorskogo prava na tvir №41142 Komputerna programa "Doslidzhennia dynamichnyh karakterystyk gruntovoi osnovy pid fundament ("Fund"): Derzhavna sluzhba intelektualnoi vlasnosti Ukrainy (Certificate of copyright registration for a work No. 41142 computer program "Investigation of dynamic characteristics of the soil base under the foundation" ("Fund"): State Service of Intellectual Property of Ukraine) / V. Shostak, A. Grigoriev. - Registration date: 29 November 2011 [in Ukrainian].

Стаття надійшла 09.09.2022

Озимок Ю.І., Павлюк Р.В., Капраль Ю.Р.

РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ФУНДАМЕНТУ ПІД ДЕРЕВООБРОБНІ ВЕРСТАТИ З ВЕЛИКИМИ ДИНАМІЧНИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ

Фундаменти під машини з динамічними навантаженнями повинні задовольняти вимогам розрахунку за міцністю та придатністю для нормальної експлуатації, а також вимогам стандартів безпеки праці в частині допустимих рівнів вібрацій. Коливання фундаментів не повинні вказувати шкідливого впливу на технологічні процеси, обладнання та прилади, розташовані на фундаменті або поза ним. Представлено математичну модель коливань фундаменту і методику розрахунку його параметрів з врахуванням динамічних навантажень від незбалансованих мас та динамічних характеристик ґрунтової основи. Математична модель представляє собою розв'язок диференціального рівняння коливань фундаменту. Встановлено ряд спростувань щодо тіла фундаменту, його основи, геометричного центру і демпфера між фундаментом і ґрунтом. Основою для визначення модуля згасання коливань слугує логарифмічний декремент згасання коливань. Це постійна величина і залежить від пружних і демпфуючих властивостей ґрунту, а також від маси установки. Чим більший логарифмічний декремент, тим швидше відбувається згасання. Виявлено, що збільшення коефіцієнта вібростійкості призводить до зменшення маси установки з одночасним збільшенням площі його основи, тому вона виступає як обмеження. З'ясовано, що для забезпечення вібростійкості та не допущення резонансу фундаменту, відношення частоти його власних коливань до частоти вимушених коливань має бути не менше 1,5. Розрахунок оптимальної маси, площі основи і глибини закладання фундаменту виконано за критерієм мінімальної вартості його спорудження. Для проведення розрахунку розроблено ужиткову комп'ютерну програму. Методику проектування фундаменту підверстат з великими динамічними навантаженнями наведено для двоповерхової пилорами.

Ключові слова: модель, ґрунт, диференціальне рівняння, резонанс, логарифмічний декремент, критерій оптимізації, собівартість, комп'ютерна програма.

Ozymok Yu.I., Pavlyuk R.V., Kapral Yu.R.

CALCULATION OF OPTIMAL PARAMETERS OF THE FOUNDATION FOR WOODWORKING MACHINES WITH LARGE DYNAMIC LOADS

The groundwork for machines with dynamic loads should meet the calculation requirements regarding strength and suitability for regular operation and the need for occupational safety standards regarding acceptable vibration levels. In addition, fluctuations in the groundwork should not cause a harmful impact on technological processes, equipment, and devices located on the foundation or outside it. A mathematical model of foundation vibrations and a methodology for calculating the foundation parameters are presented, taking into account dynamic loads from unbalanced masses and dynamic characteristics of the ground base. The mathematical model is a solution to the differential equation of the foundation vibrations. The article refutes a number of conventional concepts regarding the body of the foundation, its base, the geometric center and the damper between the foundation and the ground. The basis for determining the vibration damping modulus is the logarithmic decrement of vibration damping. It is constant and depends on the elastic and damping properties of the soil, as well as the installation mass. The more significant the

logarithmic decrement, the faster the extinction occurs. It was found that an increase in the vibration resistance coefficient allows reducing the mass of the installation with a simultaneous increase in the area of its base, so the mass acts as a limitation. It was established that to ensure vibration resistance and prevent the resonance of the foundation, the ratio of the frequency of its natural vibrations to the frequency of forced vibrations should be at least 1.5. The calculation of the optimal mass, the base area and the depth of foundation laying is carried out according to the criterion of the minimum cost of its construction. An application software has been developed for the calculation. The projection methodology for the foundation for the machine with large dynamic loads is for a two-story sawmill.

Key words: model, ground, differential equation, resonance, logarithmic decrement, optimization criterion, cost, application software.

УДК 62-218:621.933.6

Озимок Ю.І., Павлюк Р.В., Капраль Ю.Р. Розрахунок оптимальних параметрів фундаменту під деревообробні верстати з великими динамічними навантаженнями // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К: КНУБА. 2022. – Вип. 109. – С. 473-484. Представлено математичну модель коливань фундаменту і методику розрахунку його параметрів з врахуванням динамічних навантажень від незбалансованих мас та динамічних характеристик ґрунтової основи.

Таб. 0. Іл. 6. Бібліогр. 4 назв.

UDC 62-218:621.933.6

Ozymok Yu.I., Pavlyuk R.V., Kapral Yu.R. Calculation of optimal parameters of the foundation for woodworking machines with large dynamic loads // Strength of Materials and the Theory of Structures. – K.: KNUBA. 2022. – Issue 109. – P. 473-484.

A mathematical model of foundation vibrations and a technique for calculating the foundation parameters are presented, taking into account dynamic loads from unbalanced masses and dynamic characteristics of the ground base.

Tables 0. Fig. 6. Ref. 4 items.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри деревообробного обладнання та інструментів НЛТУ України, ОЗИМОК Юрій Іванович

Адреса робоча: 79057, м. Львів, вул. Ген. Чупринки, 103, Національний лісотехнічний університет України, ОЗИМКУ Юрію Івановичу

Робочий тел.: +38(032)2384504

Мобільний тел.: +38(067)999-88-08

E-mail: yuriy.ozymok@gmail.com

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри деревообробного обладнання та інструментів НЛТУ України, ПАВЛЮК Роман Володимирович

Адреса робоча: 79057, м. Львів, вул. Ген. Чупринки, 103, Національний лісотехнічний університет України, ПАВЛЮКУ Роману Володимировичу

Робочий тел.: +38(032)2384504

Мобільний тел.: +38(067)732-05-60

E-mail: pavlyuk_roman@ukr.net

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший викладач кафедри деревообробного обладнання та інструментів НЛТУ України, КАПРАЛЬ Юрій Романович

Адреса робоча: 79057, м. Львів, вул. Ген. Чупринки, 103, Національний лісотехнічний університет України, КАПРАЛЮ Юрію Романовичу

Робочий тел.: +38(032)2384504

Мобільний тел.: +38(098)257-06-07

E-mail: yura.kapral@gmail.com

УДК 629.463.65:539.3

ВИЗНАЧЕННЯ ФОРМИ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ВАНТАЖНИХ ВАГОНІВ З УРАХУВАННЯМ ЗАЗОРУ В РЕЙКОВІЙ КОЛІЇ

А.О. Швець,

Магістр інженерії, Інженер Спеціалізованого проектно-конструкторського та технологічного бюро «Мікропроцесорні системи управління та безпека на залізничному транспорті» (СКТБ МСУБ)

Український державний університет науки і технологій

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.485-500

Досліджується вплив поздовжніх квазістатичних стискаючих сил на форму втрати стійкості вантажних вагонів. Актуальність цього дослідження пов'язана з необхідністю контролювати величину поздовжньої сили. Наведена методика дозволить підвищити стійкість вантажного рухомого складу, обґрунтувати причину сходу колісних пар, а також розробляти та реалізувати технічні заходи направлені на запобігання витискання екіпажів, розпору та зсуву колії.

Ключові слова: безпека руху, стійкість вагонів, поздовжні сили, поздовжньо-поперечний згин, стиснуто-зігнутий стержень, форма втрати стійкості

Вступ. Процес взаємодії залізничних екіпажів з рейковою колією визначається багатьма факторами: наявністю ухилів та криволінійних ділянок, вагою, довжиною та швидкістю руху поїздів, потужністю локомотива чи групи локомотивів, тобто максимальною гальмівною силою [1-3]. Концентрація великої гальмівної сили на ділянці довжині локомотива в голові поїзда та набігання незагальмованих задніх вагонів сприяють тому, що вагони першої третини поїзда встановлюються в колії з перекосом. Це призводить до збільшення тертя гребенів коліс про бокову поверхню рейок, до розшивки та підвищеного угону колії, зростання бокового зносу рейок, підрізу профілів катання колісних пар вагонів й навіть локомотивів. Збільшення ваги та довжини залізничних поїздів значно погіршує ситуацію [4-6].

У моменти застосування тягового зусилля або на початку гальмування поїзда можуть виникати короточасні ударні сили значної величини. Найбільший інтерес для вивчення динамічної взаємодії залізничних екіпажів з залізничною колією представляють тривалі сили, виникаючі при тяговому режимі на затяжних ухилах та гальмуваннях, особливо рекуперативних [7-10]. Метою роботи є теоретичне дослідження впливу поздовжніх сил квазістатичного характеру на форму втрати стійкості вантажних вагонів у поїзді.

Методологія. У роботах [11-14] зазначено, що при вивченні поїзда як шарнірно-стержневої системи, можливі три форми втрати стійкості. На рис. 1 зображені сили взаємодії та положення центральної осі за трьома формами втрати стійкості досліджуваного вагона під дією стискаючих поздовжніх сил N .

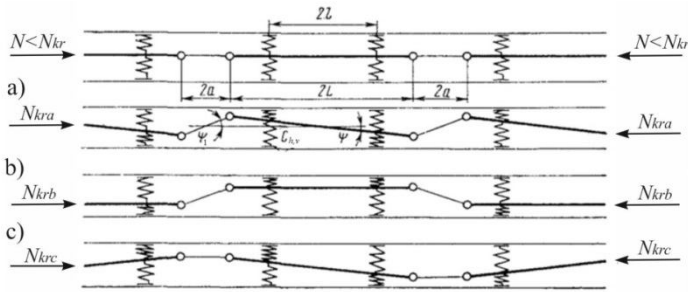


Рис. 1. Форми втрати стійкості вагонів у поїзді

Звичайний розрахунок стрижневої системи на міцність проводиться за схемою, яка не деформується, при цьому вважається, що поздовжні навантаження в стержнях не впливають на величини згинальних моментів. Насправді, завдяки згину ці навантаження викликають додаткові зусилля та переміщення, які при великих осьових навантаженнях можуть досягати значної величини [15-17]. Теорії стійкості та надійності пружних систем, під дією поздовжнього навантаження, присвячені численні дослідження [18-22]. Для вирішення задач I-го та II-го роду необхідно визначити зусилля та переміщення у стиснуто-зігнутих стержнях [23-25].

Збільшення ваги і довжини поїздів [26-28] призводить до необхідності розглядати кузов чотирирівнісного піввагону з урахуванням маси тари та ваги вантажу як пружну безмасову балку, що несе рівномірно розподілене навантаження (рис. 2) [15], де q_a – власна вага двох автозчепних пристроїв у зборі, відповідно віднесена до двох довжин корпусів автозчеплень; q – власна вага кузова вагона разом із підвісним обладнанням та двома надресорними балками в порожньому стані віднесена до його довжини. При врахуванні завантаження вага вантажу додається до ваги кузова та вважається рівномірно розподіленою по всій довжині; 2ℓ – база вагона; $2L$ – відстань між упорними плитами автозчеплень; $2a$ – подвоєна довжина корпусу автозчеплення від осі зчеплення до кінця хвостовика [15, 30].

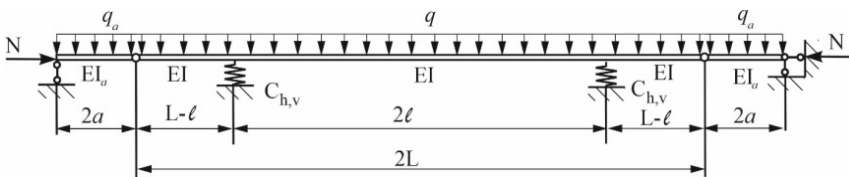


Рис. 2. Схема вантажного вагона з урахуванням його ваги та режиму завантаження

Номинальна жорсткість при згинанні кузова піввагону дорівнює приблизно потрібній жорсткості хребтової балки (за відповідними напрямками) [29]. У роботах [17, 31] встановлені найбільш несприятливі, з

погляду міцності, перерізи автотзчепного пристрою. Відповідно до механічних властивостей матеріалу корпусу автотзчеплення найменша жорсткість на згин у зоні провущин корпусу автотзчеплення.

Стержнева система (рис. 2) у методі переміщень має ступінь статичної невизначеності рівну 6. Прийнято такі позначення: $\ell_1 = \ell_5 = 2a$, $\ell_2 = \ell_4 = L - \ell$, $\ell_3 = 2\ell$ [15]. Таблиця реакцій стиснуто-зігнутих стержнів від одиничних переміщень та навантажень наведена в роботі [23].

У розрахунках на стійкість використання симетрії можливе лише у випадках, коли рама є не тільки симетричною, а й симетрично завантаженою. Критичні параметри, знайдені з рівності нулю детермінантів, складених із коефіцієнтів симетричної та косиметричної груп невідомих, і становлять сукупність усіх критичних параметрів. При пошуку найменших критичних сил це дає значне скорочення обчислень [25]. Основна система методу переміщень з урахуванням симетрії стержневої системи на рис. 3.

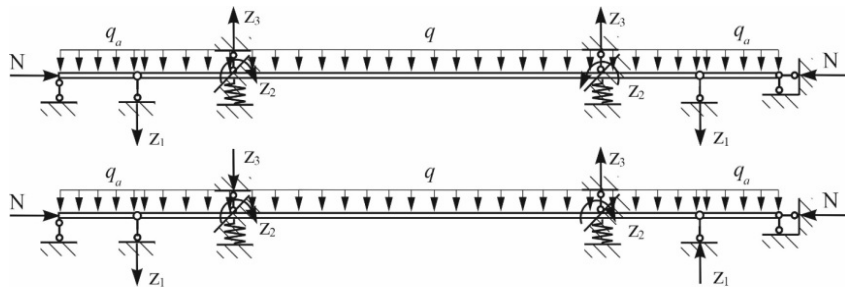


Рис. 3. Основна система методу переміщень з урахуванням симетрії стержневої системи

При пошуку найменших критичних сил симетричної та симетрично навантаженої системи достатньо знайти два менші критичні параметри для прясиметричного та косиметричного групування невідомих. Прийнято наступні позначення [15]:

$$v = \ell \cdot \sqrt{\frac{N}{EI}}, \quad v_1 = \frac{\ell_1}{\ell_3 \sqrt{k}} v_3, \quad v_2 = \frac{\ell_2}{\ell_3} v_3, \quad (1)$$

де v_i – критичний параметр або коефіцієнт приведення довжини, що залежить від форми втрати стійкості. Позначення та вирази для функцій методу переміщень для стиснуто-зігнутих стержнів взято у відповідності до [23].

Значення критичної стискаючої сили визначається виразом [15]:

$$N_{kr} = \frac{v_3^2 EI}{\ell_3^2}. \quad (2)$$

Критичний параметр для косиметричного деформованого стану (II форма) з прясиметричним групуванням невідомих з урахуванням

завантаження вагона (порожній або завантажений) визначається шляхом розкладання визначника, складеного з виразів для коефіцієнтів при невідомих по залежностям [15]:

$$r_{11} = 2 \cdot \left[-\frac{v_1^2 EI_a}{\ell_1^3} + \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) \right], \quad (3)$$

$$r_{12} = r_{21} = 2 \cdot \frac{3EI}{\ell_2^2} \varphi_1(v_2), \quad (4)$$

$$r_{13} = r_{31} = -2 \cdot \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2), \quad (5)$$

$$r_{22} = 2 \cdot \left[\frac{6EI}{\ell_3} \varphi_4(v_3) + \frac{3EI}{\ell_2} \varphi_1(v_2) \right], \quad (6)$$

$$r_{23} = r_{32} = 2 \cdot \left[-\frac{12EI}{\ell_3^2} \varphi_4(v_3) + \frac{3EI}{\ell_2^2} \varphi_1(v_2) \right], \quad (7)$$

$$r_{33} = 2 \cdot \left[C_{h,v} + \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) + \frac{24\eta_2(v_3)}{\ell_3^3} \right]. \quad (8)$$

Друге рівняння стійкості для косиметричного групування виходить з різниці коефіцієнтів при невідомих:

$$r_{11} = -2 \left[\frac{q_a \ell_1}{2} + \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] \right], \quad (9)$$

$$r_{12} = r_{21} = -2 \left[\frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} + \frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} \right], \quad (10)$$

$$r_{13} = r_{31} = -2 \left[\frac{q \ell_3}{2} + \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] \right], \quad (11)$$

$$r_{22} = -2 \left[\frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} - \frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} \right], \quad (12)$$

$$r_{23} = r_{32} = -2 \left[\frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} - \frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} \right], \quad (13)$$

$$r_{33} = 2 \left[\frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] + \frac{q \ell_3}{2} \right]. \quad (14)$$

Для симетричного деформованого стану (I-ої форми втрати стійкості) з урахуванням поздовжньої сили та режиму завантаження вагона, використовуючи умову взаємності при визначенні коефіцієнтів при невідомих у канонічних рівняннях, отримано [15]:

$$r_{11} = 2 \cdot \left[-\frac{q_a \ell_1}{2} - \frac{v_1^2 EI_a}{\ell_1^3} - \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] + \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) \right], \quad (15)$$

$$r_{21} = r_{12} = 2 \cdot \left[\frac{3EI}{\ell_2^2} \varphi_1(v_2) + \frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} - \frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} \right], \quad (16)$$

$$r_{13} = r_{31} = 2 \cdot \left[-\frac{q \ell_3}{2} - \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] - \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) \right], \quad (17)$$

$$r_{22} = 2 \cdot \left[\frac{v_3 EI}{\ell_3 t g \frac{v_3}{2}} - \frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} + \frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} + \frac{3EI}{\ell_2} \varphi_1(v_2) \right], \quad (18)$$

$$r_{23} = r_{32} = 2 \cdot \left[\frac{3EI}{\ell_2^2} \varphi_1(v_2) + \frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} - \frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} \right], \quad (19)$$

$$r_{33} = 2 \cdot \left[C_{h,v} + \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] + \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) + \frac{q \ell_3}{2} \right]. \quad (20)$$

Вагони завжди мають деякий перекис у плані один відносно одного через звивистий рух екіпажів, наявність зазорів у колії, ресорних, буксових і п'ятникових вузлах та з інших причин [11-14, 16].

У дослідженні [15] встановлено, що для схеми розташування вагонів у поїзді на рис. 1 (а) для косиметричного деформованого стану з прямо симетричним групуванням невідомих необхідно використовувати вираз для коефіцієнта r_{11} :

$$r_{11}^a = 2 \cdot \left[-\frac{2v_1^2 EI_a}{\ell_1^3} + \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) \right] = \frac{6EI}{\ell_2^2} \times \left[\frac{\eta_1(v_2)}{\ell_2} - \frac{2v_1^2 \ell_2^2 k}{3\ell_1^3} \right]. \quad (21)$$

Для косиметричного групування коефіцієнтів при невідомих використовується вираз (9) для коефіцієнта r_{11} . Для схеми на рис. 1 (с):

$$r_{11}^c = 2 \cdot \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) = \frac{6EI}{\ell_2^2} \times \frac{\eta_1(v_2)}{\ell_2}. \quad (22)$$

Критичний параметр v_3 для косиметричного деформованого стану визначається при розкритті визначника, складеного з виразів для

коефіцієнтів при невідомих по залежностям(21) та(4)-(8), а також (22) й (4)-(8).

Для схеми розташування вагонів у разі симетричного деформованого стану (рис. 1, б) під час передачі поздовжнього зусилля коефіцієнт r_{11} визначається по залежності[15]:

$$r_{11}^b = 2 \cdot \left[-\frac{q_a \ell_1}{2} - \frac{2v_1^2 EI_a}{\ell_1^3} - \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] + \frac{3EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) \right]. \quad (23)$$

Критичний параметр v_3 (I-а форма) визначається при розкритті визначника, складеного з виразів для коефіцієнтів при невідомих по залежностям(23) та (16)-(20).

У дослідженні [15] зазначено, що втрату стійкості вантажних вагонів у поїзді слід розділяти на два етапи: втрата стійкості кузова на пружинах ресорного підвищення й втрата стійкості колісної пари, яка і веде безпосередньо до сходу колеса з рейки. Крім того, важливою особливістю ходових частин вагонів, є конструктивна можливість вертикального та поперечного горизонтального переміщення кузова відносно осі колії [11-15]. Це необхідно для зберігання зчепленого стану рухомого складу під час руху розрахунковими круговими й S-подібними кривими, а також сортувальними гірками.

В цих умовах втрата стійкості шарнірно-стержневої системи «автозчепний пристрій – кузов вагона» є необхідною. Отже, потрібно встановити, коли необхідна умова стає небезпечною у процесі експлуатаційної роботи. У зв'язку з цим, потрібно розроблення уточнених методик з метою оцінки безпеки руху рухомого складу, які б дозволили визначити момент «явного сходу», тобто оцінити як виконання необхідної, так й достатньої умови сходу [7, 11-15]. Розглянемо вагон з автозчепленням ударно-тягової дії як шарнірно-стержневусистему з урахуванням можливого переміщення по відношенню до сусідніх екіпажів у зчепі.

На рис. 4 пунктирною лінією зображено сили взаємодії та положення центральної осі при хордовому розташуванні дослідного вагону під дією стискаючих поздовжніх сил. Де ψ – кут повороту центральної осі кузова вагона в разі встановлення в колії з відхиленням п'ятників поперек колії; $2\delta_0$ – сумарний поперечний розбіг рами кузова вагона відносно осі колії в направляючому перетині по шворню [7, 11-15].

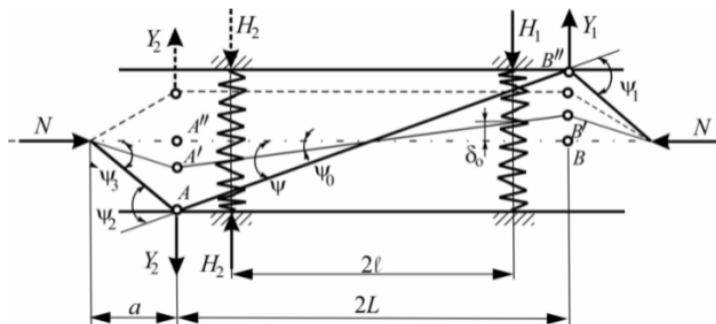


Рис. 4. Схема вагона в горизонтальній площині

Сумарний вільний поперечний розбіг рами кузова нормативною документацією рекомендовано вважати для вантажних чотиривісних вагонів із безколісковим підвішуванням візків $2\delta_0 = 50$ мм, але кузов вагона може додатково обертатись за рахунок зношеності частин рухомого складу [7, 11-15].

Повний зазор у рейковій колії 2δ може варіюватися від 0 до 59 мм. Кут ψ та переміщення перетину по упорним плитам автотзчеплень Δ в горизонтальній площині при стисканні вагона в разі встановлення в колії з відхиленням п'ятників поперек колії (кососиметричний деформований стан) на величину δ визначаються:

$$\psi = \frac{\delta}{\ell} = \frac{2\delta}{\ell_3}, \quad (24)$$

$$\Delta = \psi L = \frac{\delta L}{\ell} = \frac{\delta}{\ell_3} (2\ell_2 + \ell_3). \quad (25)$$

Більшість існуючих методик, що застосовуються для оцінки безпеки руху вагонів, встановлюють допустимі межі значень параметрів, при виході за які існує лише ймовірність виникнення аварійно-небезпечної ситуації. Показник стійкості вагонів від сходу з рейок, як відомо, оцінюються співвідношенням горизонтальних поперечних (бокових) сил до вертикальних сил, які діють у точці контакту гребеня колеса з головкою рейки [7, 11-15].

Це призводить до необхідності дослідження забезпечення запасу стійкості від витискання вагона поздовжніми силами та вкочування гребенів коліс на головку рейки з урахуванням зазору в рейковій колії δ , кута повороту ψ та переміщень Δ перерізу по упорних плитав автотзчепних пристроїв.

Результати аналітичних досліджень. Продовжуючи дослідження наведене раніше, для визначення форми втрати стійкості застосовується метод переміщень. Вагон розглядається як балка, яка складається з трьох абсолютно жорстких стержнів, шарнірно з'єднаних між собою з

опиранням на пружно-податливі опори з однаковим коефіцієнтом жорсткості. Рейкова колія була представлена однією геометричною лінією в горизонтальній та вертикальній площині. Однак залізничну колію утворюють дві паралельно укладені нитки рейок. При дослідженні форми втрати стійкості вантажних вагонів у горизонтальній площині необхідно врахувати, що рейкову колію утворюють дві геометричні лінії, що проходять внутрішніми гранями головок рейок.

Усі відсутні значення реакцій опор від переміщень (δ, Δ), кута повороту ψ та навантажень були отримані з вирішення диференціального рівняння згину стиснуто-зігнутого стержня.

Основні епюри з урахуванням поздовжньої сили та режиму завантаження вагона для косиметричного деформованого стану (II-ої форми втрати стійкості) з урахуванням повного (поперечного) зазору в колії δ наведені на рис. 5.

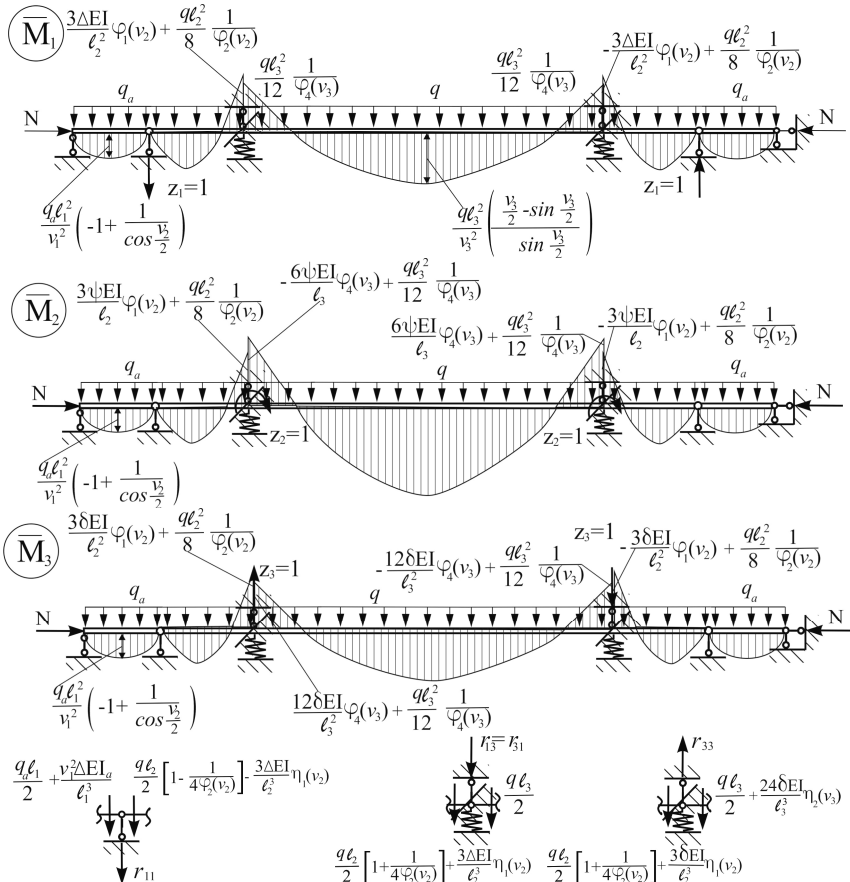


Рис. 5. Основні епюри реактивних згинальних моментів для косиметричного деформованого стану та статичний спосіб визначення коефіцієнтів при невідомих

Для косиметричного деформованого стану (II форма) з прямо симетричним групуванням невідомих з урахуванням завантаження вагона (порожній/абозавантажений) та зміщення кузова на величину δ зазору у колії критичний параметр визначається за допомогою розкладання визначника, складеного з виразів для коефіцієнтів при невідомих по залежностям (3)-(8):

$$D = \begin{bmatrix} \Delta \cdot r_{11} & \Delta \cdot r_{12} & \Delta \cdot r_{13} \\ \Delta \cdot r_{21} & \Psi \cdot r_{22} & \delta \cdot r_{23} \\ \Delta \cdot r_{31} & \delta \cdot r_{32} & \delta \cdot r_{33} \end{bmatrix} = 0. \quad (26)$$

Друге рівняння стійкості для косиметричного групування (різниця коефіцієнтів при невідомих) залежить від переміщення візків у межах зазору в рейковій колії. Визначник складається з виразів для коефіцієнтів при невідомих по залежностям (9)-(14).

Основні епюри з урахуванням поздовжньої сили та режиму завантаження вагона для симетричного деформованого стану (I-ої форми втрати стійкості) з урахуванням повного (поперечного) зазору у колії δ приведені на рис. 6.

Використовуючи умову взаємності при обчисленні коефіцієнтів при невідомих у канонічних рівняннях, отримуємо:

$$r_{11} = 2 \cdot \left[-\frac{q_a \ell_1}{2} - \frac{\delta v_1^2 EI_a}{\ell_1^3} - \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] + \frac{3\delta EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) \right], \quad (27)$$

$$r_{21} = r_{12} = 2 \cdot \left[\frac{3\delta EI}{\ell_2^2} \varphi_1(v_2) + \frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} - \frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} \right], \quad (28)$$

$$r_{13} = r_{31} = 2 \cdot \left[-\frac{q \ell_3}{2} - \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] - \frac{3\delta EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) \right], \quad (29)$$

$$r_{22} = 2 \cdot \left[\frac{v_3 EI}{\ell_3 t g \frac{v_3}{2}} - \frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} + \frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} + \frac{3EI}{\ell_2} \varphi_1(v_2) \right], \quad (30)$$

$$r_{23} = r_{32} = 2 \cdot \left[\frac{3\delta EI}{\ell_2^2} \varphi_1(v_2) + \frac{q \ell_2^2}{8} \cdot \frac{1}{\varphi_2(v_2)} - \frac{q \ell_3^2}{12} \cdot \frac{1}{\varphi_4(v_3)} \right], \quad (31)$$

$$r_{33} = 2 \cdot \left[C_{h,v} \delta + \frac{q \ell_2}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] + \frac{3\delta EI}{\ell_2^3} \eta_1(v_2) + \frac{q \ell_3}{2} \right]. \quad (32)$$

Для схеми розташування вагонів на рис. 1(а) для косиметричного деформованого стану (II форми втрати стійкості) з урахуванням повного (поперечного) зазору в колії δ при розкритті визначника (26) необхідно

використовувати вираз (21) для коефіцієнта r_{11} . Для схеми на рис. 1(с) залежність (22). Для косиметричного групування коефіцієнтів при невідомих критичний параметр визначається за допомогою розкладання визначника, складеного з виразів (9)-(14). У цьому випадку критичний параметр залежить виключно від ваги елементів шарнірно-стержневої системи.

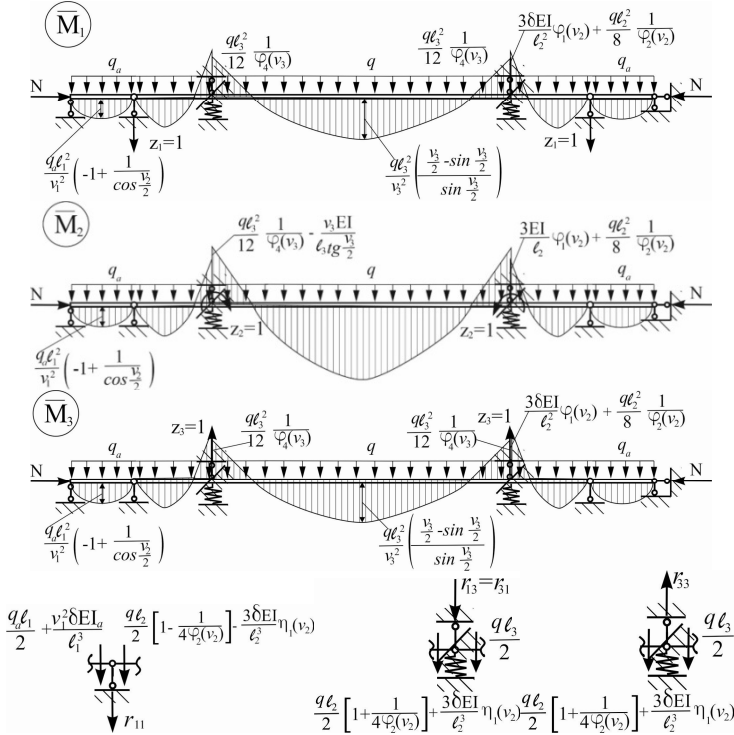


Рис. 6. Основні епюри реактивних згинальних моментів для симетричного деформованого стану та статичний спосіб визначення коефіцієнтів при невідомих

Для схеми розташування вагонів у разі симетричного деформованого стану (рис. 1(b)) під час передачі поздовжнього зусилля з урахуванням повного (поперечного) зазору в колії δ коефіцієнт r_{11} визначається по залежності:

$$r_{11}^b = 2 \cdot \left[-\frac{q_a \ell_1}{2} - \frac{2\delta v_1^2 EI_a}{\ell_1^3} - \frac{q\ell_2}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{4\varphi_2(v_2)} \right] + \frac{3\delta EI}{\ell_2^2} \eta_1(v_2) \right]. \quad (33)$$

Критичний параметр v_3 для симетричної форми втрати стійкості (I-я форма) визначається при розкритті визначника, складеного з виразів для коефіцієнтів при невідомих по залежностям(33) та (28)-(32).

Висновки. Дослідження впливу поздовжніх сил квазістатичного характеру на форму втрати стійкості вагонів у поїзді та стійкість колісних пар вантажних вагонів у процесі експлуатаційної роботи є одним із пріоритетних завдань удосконалення технології керування поїздами. На підставі проведеного аналізу отримано:

- теоретичні дослідження дозволили отримати залежності для визначення критичного параметра для деяких форми втрати стійкості з урахуванням жорсткості, ваги елементів шарнірно-стержневої системи та зазору в рейковій колії;
- урахування режиму завантаження вагона призводить до двох рівнянь стійкості кососиметричного деформованого стану (II форма). Для прямосиметричного групування невідомих критичний параметр залежить від завантаження вагона (порожній чи завантажений) та від переміщень кузова і візків у межах повного зазору в рейковій колії. Критичний параметр для кососиметричного групування невідомих залежить виключно від ваги елементів шарнірно-стержневої системи;
- наведена методика визначення критичного параметра для I-ої та II-ої форм втрати стійкості при дії квазістатичних поздовжніх сил дозволить обґрунтовувати деякі причини сходу колісних пар, розробляти та реалізовувати технічні заходи направлені на запобігання витискання залізничних екіпажів, розпору та зміщенню колії;
- з метою здійснення безперервного аналізу в умовах експлуатації за величиною поздовжніх стискаючих сил та для недопущення великих стискаючих сил необхідно обладнати локомотиви системою контролю та реєстрації поздовжніх сил, виникаючих на автозчепленні локомотива.

Використання викладеної методики при складанні режимних карт водіння поїздів дозволить рекомендувати раціональне ведення поїзда не тільки за найменших енергетичних витрат, але й реалізовувати технічні заходи відносно поліпшення стійкості вантажних вагонів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Kurhan M., Kurhan D., Husak M., Hmelevska N. Increasing the efficiency of the railway operation in the specialization of directions for freight and passenger transportation. – Acta Polytechnica Hungarica. – 2022. – Vol. 19. – No. 3. – P.231–244.
2. Sysyn M., Przybyłowicz M., Nabochenko O., Liu J. Mechanism of sleeper–ballast dynamic impact and residual settlements accumulation in zones with unsupported sleepers. – Sustainability. – 2021. – Vol. 13. – No. 14. – 7740. <https://doi.org/10.3390/su13147740>.
3. Kampczyk A., Dybel K. The fundamental approach of the digital twin application in railway turnouts with innovative monitoring of weather conditions. – Sensors. – 2021. – Vol. 21. – No. 17. – 5757. <https://doi.org/10.3390/s21175757>.
4. Швець А.О. Динаміка піввагонів від дії поздовжніх сил. – Наука та прогрес транспорту. – 2019. – № 6 (84). С. 142–155. doi:10.15802/stp2019/195821.
5. Kurhan M., Kurhan D., Černiauskaite L. Rationale of priority areas of rail operation in north-eastern Europe. – Proceedings of the 23rd International Scientific Conference on Transport Means, Lithuania. – 2019. – P. 1439–1444.

6. *Dybel K., Kampczyk A.* Movement resistances of rail vehicles on continuous welded rail curves. – Proceedings of IAC 2022 in Prague, International Academic Conference on Transport, Logistics, Tourism and Sport Science (IAC-TLTS). – 2022, P. 78–87.
7. *Швец А.А., Железов К.И., Акулов А.С., Заболотный А.Н., Чабанюк Е.В.* Некоторые аспекты определения устойчивости порожних вагонов от выжимания их продольными силами в грузовых поездах. – Наука та прогрес транспорту. – 2015. – № 4(58). – С. 175–189. doi:10.15802/stp2015/49281.
8. *Cheli F., Di Gialleonardo E., Melzi S.* Freight trains dynamics: effect of payload and braking power distribution on coupling forces. – Vehicle System Dynamics. – 2016. – Vol. 55. – No. 4. – P. 464–479. doi: 10.1080/00423114.2016.1246743.
9. *Crăciun C., Cruceanu C.* Influence of resistance to motion of railway vehicles on the longitudinal trains dynamics. – MATEC Web Conf. – 2018. – Vol. 178. – 06003. doi: 10.1051/mateconf/201817806003.
10. *Bosso N., Magelli M., Zampieri N.* Validation of a new longitudinal train dynamics code for time domain simulations and modal analyses. – Int. J. Transp. Dev. Integr. – Vol. 5. – No. 1. – P. 41–56, 2021. doi: 10.2495/TDI-V5-N1-41-56.
11. *Лысюк В.С.* Причины и механизмы схода колеса с рельса. Проблема износа колес и рельсов. – М.: Транспорт, 2002. – 215 с.
12. *Вершинский С.В.* Динамика, прочность и устойчивость вагонов в тяжеловесных и скоростных поездах. – Сб. тр. ВНИИЖТа. – М.: Транспорт, 1970. – Вып. 425. – 208 с.
13. *Вершинский С.В., Данилов В.И., Челноков И.И.* Динамика вагонов. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
14. *Shvets A.O., Shatunov O.V., Dovhaniuk S.S., Muradian L.A., Pularyia A.L., Kalashnik V.O.* Coefficient of stability against lift by longitudinal forces of freight cars in trains. – IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 985. – Paper 012025. doi:0.1088/1757-899X/985/1/012025.
15. *Shvets A.* Stability of a car as a hinged-rod system under the action of compressive longitudinal forces in a train. – Journal of Modern Technology and Engineering. – 2022. – № 7 (2). – С. 96–123.
16. *Shvets A.O.* Analysis of the dynamics of freight cars with lateral displacement of the front bogie. – Advanced Mathematical Models & Applications. – 2021. – Vol. 6. – No. 1. – P. 45–58.
17. *Шапошник В.Ю., Шкунов О.А.* Проблема обривів автозчепів. – Зб. наук. пр. Держ. ун-ту інфраструктури та технологій. Серія: Трансп. системи і технології. – 2021. – Вип. 37. – С. 21–30. doi: 10.32703/2617-9040-2021-37-3.
18. *Farghaly A.A.* Parametric study on equivalent damping ratio of different composite structural building systems. – International Journal of Steel Structures. – 2015. – Vol. 15. – P. 7–16. <https://doi.org/10.1007/s13296-015-3001-9>.
19. *Murawski K.* Experimental comparison of the known hypotheses of the lateral buckling for semi-slender pinned columns. – International journal of structural glass and advanced materials research. – 2021. – Vol. 5. – P. 82–114. doi: 10.3844/sgamrsp.2021.82.114.
20. *Abdulhameed Ali A., Hanoon Ammar N., Abdulhameed Haider A., Mohaisen Saad K.* Energy absorption evaluation of CFRP-Strengthened two-spans reinforced concrete beams under pure torsion. – Civil Engineering Journal. – 2019. – Vol. 5. – No. 9. – P. 2007–2018. doi: 10.28991/cej-2019-03091389.
21. *Krivenko O.P., Vorona Yu.V.* Comparative analysis of nonlinear deformation and buckling of thin elastic shells of step-variable thickness. – Опір матеріалів і теорія споруд. – 2022. – No 108. – P. 107–118. doi: 10.32347/2410-2547.2022.108.107-118.
22. *Tonkacheiev V.H., Bilyk S.I.* The ribbed-annular dome's upper tier model stability experimental studies. – Опір матеріалів і теорія споруд. – 2022. – No 108. – P. 283–294. doi: 10.32347/2410-2547.2022.108.283-294.
23. *Клейн Г.К., Рекач В.Г., Розенблат Г. И.* Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики. Основы теории устойчивости, динамики сооружений и расчета пространственных систем. Учеб. пособие для вузов. М.: «Высш. школа», 1972. – 320 с.
24. *Рабинович И.М.* Основы строительной механики стержневых систем. – М.: Стройиздат, 1960. – 516 с.

25. Прокофьев И.П., Смирнов А.Ф. Теория сооружений. Часть 3. М.: State Railway Transport Publishing House, 1948. – 244 с.
26. Shaposhnyk V., Shyukunov O., Reidemeister A., Muradian L., Potapenko O. Determining the possibility of using removable equipment for transporting 20- and 40-foot-long containers on an universal platform wagon. – Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Vol. 17. – No. 109. – P. 14–21. DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225090.
27. Zhang D., Tang Y., Peng Q., Ye Y. Effect of mass distribution on curving performance for a loaded wagon. – Nonlinear Dynamics. – 2021. doi: 10.1007/s11071-021-06386-3.
28. Мурадян Л.А., Шапошник В.Ю., Подосенов Д.А. Повышение надежности грузовых вагонов с применением новых технологий изготовления и восстановления рабочих поверхностей. – Электромагнітна сумісність та безпека на залізничному транспорті. – 2016. – № 11. – С. 49–54. doi: 10.15802/ecstr2016/91337.
29. Лазарян В.А. Динамика транспортных средств: Избранные труды. – К.: Наук.думка, 1985. – 528 с.
30. Zhang H., Zhang C., Lin F., Wang X., Fu G. Research on simulation calculation of the safety of tight-lock coupler curve coupling. – Symmetry. – 2021. – Vol. 13. – No. 11. – 1997. doi: 10.3390/sym13111997.
31. Shvets' A.O. Investigation of coupling strength at non-central interaction of railcars. – Strength Mater. – 2022. – Vol. 54. – No. 2. – P. 233–242. doi: <https://doi.org/10.1007/s11223-022-00396-1>.

REFERENCES

1. Kurhan M, Kurhan D, Husak M, Hmelevska N Increasing the efficiency of the railway operation in the specialization of directions for freight and passenger transportation. Acta polytechnica hungarica, 2022, Vol. 19, no. 3, P.231-244.
2. Sysyn M., Przybyłowicz M., Nabochenko O., Liu J. Mechanism of sleeper–ballast dynamic impact and residual settlements accumulation in zones with unsupported sleepers. Sustainability, 2021, Vol. 13, no. 14, Paper 7740. doi: 10.3390/su13147740.
3. Kampezyk A; Dybel K The fundamental approach of the digital twin application in railway turnouts with innovative monitoring of weather conditions. Sensors, 2021, Vol. 21, no. 17, Paper 5757. <https://doi.org/10.3390/s21175757>
4. Shvets A.O. Dynamika pivvagoniv vid diji pozdovzhnikh syl (Gondola cars dynamics from the action of longitudinal forces). Science and Transport Progress, 2019, Vol. 6, no. 84, P. 142-155. doi: 10.15802/stp2019/195821.
5. Kurhan M, Kurhan D, Černiauskaitė L Rationale of priority areas of rail operation in north-eastern Europe, Proceedings of the 23rd International Scientific Conference on Transport Means, Lithuania, 2019, P. 1439-1444.
6. Dybel K, Kampezyk A Movement resistances of rail vehicles on continuous welded rail curves. Proceedings of IAC 2022 in Prague, International Academic Conference on Transport, Logistics, Tourism and Sport Science (IAC-TLTS). Prague, Czech Republic, Czech Institute of Academic Education, IAC202205002, 2022, P. 78-87.
7. Shvets A.A., Zheliezov K.I., Akulov A.S., Zabolotnyi A.N., Chabaniuk Ye.V. Nekotoryye aspekty opredeleniya ustoychivosti porozhnikh vagonov ot vyzhimanija ikh prodolnymi silami v gruzovykh poyezdakh (Some aspects of the definition of empty cars stability from squeezing their longitudinal forces in the freight train). Science and Transport Progress, 2015, Vol. 4, no. 58, P. 175-189. doi: 10.15802/stp2015/49281.
8. Cheli F., Di Gialleonardo E., Melzi S. Freight trains dynamics: effect of payload and braking power distribution on coupling forces. Vehicle System Dynamics, 2016, Vol. 55, no. 4, P. 464-479. doi: 10.1080/00423114.2016.1246743.
9. Crăciun C., Cruceanu C. Influence of resistance to motion of railway vehicles on the longitudinal trains dynamics. MATEC Web Conf., 2018, Vol. 178, Paper 06003, doi: 10.1051/mateconf/201817806003.
10. Bosso N., Magelli M., Zampieri N. Validation of a new longitudinal train dynamics code for time domain simulations and modal analyses. Int. J. Transp. Dev. Integr., 2021, Vol. 5, no. 1, P. 41-56. doi: 10.2495/TDI-V5-N1-41-56.

11. *Lysyuk V.S.* Prichiny I mekhanizmy skhoda koleasa s relsa. Problema iznosa kolea I relsov (The causes and mechanisms of the vanishing wheel from the rail. The problem of wear of wheels and rails). Moscow: Publisher Transport, 2002, 215 p.
12. *Vershinskiy S.V.* Dynamica, prochnost I ustoychivost vagonov v tyazhelovesnykh I skorostnykh poezdakh (Dynamics, durability and the stability of cars in heavy and high-speed trains). Proc. Of All-Russian Research Railway Institute, Moscow: Transport Publ., Vol. 425, 1970, 208 p.
13. *Vershinskiy S.V., Danilov V.I., Chelnokov I.I.* Dynamica vagonov (Dynamics of cars). Moscow: Transport Publ., 1991, 360 p.
14. *Shvets A.O., Shatunov O.V., Dovhaniuk S.S., Muradian L.A., Pularyia A.L., Kalashnik V.O.* Coefficient of stability against lift by longitudinal forces of freight cars in trains. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, Vol. 985, Paper 012025. doi: 0.1088/1757-899X/985/1/012025
15. *Shvets A.* Stability of a car as a hinged-rod system under the action of compressive longitudinal forces in a train. Journal of Modern Technology and Engineering, 2022, Vol. 7, no. 2, P. 96-123.
16. *Shvets A.O.* Analysis of the dynamics of freight cars with lateral displacement of the front bogie. Advanced Mathematical Models & Applications, 2021, Vol. 6, no. 1, P. 45-58.
17. *Shaposhnik V.Yu., Shikunov O.A.* Problema obryviv avtozchepiv (The problem of breaks automatic coupling). Coll. Science. Ave. University of Infrastructure and Technology. Series: Transp. systems and technologies, 2021, Vol. 37, P. 21-30. doi: 10.32703/2617-9040-2021-37-3.
18. *Farghaly A.A.* Parametric study on equivalent damping ratio of different composite structural building systems. International Journal of Steel Structures, 2015, Vol. 15, P. 7-16. <https://doi.org/10.1007/s13296-015-3001-9>.
19. *Murawski K.* Experimental comparison of the known hypotheses of the lateral buckling for semi-slender pinned columns. International journal of structural glass and advanced materials research, 2021; Vol. 5: P. 82–114. doi:10.3844/sgamrsp.2021.82.114.
20. *Abdulhameed Ali A., Hanoon Ammar N., Abdulhameed Haider A., Mohaisen Saad K.* Energy absorption evaluation of CFRP-Strengthened two-spans reinforced concrete beams under pure torsion. Civil Engineering Journal, 2019, Vol. 5, no. 9, P. 2007–2018. doi: <http://dx.doi.org/10.28991/cej-2019-03091389>.
21. *Krivenko O.P., Vorona Yu.V.* Comparative analysis of nonlinear deformation and buckling of thin elastic shells of step-variable thickness. Strength of Materials and Theory of Structures, 2022, no 108, P. 107-118. doi: 10.32347/2410-2547.2022.108.107-118.
22. *Tonkacheiev V.H., Bilyk S.I.* The ribbed-annular dome's upper tier model stability experimental studies. Strength of Materials and Theory of Structures, 2022, no 108, P. 283-294. doi: 10.32347/2410-2547.2022.108.283-294.
23. *Klein G.K., Rekach V.G., Rosenblat G.I.* Rukovodstvo k prakticheskim zanjatijam p okursu stroitel'noj mekhaniki. Osnovy teorii ustojchivosti, dinamiki sooruzhenij I rascheta prostranstvennykh sistem (Guide to practical exercises in the course of structural mechanics. Fundamentals of the theory of stability, dynamics of structures and calculation of spatial systems), Moscow: Higher School Publishing House, 1972, 320 p.
24. *Rabinovich I.M.* Osnovy stroitel'noj mekhaniki sterzhnevyykh sistem (Fundamentals of structural mechanics of rod systems). - Moscow: Stroyizdat, 1960, 516 p.
25. *Prokofiev I.P., Smirnov A.F.* Teorija sooruzhenij (Theory of structures). Part 3, Moscow: State Railway Transport Publishing House, 1948, 244 p.
26. *Shaposhnyk V., Shygunov O., Reidemeister A., Muradian L., Potapenko O.* Determining the possibility of using removable equipment for transporting 20- and 40-foot-long containers on an universal platform wagon. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2021, Vol. 17, no. 109, P. 14-21. DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225090.
27. *Zhang D., Tang Y., Peng Q., Ye Y.* Effect of mass distribution on curving performance for a loaded wagon. Nonlinear Dynamics, 2021. <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06386-3>.
28. *Muradian L.A., Shaposhnyk V.Yu., Podosenov D.O.* Povyshenie nadezhnosti ghruzovykh vagonov s primeneniem novykh tekhnologij izgotovlenija I vosstanovlenija rabochikh poverkhnostej (Improving the reliability of freight wagons with the use of new manufacturing

- technologies and regeneration of working surfaces). Electromagnetic compatibility and safety in railway transport, 2016, no. 11, P. 49-54. doi: 10.15802/ecstr2016/91337.
29. *Lazaryan V.A.* *Dynamica transportnykh sredstv: Izbrannye trudy (Vehicle dynamics: selected works)*. Kyiv: Naukova Dumka, 1985, 528 p.
 30. *Zhang H., Zhang C., Lin F., Wang X., Fu G.* Research on simulation calculation of the safety of tight-lock coupler curve coupling. *Symmetry*, 2021; Vol. 13, no. 11, Paper 1997. doi: 10.3390/sym13111997.
 31. *Shvets' A.O.* Investigation of coupling strength at non-central interaction of railcars. *Strength Mater*, 2022, Vol. 54, no. 2, P. 233–242. doi: <https://doi.org/10.1007/s11223-022-00396-1>.

Стаття надійшла 02.09.2022

Швець А.О.

ВИЗНАЧЕННЯ ФОРМИ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ВАНТАЖНИХ ВАГОНІВ З УРАХУВАННЯМ ЗАЗОРУ В РЕЙКОВІЙ КОЛІЇ

Сходи вантажних вагонів із рейок відбуваються з різних причин: поломка обладнання або окремих частин; відхилення в утриманні верхньої будови колії; неправильний порядок пропуску та складання поїздів; порушення нормальних динамічних умов, які виникають через звивистий рух та несприятливі умови руху на криволінійній ділянці колії. Для уникнення сходів з рейок та забезпечення запасу стійкості, встановлюються межі, виражені за допомогою певних показників. Ці показники визначають умови підйому колеса над головою рейки, перекидання рейки та розширення залізничної колії. Одним з найбільш широко застосовуваних обмежень є обмеження, виражене через відношення бокової сили, що діє на колесо, до вертикальної сили. Сходу з рейок рухомого складу при вкочуванні гребеня колеса на головку рейки, як правило, сприяють саме поздовжні стискаючі сили. Наявність поздовжніх сил у поїзді призводить до розвантаження коліс, що рухаються по зовнішній рейковій нитці, та перевантаження коліс, які рухаються по внутрішній рейковій нитці. Втрату стійкості вантажних вагонів у поїзді слід розділяти на два етапи: втрата стійкості кузова на пружинах ресорного підвішування та втрата стійкості колісної пари, яка і веде безпосередньо до сходу колеса з рейки.

Метою роботи є дослідження впливу поздовжніх квазістатичних стискаючих сил, які виникають при стаціонарних режимах руху поїзда, на форму втрати стійкості вантажних вагонів. Актуальність цього дослідження пов'язана з необхідністю контролювати поздовжні сили, що виникають під час руху поїзда з урахуванням збільшення швидкостей руху, мас і довжин поїздів, особливо вантажних, підвищенням потужностей локомотивів. Використання викладеної методики дозволить підвищити стійкість вантажного рухомого складу, обґрунтувати причину сходу коліс, а також розробляти та реалізовувати на практиці технічні заходи направлені на запобігання витискання екіпажів, розпору та зсуву колії.

Ключові слова: безпека руху, стійкість вагонів, поздовжні сили, поздовжньо-поперечний згин, стиснуто-зігнутий стержень, форма втрати стійкості.

Shvets AO,

DETERMINATION OF THE FORM OF LOSS THE FREIGHT CARS STABILITY TAKING INTO ACCOUNT THE GAP IN THE RAIL TRACK

Derailments of freight cars occur for various reasons: breakdown of equipment or individual parts; maintenance deviations in the track superstructure; incorrect order of passing and making-up trains; violation of normal dynamic conditions, which occurs due to hunting and unfavorable traffic conditions on a curved track section. In order to avoid derailments and ensure a stability coefficient, the restrictions expressed using certain indicators are set. These indicators determine the conditions for lifting the wheel above the rail head, overturning the rail and widening the railway track. One of the most widely used restrictions is the restriction expressed in terms of the ratio of the lateral force acting on the wheel to the vertical force. Rolling stock derailment when the wheel flange is rolled onto the rail head, as a rule, is facilitated by longitudinal compressive forces. The presence of longitudinal forces in the train results in unloading the wheels moving along the outer rail line, and overloading the wheels moving along the inner rail line. The stability

loss of freight cars as part of a train should be divided into two stages: stability loss of the body on suspension springs and the stability loss of the wheel set, which results directly in the derailment.

The work is aimed to study the influence of longitudinal quasi-static compressive forces arising during stationary modes of train movement on the form of freight cars' instability. The relevance of this study relates to the need to control the longitudinal forces arising during the train movement, taking into account the increase in speeds, masses and lengths of trains, especially freight trains, by in the locomotives power increase. The use of the above methodology will improve the stability of freight rolling stock, justify the cause of derailment, as well as develop and put into practice technical measures to prevent the lift of the carriages, widening and shear of the track.

Keywords: traffic safety, car lift stability, longitudinal forces, transverse-longitudinal bending, compressed-bent rod, instability form.

УДК 629.463.65:539.3

Швець А.О. Визначення форми втрати стійкості вантажних вагонів з урахуванням зазору в рейковій колії // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА. – 2022. – Вип. 109. – С. 485 – 500.

Досліджується вплив поздовжніх квазістатичних стискаючих сил на форму втрати стійкості вантажних вагонів.

Табл. 0. Іл. 6. Бібліогр. 31 назв.

UDC 629.463.65:539.3

Shvets A.O. Determination of the form of loss the freight cars stability taking into account the gap in the rail track // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. – 2022. – Issue 109. – P. 485 – 500.

The influence of longitudinal quasi-static compressive forces on the form of loss the freight cars stability is studied.

Table. 0. Fig. 6. Ref. 31.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): Магістр інженерії, Інженер Спеціалізованого проектно-конструкторського та технологічного бюро «Мікропроцесорні системи управління та безпека на залізничному транспорті» ШВЕЦЬ Анжела Олександрівна
Адреса робоча:49080 Україна, м. Дніпро, вул. Лазаряна 2, Український державний університет науки і технологій.

Мобільний тел.:+38(050) 314-14-19

E-mail: angela_shvets@ua.fm

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8469-3902>

ЗМІСТ

<i>Perelmuter A.V.</i> Assessment of robustness of hinged-bar systems	3
<i>Lizunov P.P., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.</i> Dynamics of primary structure coupled with single-sided vibro-impact nonlinear energy sink	20
<i>Солодей І.І., Затилюк Г.А.</i> Дослідження достовірності та ефективності використання моделей зміцнюваного ґрунту в рамках метода скінченних елементів	30
<i>Gaidaichuk V.V., Shlyun N.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I.</i> Theoretical modelling of the effect of thermal delamination of an asphalt concrete pavement from a rigid foundation of a road or bridge	38
<i>Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П.</i> Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні	50
<i>Кривенко О.П., Лізунов П.П.</i> Власні коливання обтічників ракетноносіїв конічної форми	66
<i>Yurchenko V.V., Peleshko I.D.</i> Searching for a compromise solution in cross-section size optimization problems of cold-formed steel structural members	72
<i>Перельмутер А.В.</i> Складання розрахункових поєднань впливів у відповідності до EN 1990	93
<i>Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Стригун Р.Л., Шовківська В.В.</i> Аналіз алгоритмів розв'язання геометрично нелінійних задач механіки в схемі напіваналітичного методу скінченних елементів	109
<i>Пискунов С.О., Мицюк С.В., Андрієвський В.П., Мицюк Д.В.</i> Порівняльний аналіз результатів розрахунку рамного вузла у програмному засобі Idea StatiCa Connection та за методиками нормативних документів	120
<i>Лук'янченко О.О., Геращенко О.В., Палій О.М.</i> Нелінійний динамічний аналіз оболонки резервуара зі змодельованими недосконаlostями форми	129
<i>Tonkacheiev H.M., Rudnieva I.M., Tonkacheiev V.H., Priadko I.M.</i> Features of standard time formation to implement construction processes: a case study	141
<i>Gameliak I.P., Kulak V.V., Tsybul'skyi V.N., Kharchenko A.N.</i> Study of non-metallic reinforcement influence on the characteristics of cement concrete beam samples properties	152

- Коцюруба В.І., Білик А.С., Веретнов А.О., Гайдарли Г.С., Борта Р.М., Тертишиний Б.І.*
Методика розрахунків та обґрунтування вимог до інженерного захисту об'єктів критичної інфраструктури від БпЛА типу баражуючий боеприпас 164
- Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М.*
Класифікація і причини виникнення зсувних процесів та методи розрахунку схилів 184
- Pyskunov S.O., Ostapenko R.M., Kara I.D.*
The Analysis of the Continuous Fracture Process of the Steam-Turbine Rotor with the Local Defect 203
- Білик С.І., Білик А.С., Цюпин Є.І.*
Стійкість пружних стрижнів з початковими недосконаlostями сталевих ферм з жорсткими вузлами 213
- Maksymyuk Yu.V., Kuzminets M.P., Martyniuk I.Yu., Maksymyuk O.V.*
Research of the stressed and deformed state of a metal strip in the broaching process 229
- Mykhailovskiy D.V., Komar O.A., Komar M.A.*
Engineering method of calculating laminated timber elements reinforced with composite tapes 239
- Гайдайчук В.В., Котенко К.Е.*
Дослідження динамічної поведінки тришарових циліндричних оболонок еліптичної форми при внутрішньому осесиметричному імпульсному навантаженні 263
- Dachkovskiy V.O., Datsenko I.P., Golub V.A., Sedov S.G., Kondratiuk I.V., Pavlov D.P., Mazurenko V.L., Kovalov O.S.*
Mathematical model of the impact of 12.7 mm kinetic action ammunition on an armored obstacle with additional armor 273
- Рожок Л.С., Онищенко А.М., Гаркуша М.В., Башкевич І.В.*
Спрощення розрахункової схеми при визначенні напруженого стану нетонких циліндричних оболонок зі складною формою поперечного перерізу 287
- Maksymiuk Yu.V., Chulinda L.I., Korchova H.L., Pochka K.I.*
Priority directions of international airport infrastructure development 301
- Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Liashko A.P., Pochka K.I., Balaka M.M.*
Drive power minimization of outreach change mechanism of tower crane during steady-state slewing mode 317
- Gurtovyi O.G., Tynchuk S.O., Ugrin L.S.*
Specified models in the problems of the deformation of multilayer plates on a rigid foundations 331

- Кошевий О.П., Левківський Д.В., Чубарев А.Г., Янсонс М.О.*
Модифікований метод прямих в статичних задачах
вісесиметричних нетонких пластин 342
- Hryhorieva L.O., Yanchevsky I.V.*
Influence of material functional heterogeneity on non-stationar
oscillations of piezoceramic bodies 359
- Човнюк Ю.В., Кравчук В.Т., Приймаченко О.В., Чередніченко П.П.*
Аналіз взаємодії кінцевомірних поверхневих віброджерел з
ущільнюваним лінійно-в'язкопружним середовищем 369
- Косенко В.С., Волощенко О.І., Кушніренко М.Г.*
Визначення стійкості конструкцій польових фортифікаційних
споруд закритого типу від ударної хвилі ядерного вибуху 387
- Loveikin V.S., Mishchuk D.O., Mishchuk Ye.O.*
Optimization of manipulator's motion mode on elastic base according to
the criteria of the minimum central square value of drive torque 403
- Isaev O.P., Annenkov A.O., Demianenko R.A., Chulanov P.O.*
Monitoring of the elements stability of building constructions by means
of example of vertical elastic rod of high flexibility 416
- Бельмас І.В., Білоус О.І., Таницура Г.І.*
Визначення напружено-деформованого стану багатошарового
композиту 426
- Носенко В.С., Кашиїда О.О.*
Числове моделювання експерименту випробування групи паль з
використанням різних моделей ґрунтової основи 441
- Prusov D.E.*
Assessment of interaction the new construction object at full load and
the surrounding building in the dense urban development conditions 455
- Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lavinskiy D.S.*
Impact of elasticity of polymer filler of three-layer cylindrical structure
of elliptical section on its behavior under internal impulse loading 467
- Озуток Ю.І., Павлюк Р.В., Капрал Ю.Р.*
Calculation of optimal parameters of the foundation for woodworking
machines with large dynamic loads 473
- Швец А.О.*
Визначення форми втрати стійкості вантажних вагонів з
урахуванням зазору в рейковій колії 485

Науково-технічний збірник

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

**STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF
STRUCTURES**

Scientific-and-technical collected articles

Випуск 109

Головний редактор П.П.Лізунов

Підп. до друку 11.11.22. Формат 60x90 ¹/₁₆. Папір друк №1.

Друк офсетний. Умовн. друк. арк.

Тираж 100.

КНУБА

м. Київ, Повітрофлотський пр., 31. 03037
